
FONDO PIZZOFALCONE

TRATTATO COMPLETO

DI

ARITMETICA

SEGUITO D'UN CORSO ANCHE COMPLETO

DEL CAMBIO DELLE MONETE ESTERE

AD USO DEL COMMERCIO

COMPOSTO, E DEDICATO

A SUA ECCELLENZA

SIG. MARCHESE DELLE FAVARE

LUOGOTENENTE GENERALE IN SICILIA

DA

FRANCESCO THOUARD

PROFESSORE DI LINGUA FRANCESE, D'ARITMETICA,
DI CONTABILITA', DI CALLIGRAFIA EC.



PALERMO
DAI TORCHI DI FILIPPO SOLLI
1826.

A SUA ECCELLENZA

PIETRO UGO

MARCHESE DELLE FAVARE, BARONE DI MASCALUCIA E DEGLI EX-FEUDI DI GATTAINO E FORESTA VECCHIA, CAV. DI GIUSTIZIA DEL REAL ORDINE MILITARE DI S. STEFANO PAPA E MARTIRE DI TOSCANA, E DEL SAGRO REAL ORDINE GEROSOLIMITANO, GENTILUOMO DI CAMERA CON ESERCIZIO DI S. M. (D. G.), CAVALIERE DELL' INSIGNE REAL ORDINE DI S. GENNARO, BRIGADIERE DE' R. ESERCITI, DECORATO DELLA MEDAGLIA DI BRONZO, MINISTRO SEGRETARIO DI STATO, LUOGOTENENTE GENERALE DI S. M. IN SICILIA ec. ec.

ECCELLENZA,

Sedici anni consecutivi di dimora nella Sicilia, parte dei quali è stata da me impiegata nell' insegnare varie scienze, l' alto patrocinio concessomi da molte case magnatizie, la benevolenza compartitami dal ceto inferiore, e la gratitudine per differenti benefizj ricevuti m' impongono l' obbligo di consacrare le mie fatiche all' utilità d' un paese divenuto il mio per adozione.

Sin da molti anni che mi son dedicato a comunicare, per via d'insegnamento, le mie deboli cognizioni, ai diversi individui che mi hanno onorato della loro confidenza, non ho ritrovato in questo regno alcun' opera per mezzo della quale si potesse insegnare l'Aritmetica ai giovani con modo metodico, lo che mi ha animato a comporne una in cui ho procurato d' appianare le difficoltà con dimostrazioni chiare, precise e le più brevi possibili.

Spetta all' Eccellenza Vostra, di cui è noto generalmente il gusto per le belle arti e per le scienze, il giudicare l'utilità di questa mia opera. Si degni dunque gettare un colpo d' occhio sopra il metodo che ho seguito, sopra le definizioni da me impiegate, sopra i principj da me sviluppati, ed ardisco lusingarmi che troverà in tutto il carattere della semplicità e della chiarezza più evidente. Oso quindi sperare che dietro il di Lei amore per le scienze utili, si compiacerà onorarmi del suo suffragio. Si è sotto gli auspizj di Vostra Eccellenza che offro ai miei concittadini adottivi questo frutto delle mie vigilie, e non dubito punto che il mio metodo, incoraggiato da una persona illuminata come l' Eccellenza Vostra, non abbia in questo felice regno i successi più splendidi. Del resto il mio cuore sarà al

colmo dei suoi voti, se si degnerà gradire quest' omaggio del mio travaglio e del mio zelo.

Ho l' onore di dirmi col più profondo rispetto,

Palermo li 22 Aprile 1826.

di Vostra Eccellenza

devotissimo, umilissimo
ed obbligatissimo servitore.
FRANCESCO THOUARD.

PREFAZIONE

Diversi autori sapienti han dato dei trattati d' Aritmetica; ma alcuni si sono contentati di darne la pratica, senza accompagnarla dei principj, delle definizioni, e delle dimostrazioni necessarie; altri non si sono distesi abbastanza sulla pratica, avendo essi dato i principj soltanto, senza farne applicazioni bastevoli agli usi ordinarj. Crediamo di avere riunito in questo Trattato tutto ciò che si può desiderare su tal materia, egli metterà i giovani in istato d' imparare l' Aritmetica con principj e metodo, e risparmierà loro la fatica di trascrivere cartolari raramente esatti, i quali però dirubano loro degl' istanti ch' essi potrebbero impiegare più utilmente nell' istruirsi in altre scienze, o nel perfezionarsi nella scienza del calcolo.

Si troveranno in quest' Opera dei principj chiari, esatti, ed in numero bastevole, ai quali si potrà avere ricorso nel bisogno, sia per richiamare alla memoria le operazioni dimenticate, sia per rivedere con successo quelle che non si sasebbero ben comprese.

Abbiam procurato di dare alle definizioni ed alle spiegazioni tutta la precisione e la chiarezza possibile, e di metterle a portata dell' età anche più tenera: d'altronde l' ordine è ben seguito; si passa dal più facile al più difficile; in modo che, quel che si è già imparato ajuta a capire e ad apprendere quel che siegue.

Ci siamo applicati ad evitare tutto ciò che sarebbe stato superfluo: vi sono poche questioni di mera

curiosità, e moltissime di quelle usitate nel commercio, nelle finanze, ec.

Per iscanzare le frequenti ripetizioni, si è numerato ogni articolo che contiene una istruzione, per ricorrervi nel bisogno.

Riguardo a molte regole, benchè abbiamo proposte diverse maniere di operare, sarà a proposito, la prima volta che si seguirà questo corso, di attenersi ad un solo metodo per ogni specie di regola.

Prima di passare al calcolo d'una regola, è di mestieri di studiare le definizioni ed i ragionamenti che la concernono: i principj indicano la marcia da seguirsi nelle operazioni; e quando essi sono ben compresi, si dimenticano difficilmente.

Egli è similmente essenziale di non passare ad una regola, se pria non si possiede bene la precedente. La maggior parte di coloro che hanno imparata l'Aritmetica, non l'obbliano che per non avere seguito questo metodo.

Abbiamo dato per intiero la spiegazione ed il calcolo delle prime questioni di ciascuna specie di regola. Quanto alle altre, ci siamo contentati di darne le risposte, acciò gli studenti si esercitino a risolverle da essi stessi; e nelle regole di proporzione, oltre alle risposte, ne abbiamo anche dato le analogie.

Abbiamo divisa quest'Opera in due parti; nella prima si tratta dell'Aritmetica, nella seconda del Cambio delle monete estere.

In quanto alla divisione dell'Aritmetica, essa si trova naturalmente fatta per le differenti regole ed operazioni che la compongono. Ci siamo un poco distesi sopra la numerazione, perchè la medesima è come il principio di tutta l'Aritmetica: in essa s'impara il valore delle cifre e dei numeri; l'effetto che produce l'aggiungere od il troncare una cifra alla destra dei numeri; locchè giova moltissimo nella moltiplicazione e nella divisione.

Immediatamente dopo l'addizione e la sottrazione

dei numeri incomplessi, abbiamo collocate queste medesime operazioni in numeri complessi, non essendovi maggior difficoltà di riunire insieme le parti, o sotto specie, che le quantità principali, poichè a tal'uopo basta il conoscerne le suddivisioni.

La prova dell'addizione facendosi colla sottrazione, abbiamo insegnata la medesima dopo questa seconda regola.

Vengono poi la moltiplicazione seguita dalla riduzione delle specie principali nelle loro parti, e la divisione dei numeri incomplessi. Abbiamo dati molti mezzi di abbreviare la divisione, ed il modo di convertire le parti nei loro intieri principali.

Quantunque non s'insegnino ordinariamente le frazioni che dopo le quattro prime regole in numeri complessi, abbiam creduto di doverle collocare prima: ed in fatti, è questo il loro luogo naturale. Poco innanzi si è imparata la divisione, nella quale avvi ordinariamente un resto che non è altro se non se una frazione; nel metodo di abbreviare la divisione, vi sono necessariamente delle frazioni; d'altronde, non si può, per così dire, fare un passo nell'Aritmetica, senza incontrare frazioni; la moltiplicazione e la divisione dei numeri complessi ne danno spessissimo; come valutarle? Sarebbe d'uopo allora di dare dei mezzi tanto difficili quanto il calcolo delle stesse frazioni. Ma le frazioni non sono difficoltose quanto lo credono alcuni. S'imparino e si sappiano bene le definizioni ed i principj, le difficoltà svaniranno.

La riduzione delle frazioni relative in frazioni assolute, quella delle frazioni assolute in frazioni relative, e le frazioni di frazioni domandando maggiori cognizioni, le abbiamo situate dopo le operazioni dei numeri complessi.

Nel trattare le frazioni, ci siamo un poco distesi sopra le definizioni e sopra i principj, perchè questo, non solamente, ne faciliterà il calcolo, ma disporrà puranche a meglio comprendere le proporzioni, e le altre regole seguenti.

Dopo le quattro regole e le frazioni, abbiamo collocato un certo numero di questioni, le quali nello stesso tempo che serviranno di esercizio, richiameranno alla memoria tutto quel che si sarà fatto sin' allora.

Poscia si trovano le proporzioni aritmetiche e geometriche. Ci siamo contentati di dire quattro parole delle prime, per darne soltanto un' idea, ma abbiamo trattate le seconde con una certa estenzione, affin di mettere in istato di rendere ragione delle operazioni che esiggono queste sorte di regole.

Ci siamo applicati a dare i mezzi più ragionevoli per disporre i termini, e risolvere le questioni che possono essere proposte sopra le proporzioni; quindi abbiamo posti i termini omogenei in un medesimo rapporto, e per conseguenza il terzo termine della regola del tre sarà sempre della medesima specie del termine domandato.

Abbiamo dimostrato che una regola del tre si può provare con una seconda operazione nella quale si suppone incognito un termine qualunque della questione.

Dopo la regola del tre dritta semplice, si trovano tutte le regole usate nel commercio, sopra ciascuna delle quali abbiamo passato un poco leggermente, perchè i principj sono quasi gli stessi.

Siamo entrati in una più ampia spiegazione relativamente alle regole d' interesse, come anche a quelle di sconto; per le quali sonovi due maniere di calcolarle, imperciocchè gli olandesi, per esempio, contano lo sconto sopra il cento, e la maggior parte delle nazioni lo prendono dentro il cento.

Benchè vi siano varie sorte di regole del tre, tutte si possono ridurre ad una sola regola del tre semplice; perciò le questioni inverse e le dritte, le doppie e le composte si risolvono col moltiplicare il terzo termine per il secondo, e dividendo il prodotto per il primo: bisogna soltanto disporre i termini nel modo spiegato.

Si troveranno in questo Trattato pochissime questioni sopra le false posizioni; perchè, come l'abbiam già detto,

ci siamo piuttosto applicati a darne delle utili che delle curiose.

Affin di procurare il mezzo di avvicinarsi alla vera radice, nella estrazione delle radici quadrate e cubiche, e siccome il sistema metrico è divenuto quasi universale, abbiam dato un trattato delle decimali.

Sebbene l'uso delle progressioni sia raro assai nell'Aritmetica, abbiam creduto, per rendere questo Trattato più completo di doverne parlare, ma succintamente.

Abbiam pure parlato ampiamente della regola d'interessi degli interessi. Abbiamo dato varj metodi per risolverla, e in oltre, una tavola col mezzo della quale sarà più facile il calcolare questi interessi composti, che coi metodi ordinarj.

Finalmente abbiamo dato regole per conoscere il computo ecclesiastico, cioè il Numero Aureo, l'Epatta, la lettera Domenicale, il giorno in cui deve cadere la festa di Pasqua in qualunque anno, e l'età della Luna in qualunque giorno.

Abbiamo terminato il trattato di Aritmetica con una raccolta di questioni che serviranno d'esercizio agli studiosi che avranno tempo abbastanza per occuparsene, locchè non potrà che fortificarli nel calcolo.

Nel Trattato del cambio delle monete estere, abbiamo spiegato questa materia quanto n'era suscettibile; abbiamo insegnato il modo di cambiare qualunque siasi moneta con un'altra moneta qualunque; e qualora si deve fare un pagamento sopra una piazza estera abbiamo insegnato il mezzo di trovare se vi è vantaggio a pagare direttamente od a pagare per una o più piazze intermediarie, locchè vien chiamato dai francesi *Arbitrage*, e dagl'italiani *Arbitrato*.

E siccome sopra i listini di cambio, il cambio di una piazza con un'altra è indicato con un solo numero, per esempio, il cambio di Palermo con Marsiglia a 47, cioè a 47 grani siciliani per 1 franco, abbiamo dato delle tavole in cui viene spiegato il

modo stabilito di cambiare di tutte le piazze colle quali vi è rapporto diretto di commercio.

Abbiamo dato sopra questa materia un numero sufficiente di questioni per acquistarne una cognizione perfetta.

Tale è il frutto dei nostri studj e delle nostre osservazioni in una scienza che è per così dire l'anima del commercio, e degli affari di qualunque uomo nella società. Ad ogni modo non ci lusinghiamo di aver veduto tutto: mille cose saranno scappate senza dubbio alle nostre ricerche in un lavoro di tal natura. Preghiamo quindi sinceramente gli scienziati in questa materia a benignarsi di contribuire alla perfezione di questo saggio. Riceveremo la critica loro con gratitudine, sostituiremo le loro osservazioni alle nostre, ed avremo sommo piacere che la nostra opera ci appartenga un poco meno purchè divenga più utile.

PARTE PRIMA

TRATTATO D'ARITMETICA

DEFINIZIONI PRELIMINARI



1. L'Aritmetica è la scienza dei *numeri* e del calcolo.

2. Il *numero* è ciò che esprime quante unità, o quante parti dell'unità vi sono in una *quantità*. 4, per cagion d'esempio, è un numero, perchè egli è composto di quattro volte *uno*, o di quattro unità; $^2/_3$ è un numero che contiene due volte il terzo dell'unità.

3. Chiamasi *quantità* in generale, tutto ciò che è suscettibile di aumento o di diminuzione; come il peso, il tempo, la moneta, i numeri ec.

Si distinguono diverse sorte di numeri. I principali sono: i numeri semplici ed i composti; i numeri astratti ed i concreti, e questi in numeri incomplessi e complessi; i numeri moltipli ed i summoltipli; i numeri intieri, ed i frazionarj; i numeri primi ec.

4. I numeri *semplici* sono quelli che non contengono che un solo numero d'una sola specie di quantità, come 5 once, 4 libbre, 6 quintali ec.

5. I numeri *composti* sono quelli che contengono più numeri d'una sola specie di quantità come 3964 once, 72 libbre, 148 quintali ec.

6. I numeri *astratti*, sono quelli che non sono applicati a veruna specie di cosa determinata, come 3, 7, 30, ossia 3 volte, 7 volte ec; che non esprimono nè misure, nè monete, nè pesi, ec; ma semplicemente i numeri assoluti 3, 7, ec.

7. I numeri *concreti* sono quelli che esprimono una specie di cosa determinata, come 8 once, 19 libbre, 15 giorni ec, ed in questo caso questi prendono le denominazioni di *incomplessi;* quando però esprimono più specie successivamente come on7 6. 24. 10, canne 36. 3. 4 ec. questi diconsi *complessi*.

8. Numero *moltiplo*, chiamasi quello che ne contiene un'altro più volte esattamente e senza resto; perciò 15 è moltiplo di 5, perchè egli lo contiene 3 volte esattamente; 15 è anche moltiplo di 3, perchè lo contiene 5 volte esattamente.

9. Un numero è *summoltiplo* di un'altro, allorchè in questo egli è contenuto diverse volte esattamente: così 7 e 4 sono *summoltipli* di 28; il primo vi è contenuto 4 volte, ed il secondo 7 volte esattameute. I numeri summoltipli sono ancora chiamati *fattori*. Per esempio, 6, 4, 3 e 2 sono summoltipli o fattori di 12; altro esempio, 10, 5, 4 e 2 sono summoltipli o fattori di 20.

10 I numeri intieri sono quelli che contengono l'unità una o più volte esattamente; come 1, 4, 9, 25, 1000 ec.

11. I numeri *frazionarj* contengono una o più parti dell'unità, come $1/2$, $2/3$, $4/5$, $9/11$, $15/7$ ec, che si pronunziano una metà, due terzi, quattro quiuti, nove undicesimi, quindici settimi ec.

12. I numeri *primi* sono quelli che non possono esser divisi senza resto se non se per essi stessi o per l'unità. Per cagion d'esempio, 3, 5, 7, 11, 13, 19, 23, 29 ec. sono numeri primi.

Il *calcolo* è l' arte di comporre i numeri, e di scomporli per mezzo di diverse operazioni.

Le operazioni fondamentali dell' Aritmetica sono: l' Addizione, la Sottrazione, la Moltiplicazione e la Divisione; ma prima di fare queste operazioni, è di mestieri sapere la numerazione.

Della Numerazione.

13. La *Numerazione* è l' arte di rappresentare, e di pronunziare il valore dei numeri.

Per rappresentare i numeri, ci serviamo di dieci caratteri o cifre che ci vengono dagli arabi: questi caratteri sono: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, e 9.

14. Per rappresentare gli altri numeri superiori a 9, si è convenuto che di dieci unità semplici se ne faccia una sola, alla quale si dia il nome di *diecina*; perciò per esprimere *quattordici* si è convenuto di scrivere una diecina alla sinistra di quattro unità, in questa maniera, 14; per iscrivere *cinquantasei* si scriverà 56 ec., sino a *novantanove* o 99. Si è similmente convenuto che con dieci diecine si faccia una sola unità alla quale si dia il nome di *centinajo*, perciò *cento trentasette* si scrive 137, in cui si vede che vi sono 3 cifre o figure; la prima a sinistra esprime un centinajo; la seconda, 3 diecine; e quella a destra, sette unità.

Parimente dieci centinaja faranno *mille*; e così di seguito, nel fare occupare alle cifre i ranghi che ad esse convengono.

Le diecine non hanno dunque che una sola cifra alla loro destra; le centinaja ne hanno due; le migliaja ne hanno tre; ec. Quindi un numero di due cifre contiene delle diecine; un numero di tre cifre

contiene delle centinaja; un numero di quattro cifre contiene delle migliaja ec.

15. Da tutto l'anzidetto si vede che le cifre hanno due valori; uno chiamasi assoluto, e l'altro relativo.

Il valore assoluto d'una cifra è quello ch'essa ha in se, considerata sola.

Il suo valore relativo è quello che le dà il rango che essa occupa: perciò in 64, il valore assoluto della prima cifra a sinistra è 6; il suo valore relativo è 6 diecine o *sessanta*, perchè essa occupa il secondo rango; e il valore della seconda cifrà è 4.

16. La proprietà fondamentale della numerazione è che una cifra situata alla sinistra di un'altra, o seguita d'uno zero vale dieci volte più che se fosse sola. Ed a misura che si avanza d'un rango verso la sinistra, ogni unità d'una cifra vale dieci unità di quella che si trova immediatamente alla sua destra. Al contrario, a misura che una cifra avanzasi d'un rango verso la destra, le unità di questa cifra valgono dieci volte meno che ciascuna unità della cifra che la precede verso la sinistra.

Si vede dunque che il valore relativo delle cifre è dieci, cento, mille, diecimila volte ec, più grande, allorquando si avanzano di uno, di due, di tre, di quattro ranghi ec. a sinistra, ed il contrario accade quando si avanzano a destra: questo è quel che si chiama aumentare o diminuire in *progressione decupla*.

17. Da ciò ne siegue, che per rendere un numero dieci volte, cento volte, mille volte, ec. più grande, basta il mettere alla sua destra uno, due, tre zeri ec. In effetto, se al numero 34, per cagion d'esempio, si aggiunge uno zero, si avrà 340 che è dieci volte più grande; imperciocchè il 4, che nel primo numero non valeva che 4 unità, vale 4 diecine ossia 40 nel secondo; nell'istesso modo, il 3 che non valeva che tre diecine, vale tre centinaja, cioè, dieci volte più; dunque il numero intiero 34 è divenuto dieci volte più grande, coll'aggiunta d'uno zero. Se allo

stesso numero 34, si fossero aggiunti 00, si avrebbe 3400, il quale è cento volte più grande che 34; imperciocchè le unità sono divenute centinaja, e le diecine sono al rango delle migliaja.

Sarebbe facile il provare al contrario che, troncando uno o due zeri, si rende un numero dieci o cento volte più piccolo.

18. Dietro le dimostrazioni sopraccennate, si vede quanto sia facile la moltiplicazione per dieci, per cento, per mille ec., poichè basta l'aggiungere, al numero che si vuole moltiplicare, uno, due, tre zeri ec. Similmente per dividere un numero per dieci, per cento, per mille ec., basta il troncare a destra uno, due, tre zeri ec. Ma se le cifre che si troncano sono *positive*, o *significative*, cioè a dire, se non sono degli zeri, la cifra o le cifre troncate sono dei decimi, dei centesimi, dei millesimi ec., secondochè se ne saranno troncate una, due, tre, ec.

19. Per poter pronunziare facilmente una quantità composta di un numero indeterminato di cifre, fa di mestieri dividerlo in classi di tre cifre per cadauna, cominciando dalla destra, e dando ad ogni classe i nomi seguenti: la prima a destra porta il nome delle cose che si contano, ed è quella dei numeri semplici, la seconda quella delle migliaja, la terza dei milioni, poi vengono quelle dei bilioni, dei trilioni, dei quattrilioni, dei quintilioni, dei sestilioni, dei settilioni ec,

Esempio

354,	638,	406,	740,	836,	704,	286,	348,
unità diecine centinaja	unità diecine centinaja	unità diecine centinaja	unità diecine centinaja	unità diecine centinaja	unità diecine centinaja	unità diecine centinaja	unità diecine centinaja
Sestilioni	Quintilioni	Quattrilioni	Trilioni	Bilioni	Milioni	Migliaja	Numeri semplici

La prima cifra di ogni classe, sempre partendo dalla destra, avrà sempre il nome della sua classe, la seconda quello delle diecine, la terza quello delle centinaja.

Se il numero quì sopra scritto deve rappresentare delle once, per pronunziarlo, bisogna leggerlo da sinistra a destra, dicendo: trecento cinquantaquattro sestilioni, seicento trentotto quintilioni, quattrocento sei quattrilioni, settecento quaranta trilioni, ottocento trentasei bilioni, settecento quattro milioni, duecento ottantasei mila, trecento quarantotto Once (*).

(*) Questa divisione è francese. Gl' italiani hanno un'altra maniera di dividere e di pronunziare una quantità. Essi la dividono in classi di tre cifre, e due di queste classi successivamente prese insieme formano un periodo, ed il periodo è diviso in due membri di tre cifre per cadauno. Il primo periodo dalla destra a sinistra, è quello delle unità, il secondo quello dei Milioni, il terzo quello dei Bilioni, il quarto quello dei Trilioni ec, in modo che per pronunziare lo stesso numero, gl' italiani diranno: trecento cinquantaquattro mila seicento trentotto trilioni, quattrocento sei mila settecento quaranta bilioni, ottocento trentasei mila settecento quattro milioni, duecento ottantasei mila trecento quarantotto Once.

CIFRE ROMANE

I.	V.	X.	L.	C.	D.	M.
1.	5.	10.	50.	100.	500.	1000.

Con queste sette lettere si possono rappresentare tutti i numeri possibili, ma bisogna osservare che la lettera situata a sinistra di un'altra di maggior valore diminuisce questa del valore della prima. Perciò IV vale soltanto quattro, perchè il valore di I si deve scemare dal valore di V; similmente IX vale 9; XL vale 40 ec. Si avverte che le cifre arabe che sono al lato delle cifre romane, indicano il valore di queste.

I	1	XIV	14	LXXX	80
II	2	XV	15	XC	90
III	3	XVI	16	C	100
IV	4	XVII	17	CC	200
V	5	XVIII	18	CCC	300
VI	6	XIX	19	CD o IV^c	400
VII	7	XX	20	D	500
VIII	8	XXX	30	DC	600
IX	9	XL	40	DCC	700
X	10	L	50	CM	900
XI	11	LV	55	M	1000
XII	12	LX	60	MM	2000
XIII	13	LXX	70	MD	1500

M. DCC. LXXXV
1785

M. DCC. XCIX
1799

M. DCCC. IX
1809

M. DCCC. XXVI
1826

20. Spiegazione dei Segni, e delle abbreviature impiegati in quest' Opera.

On7	Oncia (moneta)
tt.	tarì siciliano
gr.	grano siciliano
Duc.	Ducato
gr.n.	grano napolitano
q.[le]	quintale
rot.	rotolo
on.	oncia (peso)
C.	canna
pal.	palmo
onc.	oncia (misura)
T.	tesa
pi.	piede
po.	pollice
li.	linea
p.	punto
Sal.	salma
Bi.	bisaccia
tum.	tumolo
mon.	mondello
car.	carozzo
qu.	quarto
qt.	quartiglio
$+$	più
$-$	meno
$\times$	moltiplicato per
D.	diviso per
$=$	uguale a
:	è a ; o sono a
::	come
x	il termine incognito
molt.[o]	moltiplicando
molt.[re]	moltiplicatore

Divid.° dividendo
Divis.ᵉ divisore
Sol. soluzione
Es. esempio
R. risposta
Num. numeratore
Den. denominatore
Den.C. denominatore comune
Q. questione
$\overline{}^2$, $\overline{}^3$ innalzato alla 2.ª, alla 3.ª potenza
$\sqrt[2]{}$, $\sqrt[3]{}$ radice quadrata, cubica.

AVVERTIMENTO

Le cifre situate al principio di ogni paragrafo indicano gli articoli; e quelle situate tra due parentesi ( ) avvertono che per meglio concepire la cosa enunciata, bisogna ricorrere all' articolo, o numero citato, e leggerlo per intiero.

Assiomi

Chiamasi *assioma* una proporzione così chiara, e così evidente che non si può negare senza smentire il buon senso.

1.° *Assioma*. Il tutto è più grande che la sua parte.

2.° Tutte le parti prese insieme fanno il tutto.

3.° Se da un tutto si troncano tutte le parti, non deve restare più niente.

4.° Due cose che sono eguali, ciascuna ad una terza, sono eguali tra esse.

Dunque due cose che sono le medesime parti d' una terza, sono eguali tra esse.

5.° Allorchè due quantità sono eguali tra esse, il loro prodotto, od il loro quoziente saranno ancora uguali, se si moltiplicheranno, o si divideranno per lo stesso numero.

Suddivisione delle monete, pesi e misure.

21. L'oncia (moneta) vale 3o tarì, il tarì vale 20 grani, ed il grano 6 piccioli.

Il Ducato vale 10 carlini, il carlino 10 grani napolitani, ed il grano 10 cavalli. Il carlino napolitano = il tarì siciliano.

Il quintale vale 100 rotoli, il rotolo 3o once, (in Palermo il rotolo si divide ancora in 12 once, alla grossa), l'oncia (peso) = 2 metà, = 4 quarti, = 8 ottavi o dramme, la dramma = 3 scropoli o dinari, il dinaro = 20 coccia o grani, il coccio 8 ottavi.

Il rotolo è anche diviso in due libbre e mezza, dunque la libbra = 12 once

La canna = 8 palmi, il palmo = 12 once (misura), l'oncia = 12 linee, la linea = 12 punti.

La salma (per gli aridi) = 4 bisaccie, la bisaccia = 4 tumoli, il tumolo = 4 mondelli, il mondello = 4 carozzi, il carozzo = 4 quarti, il quarto 4 quartigli.

Il tumolo napolitano = 24 misure

La botte (pei liquidi) = 4 salme, la salma = 8 barili, il barile = 4o quartucci, il quartuccio = 4 bicchieri.

La salma (për la superficie dei terreni) vale 16 tumoli o corde, la corda = 4 mondelli, il mondello = 4 carozzi, il carozzo = 4 quarti, il quarto = 4 quartigli; il quartiglio è una superficie d'una canna quadrata. La salma è dunque una superficie quadrata di cui ogni lato è lungo 64 canne, e la corda o tumolo una superficie quadrata di cui ogni lato è lungo 16 canne.

La tesa = 6 piedi, il piede = 12 pollici, il pollice = 12 linee, la linea 12 punti.

Il passo geometrico = 5 piedi, il passo ordinario = 2 $^1/_2$ piedi.

Il secolo = 100 anni, il lustro = 5 anni, un' anno = 12 mesi o 365 giorni, il giorno vale 24 ore, l'ora 60 minuti, il minuto = 60 secondi. I mesi non sono tutti eguali, ma nel commercio un mese = 30 giorni, e per conseguenza un' anno = 360 giorni.

Dell' Addizione dei numeri incomplessi (7).

22. L' *Addizione* è una operazione per la quale si riuniscono insieme diverse quantità della medesima specie, per formare un solo numero che si chiama *Somma*.

Perciò non si possono sommare canne con rotoli, nè uomini con giorni, neppure quintali con rotoli, perchè tutte queste quantità sono di specie diversa; ma si possono sommare canne con canne, quintali con quintali, rotoli con rotoli ec.

23. Per avere la somma di più numeri della medesima specie, bisogna scriverli gli uni sotto gli altri, cioè, le unità sotto le unità, le diecine sotto le diecine ec., poscia fare la somma delle unità, in seguito quella delle diecine, delle centinaja ec., avvertendosi che le unità della somma di ciascuna colonna debbonsi scrivere sotto la stessa colonna verticale, e portare quindi le diecine che ne avanzano alla colonna che immediatamente la precede.

Se la somma d' una colonna non contiene delle unità, si scriverà uno zero sotto la detta colonna.

Egli è evidente che operando come è stato detto, si avrà in risultato la somma domandata, poichè essa conterrà tutte le parti dei numeri che si trattava di riunire insieme, imperciocchè (2.° assioma) tutte le parti prese insieme equivalgono ad un tutto.

QUESTIONE I.ª Si vogliono riunire insieme i tre numeri astratti: 7645, 3486, e 5803.

Operazione

	7645
	3486
	5803
Somma	16934

Dopo di aver situati i numeri gli uni sotto gli altri, si comincia coll' addizionare le unità, dicendo: 5 e 6 fanno 11, e 3 fanno 14; in quattordici vi è una diecina (14) e restano 4 unità; si scrivono 4 unità, e si ritiene una diecina per portarla, come si è detto, al rango delle diecine.

Alla colonna delle diecine, si dice: una diecina portata dalla colonna delle unità e 4 fanno 5, e 8 fanno 13, zero nulla aggiunge; in tredici diecine (14) vi è un centinajo, ed avanzano tre diecine; si scrive 3 sotto la colonna delle diecine, e si ritiene 1 centinajo per esser portato al rango delle centinaja.

Alla colonna delle centinaja, si dice: 1 centinajo portato dalla colonna delle diecine e 6 fanno 7, e 4 fanno 11, e 8 fanno 19; si scrive il 9 sotto la colonna delle centinaja, e si porta 1 alla colonna che siegue.

Finalmente si passa alla colonna delle migliaja, dicendo: 1 che si è portato e 7 fanno 8, e 3 fanno 11, e 5 fanno 16, che si scrivono per intiero perchè è l' ultima colonna.

Il numero 16934 è la somma, ossia il totale dei tre numeri proposti, poichè egli contiene le unità, le diecine, le centinaja, e le migliaja che si sono riunite successivamente. Or (2.° assioma) tutte le parti riunite fanno il tutto.

Q. 2.ª Un negoziante ha nella sua cassa le quattro somme seguenti: On7 3678, On7 7595, On7 903, ed On7 1859; si domanda la somma totale di tutte queste somme parziali. R. On7 14035.

Operazione

	On7 3678
	» 7595
	» 903
	» 1859
Somma	On7 14035

Cominciando dalla destra, come nella prima questione, si dice: 8 e 5 fanno 13, e 3 fanno 16, e 9 fanno 25; si scrivono le 5 unità, e si ritengono le due diecine, per aggiungerle alla colonna delle diecine, dicendo: 2 ritenuti dalla colonna delle unità e 7 fanno 9, e 9 fanno 18, (o nulla aggiunge) e 5 fanno 23; si scrive il 3 sotto le diecine, e si ritiene il 2 per la colonna delle centinaja

Alla 3.ª colonna, si dice: 2 ritenuti e 6 fanno 8, e 5 fanno 13, e 9 fanno 22, e 8 fanno 30 centinaja che formano giusto 3 migliaja; si scrive zero al rango delle centinaja, e si ritengono 3 mila. Si passa all' ultima colonna, dicendo: 3 ritenuti e 3 fanno 6, e 7 fanno 13, e 1 fanno 14 che si scrivono per intiero, perchè è l'ultima colonna. On7 14035 è dunque la risposta, perchè le quattro somme proposte vi sono contenute.

Della Sottrazione dei numeri incomplessi (7)

24. La *Sottrazione* è una operazione per la quale si scema un numero da un'altro della medesima specie, per conoscere quanto il più grande sorpassi il più piccolo.

25. Il risultato della sottrazione è chiamato *resto*, *rimanente*, *eccedente* o *differenza*.

26. Per conoscere la differenza tra due numeri della medesima specie, si scrive il più piccolo sotto il più grande, collo stesso ordine prescritto per l'addizione (23), in seguito si scemano le unità del più piccolo dalle unità del più grande, e si pone il resto sotto la stessa colonna; si scemano similmente le diecine, e poi le centinaja, ec. Bisogna osservare, che se la cifra inferiore è più grande di quella superiore da cui si deve sottrarre, questa si aumenterà di dieci unità, valore di una unità che s'impresterà dalla cifra a sinistra (16) che bisognerà considerare come avente una unità di meno. Se la prima cifra a sinistra non è positiva, perchè vi sarà uno o più zeri consecutivi, bisogna imprestarsi l'unità dalla cifra positiva che si trova a sinistra dello zero, o degli zeri; allora ogni zero si conterà per nove, perchè l'unità che si prende da una cifra, vale dieci unità di quella situata a destra (16), e perchè di questa unità se ne impresta una per la cifra che siegue a sua destra, sintantochè non si sia arrivato alla cifra sopra la quale si opera, e colla quale si unisce l'ultima unità imprestata, la quale vale una diecina del rango di questa cifra.

Egli è evidente che dopo di avere scemato, le une dopo le altre, tutte le parti della piccola quantità da quelle della più grande, ciò che ne resta deve essere la giusta differenza tra i due numeri.

27. La prova d'una regola è una seconda opera-

zione che si fa, per assicurarsi della esattezza del risultato della prima.

28. La prova della sottrazione si fa nel riunire la più piccola quantità colla differenza (25); se la somma è uguale alla più grande quantità, l'operazione è giusta.

Q. 3.	Da	On7 845.
sottraete		» 523.
restano		On7 322.
Prova		On7 845.

Cominciando dalla destra, dite: da 5 levando 3, restano 2 che si scrivono al di sotto; poscia da 4 levando 2, restano 2 che si scrivono similmente al di sotto; finalmente da 8 levando 5, restano 3 che si scrivono parimente al di sotto.

Il numero 322 è dunque il *resto*, l'*eccedente*, o la *differenza* tra il più piccolo numero ed il più grande.

Per prova, riunite il piccolo numero 523 col resto 322, la somma darà 845, eguale al più grande numero; l'operazione è dunque esatta.

Q. 4. Un particolare era debitore della somma di On7 69270; egli ha pagato in conto On7 58365; si vuole sapere quale somma egli deve ancora. R. On7 10905.

Operazione

	Da	On7 69270.
levate		» 58365.
restano		On7 10905.
Prova		On7 69270.

Per risolvere questa questione, dite: da o levare 5, non si può; s' impresta dal 7 una unità di diecine, che vale dieci unità semplici; allora da 10 levati 5, restano 5 che si scrivono al di sotto; e siccome si è imprestato 1 dal 7, egli non vale più che 6; dite: da 6 levando 6, non resta niente, e si scrive 0; seguitate: da 2 volendo levare 3, non si può; s' impresta dal 9 una unità di migliaja che vale 10 centinaja; riunite questi 10 col 2, fanno 12 ai quali levando 3, restano 9. Essendosi imprestato 1 dal 9, egli non vale più che 8; da 8 levando 8, non resta niente, e si scrive 0; finalmente da 6 levando 5, resta 1 che si scrive.

Si osservi di mettere un punto al di sopra della cifra dalla quale si è imprestato, per avvertirsi che essa vale uno di meno.

Il risultato, ossia la risposta è On7 10905 che restano da pagarsi; lo che è la differenza tra il piccolo numero ed il più grande.

La prova si fa come nella precedente, riunendo On7 58365 con On7 10905, la cui somma è On7 69270.

Q. 5. Un maestro muratore ha fatto un muro lungo canne 1765; un altro maestro ha fatto un altro muro lungo canne 3008; quante canne il secondo muratore ha egli fatte più del primo? R. canne 1243.

Operazione

Da canne	3008.
levate	1765.
Differenza	1243.
Prova	3008.

Avendo detto: da 8 leva 5, resta 3, si dirà da 0 leva 6, non si può; e siccome vi è ancora uno o a sinistra di questo, s' imprestera 1 dal 3 che è posi-

tivo (26), il quale essendo al rango delle migliaja, l'unità che vi si è presa vale 10 centinaja. Col pensiero se ne lasciano nove sopra lo 0 che siegue il 3; l'unità che resta vale 10 diecine che si uniscono collo 0, lo che nulla aumenta, e si dirà da 10 leva 6, resta 4 che si scrive. Lo 0 valendo 9, si dirà: da 9 leva 7, resta 2; e finalmente da 2 leva 1, resta 1. Si avrà dunque per risposta canne 1243 che è la differenza tra il gran numero ed il piccolo.

Prova dell' Addizione

29. La prova dell' addizione si fa colla sottrazione, ma si comincia dalla sinistra. Si sottrae la somma di ciascuna colonna dal numero che è al di sotto, e si scrive il resto sotto questo numero, per aggiungerlo colla cifra che corrisponde alla colonna seguente. Da questa quantità si leva la totalità della colonna: si seguita nella stessa maniera sino all' ultima colonna. Se dal totale dell' addizione si può levare la somma di tutte le colonne, cioè, se viene 0 sotto l' ultima colonna, l' operazione è esatta.

Così, nella questione prima, i tre numeri proposti han dato per somma 16934. La prova si fa dicendo: 7 e 3 fanno 10, e 5 fanno 15, i quali levati da 16, resta 1 che si scrive sotto la cifra, e aggiungendo questo 1 al 9 fa 19; si passa alla seconda colonna dicendo: 6 e 4 fanno 10, e 8 fanno 18, i quali levati da 19, resta 1 che si scrive sotto; questo 1 avvicinato al 3 farà 13; si somma la terza colonna: 4 e 8 fanno 12, e 0 fanno 12, i quali tolti da 13, resta 1; questo 1 avvicinato al 4 farà 14; finalmente 5 e 6 fanno 11, e 3 fanno 14, i quali tolti da 14, non resta niente, e si scrive 0. L' operazione è dunque esatta.

Questa prova è fondata sopra il 3.° assioma:

	7645
	3486
	5803
Somma	16934
Prova	1110

Riprendiamo i quattro numeri della Q. 2.ª per farne la prova. Cominciando dalla sinistra, si dirà: 3 e 7 fanno 10, e 1 fanno 11, i quali tolti da 14, resta 3 che si scrive sotto, e che conta per 3 diecine, perchè in fatti si sono portati 3 dalla colonna precedente. Questo 3 avvicinato allo o farà 30; e si passa alla seconda colonna, dicendo: 6 e 5 fanno 11, e 9 fanno 20, e 8 fanno 28, i quali tolti da 30 resta 2 che si scrive sotto. Questo 2 considerato come 2 diecine unito al 3 fanno 23; si passa alla terza colonna: 7 e 9 fanno 16, e 5 fanno 21, i quali tolti da 23, resta 2 che si scrive sotto; questo 2 è ancora considerato come 2 diecine le quali col 5 fanno 25; or la quarta colonna somma pure 25, dunque non resta niente, l'operazione è dunque esatta.

	3678
	7595
	903
	1859
Somma	14035
Prova	3220

Dell' addizione dei numeri complessi (7)

30. L' addizione dei numeri complessi si fa come quella dei numeri incomplessi (23). Quando si sono scritte le une sotto le altre le quantità della medesima specie, si comincia col sommare le quantità della più piccola specie; se la loro somma non compone una unità della specie immediatamente superiore, essa si scrive sotto le unità della medesima specie; se la somma contiene una o più unità della specie immediatamente superiore, si scrive soltanto l'eccedente d'un numero esatto di questa seconda specie, e si ritengono queste per riunirle collè loro simili, sopra le quali si opera nella stessa maniera.

Q. 6.	Sommate	On7	5845. 24
			3407. 19
			983. 18
			89. 26
	Somma	On7	10326. 27
	Prova		2222. 20

Per risolvere la Questione 6, si comincia dalle unità dei tarì, dicendo: 4 e 9 fanno tredici, e 8 fanno 21, e 6 fanno 27; in 27 tarì vi sono due diecine e restano 7 tarì; questi si scrivono sotto i tarì, e quelle si ritengono per riunirle alle diecine dei tarì, dicendo: 2 ritenuti e 2 fanno 4, e 1 fanno 5, e 1 fanno 6, e 2 fanno 8; in 8 diecine di tarì vi sono 2 once (21) ed avanzano 2 diecine che si scrivono sotto le diecine di tarì; le 2 once si ritengono per riunirle colle once; finalmente si sommano le once come nell' addizione dei numeri incomplessi.

Q. 7.	Sommate	On7	7609.	19.	14
			1958.	17.	16
			7873.	28.	12
			3186.	15.	13
	Somma	On7	20628.	21.	15
	Prova		2222.	22.	10

Avendo cominciato col sommare i grani, ne trovo 15, che fanno una diecina di grani, ed avanzano 5 grani che scrivo sotto, ritenendo la diecina per riunirla colle diecine di grani. Questa diecina riunita colle diecine di grani fanno 5; in 5 diecine di grani vi sono due tarì, e avanza una diecina (21) scrivo questa diecina accanto del 5, e porto 2 tarì per essere riuniti coi tarì: il resto come nella questione precedente.

La prova per le once si fa come al n.° 29. Avendo 2 once di resto all' ultima colonna, si dice: On7 2 fanno 6 diecine di tarì, le quali riunite con 2 fanno 8. Sommando le diecine di tarì, si trova 5, le quali scemate da 8, resta 3. Questo 3 è tre diecine di tarì le quali avvicinate a 1 fanno 31. Si sommano i tarì che fanno 29, tolti da 31, resta 2. Questo 2 è due tarì, che fanno 4 diecine di tarì, le quali riunite alla diecina fanno 5. La somma delle diecine di tarì, è 4, tolti da 5, resta 1 che riunito al 5 fanno 15; e finalmente sommando i grani, se ne trovano 15, i quali tolti da 15, resta 0, ciò che prova che l' operazione è giusta.

Egli è facile il concepire come si deve ragionare per l' addizione delle altre quantità, come canne, palmi, once; quintali, rotoli, once ec

Q. 8. Si vogliono sommare le quantità seguenti:

	Canne	9.	5.	4
	»	14.	6.	7
	»	17.	7.	11
	»	6.	5.	8
Somma.	Canne	49.	1.	6
Prova		23.	2.	0

La somma delle once è $30 = 2$ palmi 6 once (21) si scrivono 6 once, e si ritengono 2 palmi che si sòmmano coi palmi; il tutto produce 25 palmi = 3 canne e 1 palmo; si scrive 1 palmo, e si ritengono 3 canne per essere riunite colle canne; finalmente la somma totale è 49 canne, 1 palmo, 6 once.

La prova si fa come nelle questioni precedenti; ma bisogna osservare che 3 che restano alle canne sono 3 canne che fanno 24 palmi, che si uniscono con 1, lo che fa 25; togliendone 23, somma dei palmi, il resto è 2 che sono 2 palmi = 24 once, le quali riunite a 6 once fanno 30, ed in effetto sommando le once se ne trovano 30.

Q. 9. sommate le quattro quantità seguenti di frumento.

	Sal.	36.	14.	3.	2.	2 (21)
	»	45.	8.	1.	3.	1
	»	27.	12.	2.	1.	3
	»	16.	15.	3.	2.	1
Totale	Sal.	127.	3.	3.	1.	3
Prova		23.	2.	2.	1.	0

Q. 10. Un particolare ha comprato quattro casse di zucchero che pesano come siegue; egli vuole sapere quanto pesano le quattro casse insieme. R. q.li 45. 8. 11,

Operazione

la prima pesa	q.li 12.	74.	8	(21)
la seconda	» 10.	25.	10	
la terza	» 11.	18.	6	
la quarta	» 10.	87.	11	
peso totale	q.li 45.	8.	11	
Prova	02.	22.	0	

Della Sottrazione dei numeri complessi (7)

31. La Sottrazione dei numeri complessi, si fa come quella dei numeri incomplessi, badando di scrivere le une sotto le altre le quantità della medesima specie. Se le parti d' intieri della più piccola quantità sono maggiori di quelle della più grande quantità, bisogna imprestarsi una unità dalla specie immediatamente superiore, unirne il valore colle parti, e fare la sottrazione al solito.

Si comprende facilmente che quel che s' impresta così, nel bisogno, da un numero più grande, per sottrarne le parti del più piccolo, non può impedire di trovare la vera differenza, poichè non si contano che una sol volta le stesse quantità; imperciocchè se si è imprestata una unità da una cifra, si conta questa cifra con uno di meno.

Q. 11.	Da On7 79. 17		Q. 12.	Da On7 673. 10	
levate	» 64. 13		levate	» 580. 19	
restano	On7 15. 4		restano	On7 92. 21	
Prova	On7 79. 17		Prova	On7 673. 10	

Nella questione 12, non potendo levare tt. 19 da tt. 10, s'impresta On7 1 che vale 30 tarì, i quali riuniti coi tt. 10 fanno 40; da tt. 40 levandone 19, ne restano 21.

Ovvero si dirà: levar 9 da 0, non si può, s'impresta una diecina di tarì che uniti collo 0 fanno 10; da 10 levati 9 resta 1. Essendosi imprestata la diecina, non resta più niente; dunque da niente levare una diecina non si può, s'impresta On7 1 che vale 3 diecine di tarì; da 3 diecine levandone 1, restano 2 diecine,

Q. 13.	Da On7 483. 17. 6
levate	» 309. 18. 14
restano	On7 173. 28. 12
Prova	» 483. 17. 6

In questa questione non si possono levare gr. 14 da gr. 6; perciò s'impresta tt. 1 che vale 20 grani, i quali uniti con gr. 6 fanno 26; da 26 levando 14, restano 12. Siccome dai tt. 17 si è imprestato tt. 1, egli non vale più che 16; da 16 levar 18, non è possibile, s'impresta On7 1 che vale tt. 30 i quali uniti con 16 fanno 46; da 46 levando 18 resta 28; il resto come nella Q. 12.

Q. 14.	Da On7	835.		
levate	»	574.	13.	4
restano	On7	260.	16.	16
Prova	»	885.	0.	0

In questa questione bisogna imprestarsi On7 1 = tt. 30; se ne lasciano col pensiero 29 nella colonna dei tarì, e se ne porta 1 = gr. 20 alla colonna dei grani; da essi levando gr. 4, restano gr. 16. Dai tt. 29 che si sono lasciati alla colonna dei tarì levandone tt. 13, restano tt. 16.

Q. 15.	Da Canne	54.	3.	4
levate	»	37.	6.	10
restano	Canne	16.	4.	6
Prova	»	54.	3.	4

Q. 16.	Da q.li	136.	38.	6
levate	»	97.	74.	8
restano	q.li	38.	63.	10
Prova	»	136.	38.	6

Q. 17. Si domanda quanto tempo si è scorso dal 14 novembre 1745, sino ai 24 settembre 1783. R. 37 anni, 10 mesi, 10 giorni.

Per fare queste sorte di regole, bisogna prendere gli anni che precedono quelli che sono nella questione, ed aggiungere ad ogni numero la quantità di mesi che si sono scorsi dal 1.° di Gennajo, poscia sottrarre il piccolo numero dal più grande. I mesi si devono contare di 30 giorni per cadauno,

	Anni.	mesi.	giorni
In vece di 1783, prendete	1782.	8.	24
ed in vece di 1745, prendete	1744.	10.	14
Risposta	37.	10.	10
Prova	1782.	8.	24

Della Moltiplicazione dei numeri incomplessi

DEFINIZIONI

31. La *Moltiplicazione* è una operazione per la quale si ripete un numero che si chiama *Moltiplicando*, tante volte quanto l' unità è contenuta in un' altro numero chiamato *Moltiplicatore*, per aver un risultato nominato *Prodotto*.

Perciò moltiplicare 4 per 3, vuol dire ripetere 4 tre volte, per avere 12 al prodotto. La moltiplicazione non è dunque altro se non se una addizione abbreviata.

33. Il prodotto della moltiplicazione deve essere della medesima specie che il moltiplicando, e reciprocamente, il moltiplicando della medesima specie che il prodotto.

34. I due numeri che si moltiplicano l' uno per l' altro chiamansi *fattori* della moltiplicazione, o del prodotto; quindi 3 e 5 sono fattori di 15; similmente 8 e 9 sono fattori di 72.

Dalla definizione della moltiplicazione, ne risultano le seguenti conseguenze.

35. 1° Che se il moltiplicatore sarà l' unità, il prodotto sarà eguale al moltiplicando. Dunque si può dire che l' unità non moltiplica.

36. 2° Che se il moltiplicatore è più grande che l'unità, il prodotto sarà più grande che il moltiplicando.

37. 3° Che se il moltiplicatore è più piccolo che l'unità, il prodotto sarà più piccolo che il moltiplicando: ed è ciò che succede nelle frazioni.

38. 4° Se, lasciando il moltiplicando tale quale egli è, si duplica, si triplica, si quadruplica ec. il moltiplicando, il prodotto sarà doppio, triplo, quadruplo ec. di quello che sarebbe stato.

Al contrario il prodotto sarebbe la metà, il terzo, il quarto ec., se si prendesse la metà, il terzo, il quarto ec. di uno dei fattori (34) della moltiplicazione.

39. Se si moltiplica una quantità per un numero, o per i fattori di questo numero, si otterrà il medesimo prodotto. Esempio, $7 \times 24 = 168$; similmente $7 \times 4 \times 6 = 168$; o $7 \times 3 \times 8 = 168$, perchè 4 e 6, 3 e 8 sono fattori di 24.

Si otterrà pure un prodotto uguale, se, moltiplicando uno dei fattori per un numero qualunque, si dividerà l'altro fattore pel medesimo numero. Quindi egli è evidente, per cagion d'esempio, che $8 \times 3 = 24$; come $4 \times 6 = 24$. Sarebbe lo stesso di $15 \times 12 = 180$, e di $45 \times 4 = 180$. Questo può servire di prova alla moltiplicazione.

40. La moltiplicazione s'adopera in molte circostanze, imperciocchè ella serve.

1.° A far conoscere il prodotto di due numeri.

2.° A trovare il prezzo totale di più unità della medesima specie, quando si conosce il prezzo dell'unità.

3.° A ridurre in parti gl'intieri delle specie principali, cioè le once in tarì, i tarì in grani, le canne in palmi, ec.

4.° A trovare le superficie, la solidità dei corpi, e ad elevare alle potenze, cioè al quadrato, al cubo, ec.

41. Allorquando non si considerano i fattori della

moltiplicazione che come numeri astratti (6), poco importa quale dei due si prenda per moltiplicando o per moltiplicatore; imperciocchè, per cagion d'esempio, se si deve moltiplicare 4 per 3, si può dire egualmente 3 via 4, o 4 via 3; ovvero 3 × 4, o 4 × 3, si avrà sempre 12 per prodotto.

42. Ma quando il moltiplicando ed il moltiplicatore sono numeri concreti (7) egli è essenziale il distinguere l'uno dall'altro; perchè il primo è sempre quello che si deve ripetere un certo numero di volte indicato dalle unità che contiene il secondo.

Il moltiplicando si deve situare sopra, ed il moltiplicatore sotto. Frattanto per comodità del calcolo, possono mutar luogo, ma conservano sempre il nome che ad essi conviene.

Il moltiplicatore deve sempre essere considerato come un numero astratto (6) il quale indica quante volte si deve prendere o ripetere il moltiplicando.

Prima di fare la moltiplicazione è di mestieri sapere a mente la tavola della moltiplicazione.

TAVOLA PITTAGORICA

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

Per fare uso di questa tavola, si prende nella prima colonna, a sinistra, uno dei numeri che si devono moltiplicare, e l'altro nella prima linea orizzontale superiore della tavola; si fanno quadrare insieme, seguendo la linea orizzontale e verticale. La casella ove queste due linee si uniscono dà il prodotto che si cerca. Esempio: se si vogliono moltiplicare 8 per 6, si troverà 48.

ALTRA TAVOLA DI MOLTIPLICAZIONE

2	via	2	fanno	4
2		3		6
2		4		8
2		5		10
2		6		12
2		7		14
2		8		16
2		9		18
2		10		20
2		11		22
2		12		24
3	via	3	fanno	9
3		4		12
3		5		15
3		6		18
3		7		21
3		8		24
3		9		27
3		10		30
3		11		33
3		12		36
4	via	4	fanno	16
4		5		20
4		6		24
4		7		28
4		8		32
4		9		36
4		10		40
4		11		44
4		12		48
5	via	5	fanno	25
5		6		30
5		7		35
5		8		40
5		9		45
5	via	10	fanno	50
5		11		55
5		12		60
6	via	6	fanno	36
6		7		42
6		8		48
6		9		54
6		10		60
6		11		66
6		12		72
7	via	7	fanno	49
7		8		56
7		9		63
7		10		70
7		11		77
7		12		84
8	via	8	fanno	64
8		9		72
8		10		80
8		11		88
8		12		96
9	via	9	fanno	81
9		10		90
9		11		99
9		12		108
10	via	10	fanno	100
10		11		110
10		12		120
11	via	11	fanno	121
11		12		132
12	via	12	fanno	144

Moltiplicazione dei numeri incomplessi (7) con una sola cifra.

43. Dopo avere scritto il moltiplicatore sotto il moltiplicando, si moltiplicheranno prima le unità del moltiplicando pel moltiplicatore. Se il prodotto non contiene che delle unità, si scriveranno sotto; s'egli contiene delle unità, e una o più diecine, si scriveranno soltanto le unità, e si serberanno le diecine che si conteranno (14) come tante unità, per essere riunite col prodotto seguente. Si moltiplicheranno similmente le diecine del moltiplicando, aggiungendo al prodotto le diecine che si sono ritenute; se questo secondo prodotto oltrepassa 9, si scriveranno solamente le unità delle diecine, ritenendosi le diecine, che conteranno come tante unità, per essere aggiunte al prodotto seguente che darà dei centinaj.

Si seguiranno a moltiplicare nello stesso modo tutte le cifre del moltiplicando, e quando si sarà arrivato all'ultima, si scriverà il numero intiero del prodotto aumentato con quel che si sarà ritenuto dal prodotto precedente.

Q. 18. Si vuole moltiplicare 532 per 4; quale ne sarà il prodotto? R. 2128.

Moltiplicando	532
Moltiplicatore	4
Prodotto	2128

Cominciando a destra dalle unità, dite: 4 via 2, o 2 via 4, fanno 8; posate 8 sotto le unità. Passate alla seconda cifra, dicendo: 3 via 4 fanno 12, cioè a dire, 12 diecine, perchè si moltiplicano le diecine

con delle unità; scrivete 2 diecine, e ritenete 10 che fanno 1 cento, per riunirlo col terzo prodotto, che si fa dicendo: 4 via 5 fanno 20, e 1 ritenuto fanno 21, che scriverete per intiero, perchè nulla resta più da moltiplicare.

Il numero 2128 è il prodotto domandato. Egli contiene 4 volte il moltiplicando; imperciocchè egli contiene 4 volte le unità, 4 volte le diecine, e 4 volte i centinaj: egli contiene dunque 4 volte il numero intiero 532.

Q. 19. Si domanda quanto costeranno 754 quintali di zucchero ad On7 9 il quintale. R. On7 6786.

Moltiplicatore q.li	754
Moltiplicando On7	9
Prodotto	On7 6786

44. Nella Q. 18, i fattori essendo numeri astratti, si sarebbe potuto prendere 4 per moltiplicando, e 532 per moltiplicatore. Ma la cosa è diversa per la Q. 19, nella quale i fattori essendo numeri concreti (42), il 9 è moltiplicando, essendo della stessa natura (33) del prodotto, ed egli si è ripetuto 754 volte; e quest' ultimo numero è il moltiplicatore. (32). Frattanto per maggiore comodità il moltiplicatore è stato situato sopra (42), ed il moltiplicando sotto.

Della Moltiplicazione con più cifre.

45. Allorchè i fattori (34) hanno più d' una cifra, bisogna moltiplicare tutte le cifre del fattore superiore, per ogni cifra del fattore inferiore, nello stesso modo insegnato quì sopra (43); ma bisogna osservare il luogo che deve occupare la prima cifra di ciascun prodotto. Quando la moltiplicazione si fa con unità,

il prodotto dà delle unità; se si moltiplica con diecine, il prodotto dà delle diecine; se si moltiplica con centinaj, il prodotto dà dei centinaj ec.

Perciò quando si moltiplicherà colla seconda cifra, la prima cifra del prodotto si metterà sotto le diecine, avanzandosi le altre verso la sinistra. Quando si moltiplicherà colla terza cifra, si scriverà la prima cifra del prodotto al rango dei centinaj; e così delle altre, sempre avanzando d'un rango verso la sinistra.

Q. 20. Quanto costeranno 648 quintali di caffè ad On7 27 il q.le? R. On7 17496.

Operazione

Moltiplicatore	q.li	648
Moltiplicando	On7	27
1.° prodotto parziale	»	4536
2.° prodotto parziale	»	1296
Prodotto totale	On7	17496

Cominciando per la destra, si dice: 7 via 8 fanno 56, si scrive 6 e si porta 5; 4 via 7 fanno 28, e 5 fanno 33; si scrive 3, e si porta 3; 6 via 7 fanno 42, e 3 fanno 45, che si scrive per intiero.

Si passa alla seconda cifra del fattore inferiore: 2 via 8 fanno 16; ma queste sono diecine; si scrive dunque 6 sotto le diecine, e si porta 1; 2 via 4 fanno 8, e 1 fanno 9; si posa 9 e non si porta niente; 2 via 6 fanno 12 che si scrive per intiero.

Per avere il prodotto totale, si sommano i prodotti parziali.

Prova (39)

Metà del fattore superiore	324
Doppio del fattore inferiore	54
	1296
	1620
Prodotto eguale a quello della regola	17496

Q. 21. Si domanda quanti giorni vi sono in 5784 anni, contando l'anno di 365 giorni. R. 2111160 giorni. Due milioni, cento undici mila, cento sessanta giorni.

Moltiplicatore	5784	
Moltiplicando	365	giorni
1.° prodotto	28920	
2.° prodotto	34704	
3.° prodotto	17352	
Risposta	2111160	giorni

Prova

la metà	2892
il doppio	730
	86760
	20244
	2111160

Nota. Nella prova di questa regola, la prima cifra

del fattore inferiore essendo uno o, si è scritto questo zero, e si è passato subito alla moltiplicazione delle diecine; ma il 7 essendo centinaj, la prima cifra di questo prodotto si è posta al rango dei centinaj, lasciando due cifre o figure alla destra (14).

46. Allorchè il moltiplicando, od il moltiplicatore, o tutti e due sono terminati con zeri, si fa semplicemente la moltiplicazione delle cifre positive, come se non vi fossero dei zeri; e alla destra del prodotto si metteranno tanti zeri quanti ve ne sono nei due fattori insieme.

Q. 22. Si vuole moltiplicare 4800 per 3600; quale ne sarà il prodotto? R. 17280000.

4800	*Prova*	9600
3600		1800
288		768
144		96
17280000		17280000

Si è moltiplicato semplicemente 48 per 36; e dopo aver sommato i due prodotti parziali, si sono messi quattro zeri alla destra della somma, cioè due pel moltiplicando, e due pel moltiplicatore, e si è ottenuto il prodotto totale.

47. Quando si trova uno zero per prima cifra a destra, o in mezzo alle cifre del moltiplicatore; non si fa altro che calare questo zero al prodotto parziale, secondo il rango ch'egli occupa, e si passa alla cifra sequente, il cui prodotto si scrive sopra la medesima linea.

Q. 23. Quale somma abbisognerebbe per pagare 2163 cavalli comprati a Duc. 305 l'uno? R. Duc. 659715.

$$
\begin{array}{r l}
 & 2163 \\
\times & 305 \text{ Ducati} \\
\hline
 & 10815 \\
 & 64890 \\
\hline
 & 659715 \text{ Ducati}
\end{array}
$$

Dopo avere moltiplicato per 5 tutto il fattore superiore, si è posto lo zero al rango delle diecine, e subito dopo si è scritto il prodotto per 3, ciò che contiene dei centinaj.

Riduzione delle Specie principali in parti di esse.

48. Chiamansi *Specie principali*, in un numero, le Specie di cui ciascuna unità contiene più unità di minor valore. Quindi in un numero composto di Once, tarì e grani; le once sono la *Specie principale.* In un numero composto di Canne, palmi ed once; le canne sono la *Specie principale* ec.

Si riducono gl' intieri delle Specie principali in parti di essi, moltiplicando quest' intieri pel numero che esprime di quante parti essi sono composti.

Q. 24. Si domanda quanti grani sono contenuti nella somma di On7 475. R. gr. 285000.

Poichè un' oncia è composta di 30 tarì, ed ogni tarì di 20 grani, un' oncia è composta di 600 grani; bisogna dunque ripetere 600 grani tante volte quante unità vi sono in On7 475; cioè moltiplicare 600 per 475, o 475 per 600.

	475	
	× 600	
Prodotto	285000	grani

Questa operazione può farsi di un' altra maniera, riducendo prima le once in tarì, osservando che il prodotto dovrà dare tante volte 30 tarì, quante once si vogliono ridurre, poichè (21) On7 1 = tt. 30. Bisognerà dunque moltiplicare 30 tarì per il numero di On7 475; il prodotto darà i tarì contenuti in On7 475. Moltiplicando poi questo prodotto per 20, giacchè il tarì vale 20 grani, il prodotto darà i grani contenuti nella somma di On7 475.

On7	475	
× tt.	30	
tarì	14250	
× gr.	20	
Totale	285000	grani

Quando la somma contiene Once, tarì e grani, bisogna, moltiplicando per 30, aggiungere i tarì al prodotto; e moltiplicando per 20, aggiungere i grani al prodotto.

Q. 25. Quanti grani sono contenuti nella somma di On7 37 . 19 . 4 ,? R. gr. 22584.

```
On7  37 . 19 . 4
×     30
---------------
tarì 1129
×       20
---------------
     22584 grani
```

I tarì ed i grani si aggiungono, nel moltiplicatore, nel modo seguente: in vece di scrivere lo zero del moltiplicando 30, si scrivono 9 tarì, e la diecina che resta si riunisce colle diecine, dicendo: 3 via 7 fanno 21, e 1 fanno 22, si scrive 2 e si porta il 2 ec. Quanto ai grani, si scrivono le unità in vece dello zero del moltiplicando 20, e se vi fosse una diecina, si aggiungerebbe alla moltiplicazione per 2.

Q. 26. Quanti minuti vi sono in 365 giorni, 5 ore, 48 minuti? R. 525948 minuti.

```
    365 gior., 5 ore, 48 minuti
×    24
---------
   1465
   730
---------
   8765
×    60
---------
 525948 minuti
```

In questa operazione, moltiplicando i giorni per 24 per ridurli in ore, si aggiungono le 5 ore al prodotto della moltiplicazione parziale per 4, dicendo: 4 via 5 fanno 20, e 5 fanno 25, si scrive il 5 e si porta il 2 ec. Pei minuti, moltiplicando per 60, si scrive

8 in vece dello zero, e le quattro diecine si aggiungono, dicendo: 5 via 6 fanno 30, e 4 fanno 34, ec.

Q. 27. Si vogliono ridurre in Once, q.li 74 . 47 . 8; quante once vi saranno? (contando il rotolo di 12 once). R. 89372 once.

```
 q.li 74 . 47 . 8
×      100
   ___________
       7447
×        12
   ___________
      59372 once
   ___________
```

Per ridurre i quintali in rotoli, si devono moltiplicare i quintali per 100 (21) ma siccome l' unità non moltiplica (35), l' operazione si fa semplicemente, aggiungendo due zeri al numero di quintali; ma se si devono ridurre in rotoli, dei quintali e rotoli, basterà lo scrivere i rotoli alla destra dei quintali; e così q.li 37, e rotoli 84 faranno rot. 3784; ma se i rotoli fossero minori di 10, in tal caso, si dovrebbero scrivere i rotoli alla destra dei quintali, frapponendo uno zero tra i quintali ed i rotoli; quindi 45 q.li 7 rotoli fanno 4507 rotoli.

Della Divisione dei numeri incomplessi.

Definizioni

49. La *Divisione* è una operazione per la quale si cerca quante volte un numero che si chiama *Dividendo*, ne contenga un'altro nominato *Divisore*, e questo risultato chiamasi *Quoziente*.

Si può definire la divisione. 1.° Una operazione colla quale si toglie una quantità da un'altra più grande, quante volte quella è contenuta in questa.

2.° Una operazione per la quale si divide una data quantità, in tante parti eguali quante se ne vogliono, le quali parti sono indicate dal numero d'unità del divisore.

3.° Una operazione per la quale si esprime il rapporto che esiste tra due quantità: questo serve nelle proporzioni geometriche.

Perciò, dividere, per esempio, 12 per 4, significa 1.° cercare quante volte il dividendo 12 contiene il divisore 3; 2.° togliere 3 dal numero 12 quante volte 3 è contenuto in 12; 3.° dividere 12 in 3 parti eguali; 4.° finalmente mostrare il rapporto o la ragione di 12 a 3. In ciascuna di queste operazioni, il risultato sarà egualmente 4.

Il divisore ed il quoziente possono dunque essere considerati come fattori del dividendo; imperciocchè il dividendo contiene tante volte il divisore, quante unità vi sono nel quoziente.

Come la moltiplicazione è una addizione abbreviata, similmente la divisione è una sottrazione abbreviata.

50. Nella divisione, il divisore può essere l'unità, o più grande, o più piccolo dell'unità.

1.° Se il divisore è l'unità, il quoziente sarà eguale al dividendo: si può dunque dire che l'unità non divide.

2.° Se il divisore è più grande dell'unità, il quoziente sarà più piccolo del dividendo.

3.° Se il divisore è più piccolo dell'unità, il quoziente sarà più grande del dividendo: ed è ciò che ha luogo nelle frazioni.

4.° Il dividendo restando sempre lo stesso, quanto più sarà grande il divisore, tanto più sarà piccolo il quoziente; e più il divisore sarà piccolo, più il quoziente sarà grande.

5.° quando il divisore ed il dividendo sono eguali, il quoziente è l'unità; perciocchè allora, questo significa dividere una quantità per essa stessa, la quale non può contenersi che una volta. Es. se si divide 4 per 4, il quoziente sarà 1.

6.° Finalmente, quando il divisore è più grande del dividendo, il quoziente è più piccolo dell'unità, poichè esso non vi è contenuto una volta', perciocchè egli è chiaro, per cagion d'esempio, che se si vuol dividere 3 per 4, non si avrà che una divisione indicata, od una frazione espressa per $^3/_4$, cioè tre quarti di unità,

51. Se il dividendo, ed il divisore saranno moltiplicati, o divisi per un medesimo numero, il quoziente sarà sempre lo stesso; perchè il dividendo e il divisore conserveranno così fra di essi il medesimo rapporto. Es. Sia 12 a dividere per 6, il quoziente sarà 2. Se si moltiplicheranno 12 e 6 per 4, si avrà 48 a dividere per 24, il cui quoziente sarà 2. Similmente se si divideranno 12 e 6 per 3, si avrà 4 a dividere per 2, il cui quoziente sarà parimente 2. Questo principio serve molto nella riduzione delle frazioni. e nelle proporzioni geometriche.

Si è veduto (39) che, moltiplicando una quantità per un numero, o per i suoi fattori, si ottiene lo stesso prodotto; così similmente se una quantità vien divisa per un numero, o per i fattori di questo numero, ne risulterà un quoziente eguale. Es. 72 diviso per 8 darà 9 al quoziente; se si divide successi-

vamente 72 per 4 e per 2, fattori di 8, si avrà egualmente 9 per quoziente; imperciocchè 72 diviso per 4, dà per quoziente 18; e dividendo 18 per 2, ne risulterà 9.

Il quoziente è per l' ordinario della medesima natura che il dividendo; ovvero egli non è che un numero astratto (6) il quale indica quante volte il divisore è contenuto nel dividendo.

52. Quando si conoscono uno dei fattori, o più fattori (34) d' un numero, per avere il fattore incognito, bisogna dividere il numero proposto per il fattore conosciuto, o per il prodotto dei fattori conosciuti. Es. Sapendo che 5 è un fattore di 15, dividendo 15 per 5, si avrà 3 per l' altro fattore. Altro esempio: se si conoscono 4 e 6 fattori di 72, dividendo 72 per 24, prodotto dei fattori conosciuti 4 e 6, si avrà 3 per il fattore incognito. Questo principio serve nella riduzione delle frazioni nella medesima denominazione, e nelle proporzioni geometriche composte.

Se si moltiplica una quantità per un numero qualunque, e se il prodotto si divide per lo stesso numero, ne risulterà un quoziente eguale alla prima quantità. Se, per esempio, si moltiplica 4 per 3, e si divide il prodotto 12 per 3, ne risulterà 4 che è la prima quantità: l' operazione della moltiplicazione, è quella della divisione per un medesimo numero sono dunque inutili.

53. La divisione serve 1.° a trovare quante volte una quantità (3) è contenuta in un' altra.

2.° A dividere una quantità in tante parti eguali quante se ne vogliono.

3.° A trovare il valore d' una sola cosa per la conoscenza del prezzo comune di molte cose.

4.° A ridurre le parti ai loro intieri; per esempio, dei tarì in once, dei palmi in canne, delle tumola in salme ec., allorchè vi sono bastanti specie inferiori, per farne una o più della specie superiore o principale (48).

5.° A provare la moltiplicazione; perciocchè (52) dividendo il prodotto per uno dei fattori, il quoziente deve dare l' altro fattore.

54. Si dispone questa operazione, scrivendo sopra una medesima linea orizzontale il dividendo ed il divisore separati con una linea o con una grappa; sotto il divisore si scrive il quoziente che forma la risposta.

Esempio. Dividendo 18	}	6 Divisore
0		3 quoziente

55. Il quoziente deve avere tante figure o cifre, quanti membri vi sono nella Divisione.

Membri di divisione chiamansi le diverse parti del dividendo, per le quali bisogna fare delle divisioni parziali, allorchè la divisione non si può fare in un solo colpo.

56. Per trovare il numero dei membri contenuti in una divisione; bisogna prima esaminare quante cifre debbonsi prendere a sinistra del dividendo, acciò tutto il divisore vi sia contenuto, e questo forma il primo membro; tutte le figure o cifre che restano a destra del dividendo formano altrettanti altri membri. Se dunque, dopo aver determinato il primo membro, restano ancora due cifre, vi saranno tre membri nella divisione, e quindi (55) il quoziente sarà composto di tre cifre. Convien mettere un punto sopra la cifra che termina il primo membro della divisione.

57. Quattro cose sono da osservarsi nella divisione di ciascun membro. 1.° Che se l' ultima cifra a destra del primo membro è al rango dei centinaj (14), la prima cifra che risulterà al quoziente sarà uno o più centinaj; se la medesima è al rango delle migliaja, la prima figura del quoziente sarà uno o più migliaja ec.

2.° Che il prodotto del divisore, per la cifra che si scrive al quoziente, deve essere sempre minore che il membro che si divide, o almeno, essergli eguale.

3.° Che il resto di ciascuna divisione parziale deve sempre essere minore del divisore.

4.° Che non può mai risultare più di 9 al quoziente, per ciascun membro di divisione.

58. Per eseguire la divisione, dopo aver fatto ciò che insegna il n.° 56, si cerca quante volte il divisore è contenuto nel numero che si divide, e questo numero di volte, il quale non può giammai essere più di 9, si scrive al quoziente; si moltiplica il divisore per la cifra che si viene di mettere al quoziente, e se ne porta il prodotto sotto il numero che si divide, e dal quale si sottrae (26); in seguito, a destra del resto del primo membro si scende la cifra che lo siegue; lo che forma il secondo membro, e si fa la stessa operazione per ciascun membro.

Egli è facile lo scorgere che, con queste divisioni parziali, si toglie il divisore dal dividendo tante volte quanto in esso egli è contenuto. Imperciocchè se, per cagion d'esempio, vi sono tre membri nella divisione, il quoziente della prima divisione parziale dà il numero delle centinaja di volte che il divisore è contenuto nel dividendo; il quoziente della seconda divisione parziale, il numero delle diecine, ec.; il quoziente totale (49) è dunque la vera risposta che si cerca.

59. Dopo aver disceso una cifra per formare un nuovo membro, se accade che il divisore in esso non sia contenuto, vale a dire, se il membro sia più piccolo del divisore, allora si posa uno zero al quoziente, e si scende un'altra cifra per formare il membro seguente ec.

60. La prova della divisione si fa moltiplicando il divisore per il quoziente, aggiungendo a questo prodotto il resto, se ve n'è: se il risultato di questa operazione è uguale al dividendo; l'operazione è ben fatta.

La ragione di questa prova è sensibile, poichè per la divisione, si è trovato quante volte il dividendo

conteneva il divisore (49), egli è dunque evidente che, se si ripete il divisore questo numero di volte, il prodotto risultante dovrà essere uguale al Dividendo.

Q. 28. Si vorrebbe sapere quante volte il numero 8 è contenuto in 3624. R. 453 volte.

Per fare questa regola, bisogna dividere 3624 che è il dividendo (49) pel numero 8 che è il divisore. Si dispongano questi due numeri come è stato detto (54 e seguenti).

Dividendo	3624	8 Divisore	Prova
	32	453 quoziente	453 quoziente
2°.membro	42		× 8 divisore
	40		3624
3.°membro	24		
	24		
	00		

Si osserva che la prima cifra a sinistra del dividendo non contenendo il divisore, si devono prendere le due prime 36, per formarne il primo membro, sopra il quale si mette un punto (56); e poichè vi sono due cifre appresso, si conchiude che vi sono tre membri di divisione, e consequentemente che verranno tre cifre al quoziente.

Dietro queste osservazioni, cominciando per la destra del dividendo, si dovrebbe dire, in 3600 quante volte 8? Ma si dice soltanto, in 36 quante volte 8? vi entra 4 volte, lo che è la stessa cosa, imperciocchè questo 4 è 400 (57) poichè deve avere due cifre alla destra (14); si posa dunque questo 4 al quoziente, sotto il divisore, che si moltiplica dicendo: 4 via 8 fanno 32 che si posano sotto il primo membro 36: si fa la sottrazione (26) e resta 4.

A destra di questo 4 si scende il 2 che siegue il

primo membro, lo che forma 42 per secondo membro; si continua dicendo: in 42 quante volte 8? vi sono 5 volte; si posa 5 al quoziente a destra del 4, e si dice: 5 via 8 fanno 40, che si posano sotto il secondo membro 42; si fa la sottrazione, e resta 2 che si posa.

Finalmente si scende la terza figura 4 del dividendo, al lato destro del resto 2, e si ha 24 per terzo membro; si dice in 24 quante volte 8? vi sono 3 volte; si posa il 3 al quoziente, e per questo 3 si moltiplica il divisore, dicendo: 3 via 8 fanno 24 che si posano sotto il terzo ed ultimo membro, il quale essendo pure 24, e sottraendo, non resta niente.

Tutte le cifre del dividendo essendo state discese e divise, l' operazione è finita, e viene per risposta 453, cioè che 8 è contenuto 453 volte in 3624, o che questo numero è diviso in 8 parti eguali, ognuna delle quali è 453.

Per fare la prova, si è moltiplicato il quoziente 453 pel divisore 8, ed il prodotto è stato 3624, numero eguale al dividendo, dunque l' operazione è giusta.

Q. 29. Si vuol dividere la somma di On7 8928 tra 32 persone, quale sarà la parte di ciascuna? R. On7 279.

Dividendo On7	8928	32 divisore	Prova
	64	279	
2.° membro	262		On7 279 quozi.
	224		× 32 diviso.
3.° membro	288		558
	288		837
	000		8928

Osservo come si è detto alla Q. 28, quante cifre a

sinistra del dividendo si devono prendere, acciò tutto il divisore vi sia contenuto; vedo che basta il prenderne due, cioè 89. Dovrei dunque dire in 89 quante volte 32? ma dico soltanto in 8 quante volte 3? vi entrano 2 volte; scrivo 2 al quoziente, col quale moltiplico 32, il cui prodotto è 64 che scrivo per sottrarlo da 89, primo membro, ed il resto è 25 che scrivo sotto, e a destra di cui abbasso il 2 del dividendo per formare il secondo membro 252.

Dico in 25 quante volte 3? Al primo colpo d'occhio, sembra che vi potessero entrare 8 volte; ma prima di scrivere alcuna cifra, tento l'8, facendo in disparte, o a mente il prodotto del divisore per 8, lo che produce 256, più grande del numero a dividere; onde conchiudo che la cifra 8 sarebbe troppo grande; non metto dunque che 7 al quoziente, e faccio la moltiplicazione del divisore per 7, al solito, cominciando a destra, ed ho 224 a sottrarre dal secondo membro; resta 28, alla destra del quale abbasso l'ultima cifra del dividendo, per avere 288, ultimo membro della divisione.

Dico in 28 quante volte 3? vi entrano 9 volte che scrivo al quoziente, faccio il prodotto del divisore per questo 9, ne risulta 288, il quale essendo sottratto dall'ultimo membro, non resta niente.

La Risposta è dunque 279, cioè che On7 8928 divise a 32 persone, daranno On7 379 per la parte di ciascuna.

Q. 30. Un bastimento ha portato 4536 pezze di panno fino le quali sono state tutte vendute allo stesso prezzo a diversi mercanti; la somma totale prodotta da tali vendite è stata On7 1703835, si domanda a qual prezzo è stata venduta ogni pezza di questo panno? R. On7 375, un poco più.

1703835	4536	Prova
13608	——	
——	375	4536 pezze di panno
34303		On7 375 prezzo della pezza
31752		——
——		22680
25515		31752
22680		13608
——		2835 resto aggiunto
Resto 2835		——
		On7 1703835

In questa operazione, per avere il primo membro, vedo che il divisore non è contenuto nelle quattro prime cifre del dividendo, perciò ne prendo cinque, cioè 17038, e metto un punto sopra 8. Dico in 17 quante volte 4? Sembra che vi possa entrare 4 volte; provo il 4, moltiplicando il divisore, lo che forma un prodotto più grande del membro a dividere, il 4 non può dunque entrarvi; tento il 3, e vedendo che vi può entrare, faccio il prodotto del divisore per questo 3, e scemandolo dal membro che divido, resta 3430; a destra di questo numero abbasso la cifra 3, per formare il secondo membro.

Dico in 34 quante volte 4? sembra che vi possa entrare 8 volte; moltiplico il divisore per 8, e vedo che il prodotto 36288 è più grande che 34303; poso dunque 7, e seguitando l'operazione avrò per risposta 375; vale a dire che ogni pezza di panno è stata venduta On7 375; ma vi è un resto nella divisione, lo che fa conoscere che il prezzo è un poco più di On7 375: si vedrà in appresso come si valuta questo resto; per adesso basta il sapere che questo resto deve riunirsi alla prova, come si è fatto nella operazione qui sopra.

Q. 31. Tre negozianti hanno comprato 369 botti di caffè le quali, insieme colle spese doganali ed altre,

sono costate On7 39557, a quanto viene costata ogni botte? R. On7 107, un poco più.

39557	369			Prova
369	———		369	botti di caffè
———	107	On7	107	prezzo della botte
2657			———	
2583			2583	
———			3690	
74			74	resto aggiunto
			———	
		On7	39557	

In questa operazione, dopo avere sottratto dal primo membro 369, prodotto del divisore per la prima cifra del quoziente, resta 26, alla destra di cui avendo abbassato 5, si ha avuto per secondo membro 265 più piccolo del divisore (59); si è dunque posato o al quoziente, e si è abbassata un'altra cifra del dividendo per formare il terzo membro; ed avendo continuata la divisione, il quoziente è stato On7 107 che forma il prezzo della botte di caffè, con un resto di On7 74 che si devono ripartire sopra le 369 botti: s'insegnerà in appresso come si deve fare tale ripartizione.

Altra maniera di fare la Divisione.

61. Il metodo che si è seguito nelle quattro questioni precedenti della divisione, quantunque più facile non è il più breve, nè quello che si usa ordinariamente; egli dà però il mezzo di far la prova colla sola addizione dei prodotti parziali riuniti col resto della divisione, come è facile l'osservarlo. È stato dunque per rendere la divisione più facile ad impararsi che si è scritto sotto ciascun membro il prodotto del divisore per il quoziente, per farne la sottrazione;

ma questa sottrazione può farsi senza scrivere i prodotti. La moltiplicazione si fa solamente col pensiero, e a misura che si moltiplica, si sottrae ciascun prodotto dal numero che gli corrisponde nel dividendo, ossia membro della divisione.

62. Quando la cifra dalla quale si deve sottrarre il prodotto d' una figura del divisore pel quoziente, è minore di questo prodotto, si aumenta questa cifra d' un numero di diecine che lo renda, o eguale, o superiore a questo prodotto, imprestando dalla cifra a sinistra, tante unità di diecine quante ne abbisognano; e si ritiene dipoi questo stesso numero d' unità per riunirle col prodotto seguente.

Q. 32. Un Principe assicura che le sue rendite annuali ascendono ad On7 345786, e che nel corso dell' anno, egli spende tutta questa somma; si domanda quale somma egli spende ogni giorno, contando l' anno di 365 giorni R. On7 947 circa.

Dividendo	345786	365 divisore	Prova
2.° membro	1728	——	365 giorni
3.° membro	2686	947	On7 947 ogni giorno
Resto	131		

2555
1460
3285
131 resto
345786

Dopo aver preso le quattro prime cifre del dividendo, necessarie per contenere il divisore, e per formare il primo membro, dite come nelle operazioni precedenti, in 34 quante volte 3? pare che vi possa entrare 10 volte; ma (57) non si può mettere più di 9, scrivete dunque 9 al quoziente; e in vece di scrivere sotto 3457, primo membro del dividendo, il prodotto 3285 del divisore per 9, moltiplicate prima 5

per 9, il cui prodotto è 45 che si deve sottrarre dalla prima cifra a destra del primo membro, il quale è 7, ciò che è impossibile; prendete dunque 4 unità sopra la cifra seguente a sinistra; questo 4 vale 4 diecine, relativamente al 7 il quale è alla destra, ossia 40, il quale riunito al 7 fanno 47; da 47 levate 45, resta 2 che poserete sotto il 7.

Per tener conto delle quattro diecine che si sono prese sopra il 5, in vece di diminuire questa cifra di 4, ritenete 4 che aggiungerete al prodotto seguente. Continuate la moltiplicazione dicendo: 6 via 9 fanno 54, e 4 ritenuti fanno 58, che non si possono togliere da 5, perciò si prende 6 sopra le cifre precedenti; questo 6 è 6 diecine ossia 60, e 5, fanno 65 dal quale levando 58, resta 7, che si scrive sotto il 5, e ritenete 6 per il prodotto seguente; finalmente dite 3 via 9 fanno 27 e 6 ritenuti fanno 33, il quale tolto da 34, resta 1 che si scrive sotto il 4: il resto totale del primo membro è dunque 172.

A destra di 172, abbassate 8 per avere il secondo membro, e dite in 17 quante volte 3? non può entrarvi che 4 volte, e si scrive al quoziente; dipoi moltiplicate il divisore per questo 4, e dite 4 via 5 fanno 20, il quale tolto da 28, (perchè si prendono due diecine sopra la cifra precedente) resta 8; posate 8 e ritenete 2; seguitate dicendo: 4 via 6 fanno 24, e 2 ritenuto fanno 26, il quale tolto da 32, resta 6; posate 6 e portate 3; finalmente 3 via 4 fanno 12, e 3 ritenuto fanno 15, il quale tolto da 17 resta 2 che si posa: il resto totale del secondo membro è dunque 268.

Al lato destro di 268 abbassate l' ultima cifra del dividendo, per formare l' ultimo membro, e dite in 26 quante volte 3? non vi entra che 7 volte; scrivete 7 al quoziente e dite 5 via 7 fanno 35, il quale tolto da 36 resta 1, si posa 1 e si porta 3; 6 via 7 fanno 42 e 3 ritenuto fanno 45, per andare a 48, avanza 3; si posa 3 e si porta 4; finalmente 3 via 7

fanno, 21, e 4 ritenuto fanno 25, il quale tolto da 26, resta 1 che si posa.

La risposta è dunque On7 947, e restano On7 131 che si aggiungono alla prova.

Tutte le divisioni che si faranno nel seguito di questo trattato, si faranno secondo quest' ultimo metodo.

Mezzi di abbreviare la Divisione

63. La divisione si può abbreviare in diversi casi.

1.° Quando il divisore è composto di una sola cifra.

2.° Quando il divisore è prodotto da due fattori (51) ciascuno d' una sola cifra.

3.° Troncando un medesimo numero di zeri alla destra del dividendo e del divisore.

4.° Allorchè il divisore è l' unità seguita da uno, o da più zeri.

Esempi del primo caso.

Q. 33. Si vuole dividere il numero 2928 in quattro parti egnali, quale sarà ogni parte? R. 732.

Prendete la quarta parte di 2928
ed avrete . . . . . 732 per risposta

Per fare quest' operazione, dite la quarta parte di 2, non si può prendere, riunendolo perciò al 9 dite la quarta parte di 29 è 7 per 28, e resta uno che vale 10, e 2 fanno 12; la quarta parte di 12 è 3, e non resta niente; e la quarta parte di 8 è 2; la quarta parte del numero intiero è dunque 732.

Q. 34. Si domanda quante volte il numero 8 è contenuto in 3624. R. 453.

Prendete l' ottava parte di 3624
ed avrete per risposta 453

Dicendo: l'ottava parte di 36 è 4 per 32, e restano 4 diecine che fanno 40 e 2 fanno 42; l'ottava parte di 42 è 5 per 40, e restano 2 che fanno 20, e 4 fanno 24; l'ottava parte di 24 è 3. Questa questione è la stessa della Q. 28, ma l'operazione è molto più abbreviata.

Esempi del secondo caso.

Q. 35. Una società di 32 uomini ha guadagnato On7 8928; si domanda quale sarà la parte di ciascun socio. R. On7 279.

Si dovrebbe dividere 8928 per 32; i due fattori (34) di 32 sono 4 e 8; perciocchè 4 × 8 = 32. Bisogna dunque prendere la quarta parte di 8928, in seguito l'ottava parte di questo quarto.

Prendete prima 1/4 di . 8928
avrete 2232
Prendete 1/8 del quarto On7 279 è la risposta.

Egli è facile il sentire la precisione di questa operazione, imperciocchè, dividere un numero per 32, significa lo stesso che renderlo 32 volte più piccolo; prendendo dunque la quarta parte della somma, si è renduta quattro volte più piccola; e si rende ancora questa 8 volte più piccola, prendendo l'ottava parte del quarto. Si deve dunque avere un numero che sia 4 volte 8 volte, o 32 volte più piccolo: dunque 8928 è stato realmente diviso per 32, e 279 è la risposta, o il quoziente della divisione, come nella questione 29.

Q. 36. Si vuole dividere la somma di On7 20483 in 63 persone, quale sarà la parte di ciascuna? On7 325 circa.

I due fattori di 63 sono 7 e 9, imperciocchè 7 × 9 = 63.

Prendete prima il settimo di On7 20483
il risultato sarà . . . . . . 2926 $1/7$
Poi prendete il nono del $1/7$; il $1/9$ è On7 325 + On7 8
di resto, da dividersi in 63 parti.

Dopo avere preso il settimo, egli è restato 1 che ho scritto sotto questa forma $1/7$ che si esprime dicendo un settimo; in seguito ho preso il nono del settimo in questa maniera: il nono di 29 è 3 per 27; resta 2 che vale 20, e 2 fanno 22; il nono di 22 è 2 per 18; resta 4 che vale 40, e 6 fanno 46; il nono di 46 è 5 per 45, e resta 1. Per questo 1 ho moltiplicato il 7 della frazione, aggiungendo 1 che è sopra, ed ho avuto 8 per resto totale. La risposta è dunque On7 325, e restano On7 8 da dividersi in 63 persone.

Si potrebbe prendere prima il nono, e di poi il settimo del nono.

prendete il nono di On7 20483
il risultato sarà 2275 . $8/9$
di poi il settimo del nono. On7 325 + On7 8 di resto

Quando non resta niente al secondo quoziente, il resto del primo è il resto totale, come qui sopra; prendendo il $1/7$ di 2275, egli è venuto 325 giusto; ho dunque preso per resto 8 che è sopra il 9.

Esempi del terzo caso.

Q. 37 Si vuole fare un' imbarco di 84000 uomini, sopra 300 bastimenti di ugual grandezza; quanti uomini vi saranno sopra ogni bastimento? R. 280 uomini.

Bisognerebbe dividere 84000 per 300; ma si troncano due zeri alla destra di ciascun numero, (18) saranno l' uno e l' altro resi 100 volte più piccoli, il quoziente (51) sarà lo stesso. Resta dunque il dividere 840 per 3, ciò che riviene al primo caso; prendendo il terzo di 840, si avrà per risposta 280.

Q. 38. Un negoziante ha comprato 3700 quintali di caffè, che gli hanno costato On7 56200; si domanda quanto gli costa il quintale. R. On7 15, un poco più.

Troncando due zeri al dividendo 56200, ed al divisore 3700, si avrà 562 a dividere per 37.

562	37
192	
7	On7 15, e restano On7 7.

Risulta per prezzo del quintale On7 15, ed una frazione 7/37 cioè, sette trentasettesimi di On7 1; ovvero rimettendo i due zeri dopo il 7, si avrà On7 15 per prezzo del quintale, ed un resto di On7 700 da dividersi sopra 3700 quintali.

Esempi del quarto caso

Q. 39. Dividete On7 3254 in 10 persone. R. On7 325 e restano On7 4.

Q. 40. Ripartite 85320 canne d' opera a 100 operaj R. 853 canne, e resteranno 20 canne,

Per fare queste sorte di regole si troncano (18) tante cifre a destra del dividendo, quanti zeri vi sono al divisore; se le cifre troncate sono positive ossia significative, esse indicheranno il resto della divisione.

Riduzione delle parti ai loro intieri principali.

64. Per ridurre o richiamare le parti ai loro intieri principali, bisogna dividerne il numero per quello che esprime quante parti ne abbisognano per formare l'intiero principale.

Q. 41. Si domanda quante canne vi sono in palmi 5705. R. 713 canne, ed 1 palmo.

Poichè una canna vale 8 palmi (21); in 5705 palmi, vi saranno tante canne quante volte 8 entra in questo numero; bisogna dunque dividerlo per 8 (49), o prenderne la ottava parte (63, primo caso).

l'ottava parte di 5705 palmi
è . . . . 713 canne, e resta 1 palmo.

Q. 42. Ridurre in tarì 6794 grani. R. tt. 339. gr. 14.

Poichè un tarì vale 20 grani (21) bisogna dividere 6794 grani per 20, o troncare una cifra a destra, e prendere la metà delle cifre a sinistra.

65. Per ridurre dei grani in tarì, troncate l'ultima cifra a destra, e prendete la metà delle cifre che restano a sinistra, il risultato darà dei tarì; se nel prendere la metà, restasse 1 alla cifra che precede la cifra troncata, questo 1 si considera come una diecina di grani alla quale si unisce la cifra troncata per portarli ai grani.

La ragione di questo metodo si è, che troncando una cifra a destra, si rende il numero (17) dieci volte più piccolo; ma il grano essendo la ventesima parte d'un tarì, bisogna dividere il numero di grani per 20, per avere dei tarì; prendendo adunque la

metà delle cifre che restano a sinistra della cifra troncata, si avrà la metà d' un decimo, cioè il ventesimo; il numero si troverà dunque diviso per 20, di cui 10 e 2 sono i fattori (34) poichè 10 × 2 = 20; e quando resta 1, questo è una diecina di grani, cioè 10 grani, ai quali si unisce la figura troncata, la quale contiene dei grani.

Operazione

679,4 grani

il ventesimo, o la metà. tt. 339 . e gr. 14

Dopo avere troncato il 4 con una virgola, dividete le cifre che restano a sinistra per 2, dicendo: la metà di 6 è 3 che si posa; la metà di 7 è 3 per 6; si posa 3, e resta una diecina, la quale unita al 9 fanno 19, la cui metà è 9 e resta 1; si posa 9; e siccome si è arrivato alla cifra troncata, questo 1 che resta è una diecina di grani, ossia 10 grani, i quali uniti alla cifra troncata fanno 14 grani che si posano al rango dei grani: il risultato è dunque che 6794 grani fanno 339 tarì, e 14 grani.

Egli è evidente che per ridurre dei tarì in On7, l' operazione è la stessa: la sola differenza è, che in vece di dividere per 2, i tarì si divideranno per 3, perchè l' On7 vale 30 tarì e che 10 × 3 = 30.

Se dunque si trattasse di ridurre in once, grani 6794, si ridurrebbero prima i grani in tarì, come si è fatto qui sopra, il cui risultato è stato 339 tarì e 14 grani, e per ridurre questi in On7, bisogna dividere 339 tarì per 30. Si troncherà dunque a destra il 9 con una virgola, e si dirà: il terzo di 3 è 1 che si posa; il terzo di 3 è 1 che si posa parimente, e siccome non resta niente, si abbassa il 9 al rango dei tarì, ed i 14 grani al rango dei grani, e si ha per risposta che 6794 grani fanno On7 11 . 9 . 14.

tt. 33,9 . 14 .

il terzo . . . . On7 11 . 9 . 14.

Se all' ultima cifra che precede la cifra troncata, fosse restato 1, o 2, questo sarebbe stato una o due diecine di tarì che si sarebbero aggiunte a' tarì troncati, ed avrebbero formato tt. 19, se fosse restato 1; e 29 tarì se fossero restati 2.

Q. 43. Quanti giorni, ore, e minuti formano 525948 minuti? R. 365 giorni, 5 ore, 48 minuti.

Soluzione. Poichè (21) 1 ora è composta di 60 minuti, dividendo per 60 il numero di minuti, si avranno delle ore, or troncando una cifra a destra (17) il numero sarà diviso per 10; non resterà dunque più che a dividerlo per 6; poichè 60 è composto de' due fattori (34) 10 e 6, poichè 10 × 6 = 60.

Così troncando 8 da . . . 52594,8 minuti

e prendendo il sesto, si avrà. 8765 Ore 48 minuti

Per ridurre le ore in giorni, bisogna dividerle per 24, ossia (Q. 35) prendere il sesto, e poi il quarto del sesto, poichè 6 × 4 = 24. 1/6 di 8765 ore 48 minuti

è dunque . . . . 1460. 5/6 (Q. 36.)

ed il 1/4 del 1/6 è . . . . . 365 gi.5.or.48.min.

Q. 44. Ridurre in salme 79467 Carozzi. R. Sal. 310 . 7 . 0 : 3.

	Carozzi 79475.
Prendete 1/4 per ridurli in mon. mon.	19868 . 3.
Prendete 1/4 per ridurli in tum. tum.	4967 . o . 3
Pren. 1/16, o 1/4 e il quarto del 1/4	1241. 3/4 . o . 3
per avere delle salme . . . sal.	310. 7 . o . 3

Q. 45. Ridurre in quintali 2974 once. R. q.li 2. 47. 10.

Prendete il 1/12 per ridurle in rotoli 2974 once ed avrete , ... rot. 2,47 . 10

e per ridurre i rotoli in quintali, basta il troncare due cifre a sinistra (18) per dividere per 100, e si avrà per risposta che 2974 once fanno 2 quintali, 47 rotoli, 10 once.

Q. 46 Ridurre in Tese, piedi, pollici e linee 25167 linee. R. 29 Tese, o piedi, 9 pollici, 3 linee.

	25167 linee
Per avere dei pollici, prendete 1/12	2097 pol. 3 lin.
Per avere dei piedi, prendete 1/12	174 pi. 9 pol. 3 li.
Per avere delle tese, prendete 1/6	29 te., o pi, 9 p. 3 l.

Q. 47. Si suppone che il diametro della terra sia di 39,223,002 piedi, si domanda di quante leghe sarà il medesimo, contando la lega di 2283 tese. R. 2863 leghe circa.

Per avere delle tese, prend. 1/6 dei piedi 39223002 pi.
il 1/6 è . . . . , ... 6537167 tese

Per avere delle leghe, bisogna dividere le tese per 2283.

```
6537167  ) 2283
19711    } ----
 14476   ) 2863 leghe + 938 tese.
  7787
   938
```

Delle Frazioni

Definizioni

66. Frazioni chiamansi una o più parti dell' unità, divisa in un numero qualunque di parti eguali.

Si contano in generale due sorte di frazioni.

1.° Quelle che si chiamano *relative* o *volgari*.

2.° Quelle che si chiamano *assolute*.

Una frazione relativa o volgare, è quella che esprime una o più parti dell' intiero principale diviso in parti conosciute, tali sono 6 tarì, 16 tarì 14 grani, relativamente all' Onz; 47 rotoli 8 oncie relativamente al quintale; 13 tumoli 3 mondelli, relativamente alla salma, ec.

Le frazioni assolute sono quelle che s' esprimono con due numeri situati l' uno sopra l' altro, e separati con una linea, come $^1/_2$, $^2/_3$, $^4/_5$, $^{18}/_{37}$, $^{15}/_7$ ec., che si pronunziano dicendo: una metà, due terzi, quattro quinti, diciotto trentasettesimi, quindici settimi, ec.

I due numeri della frazione sono chiamati i termini della frazione.

Il termine superiore è chiamato *Numeratore*, e il termine inferiore *Denominatore*.

67. Il numeratore indica quante parti dell' unità sono contenute nella frazione.

Il denominatore esprime in quante parti eguali l'unità è stata divisa.

Perciò la frazione $^3/_4$ indica che l'unità è stata divisa in quattro parti eguali, e che si ha tre di queste parti.

68. Una frazione può essere considerata come una divisione il cui dividendo è il numeratore, e il divisore il denominatore; quindi il valore d'una frazione è il quoziente del suo numeratore diviso per il suo denominatore.

Una frazione è dunque una divisione indicata; ella rappresenta puranche il resto di una divisione.

69. Quindi si possono tirare le stesse consequenze che si sono tirate dalla definizione della divisione (50. 51).

1.° Allorchè il numeratore = il denominatore, la frazione è uguale all'intiero o all'unità.

2.° Quando il numeratore è più piccolo del denominatore, la frazione è più piccola che l'unità.

3.° Quando il numeratore è più grande del denominatore, la frazione è più grande che l'unità.

4.° Che più il numeratore è piccolo, il denominatore restando lo stesso, più la frazione è piccola; e che più il numeratore è grande, più la frazione è grande.

5.° Al contrario, che più il denominatore è piccolo, il numeratore restando lo stesso, più la frazione è grande; e più il denominatore è grande, più la frazione è piccola.

6.° Dunque per moltiplicare una frazione, o renderla 2 volte, 3 volte, 4 volte, ec. più grande, bisogna rendere il suo numeratore 2, 3, 4 volte ec. più grande, cioè moltiplicarlo per 2, 3, 4, ec.; o dividere il suo denominatore per 2, 3, 4, ec. In generale vi sono due mezzi di moltiplicare una frazione, o di renderla più grande; 1.° moltiplicando il suo numeratore; 2.° dividendo il suo denominatore.

E per dividere una frazione, o renderla 2 volte,

3 volte, 4 volte, ec. più piccola; bisogna rendere il suo numeratore 2 volte, 3 volte, 4 volte, ec. più piccolo; cioè che bisogna dividerlo per 2, 3, 4, ec.; o moltiplicare il suo denominatore per 2, 3, 4, ec. Vi sono dunque puranche due mezzi per dividere una frazione, o per renderla più piccola; 1.° dividendo il numeratore; 2.° moltiplicando il denominatore.

7.° Che se i due termini di una frazione verranno moltiplicati o divisi per un medesimo numero, la frazione non cambierà il valore; perciò $1/2 = 2/4$, $2/3 = 4/6$; $50/100 = 5/10 = 1/2$.

Indi ne siegue che quando due frazioni hanno lo stesso denominatore, la più grande è quella che ha il più grande numeratore; e che quando due frazioni hanno un medesimo numeratore, la più grande è quella che ha il denominatore più piccolo. Perciò $4/5$ sono più grandi che $3/5$; e $2/5$ sono più grandi che $2/7$.

Nota. Si è già avvertito che quando si cita un numero, bisogna leggerlo interamente; fa d' uopo essere esatto in ciò, per rendersi familiari i principj e le difinizioni.

Delle riduzioni delle frazioni.

70. Chiamansi *riduzioni*, i diversi cambiamenti che si fanno subire alle frazioni, senza che per ciò esse cambino valore; ovvero è una nuova forma che si dà alle frazioni, per calcolarle più facilmente.

Tutte le riduzioni delle frazioni possono essere comprese nei quattro modi seguenti.

1.° Ridurre degl' intieri in frazioni, o degl' intieri e frazioni in una sola frazione.

2.° Ridurre delle frazioni in intieri allorchè esse ne contengono.

3.° Ridurre le frazioni alla loro più piccola espressione.

4.° Ridurre diverse frazioni ad una medesima denominazione.

Prima Riduzione.

71. Per ridurre degl' intieri in frazioni, bisogna moltiplicare quest' intieri pel denominatore dato.

Q. 48. Si vogliono ridurre in quarti 7 intieri; quanti quarti vi saranno? R. 28 quarti = $^{28}/_4$ = 7 intieri (69)

Soluzione. $7 \times 4 = \frac{28 \text{ numeratore}}{4 \text{ denominatore.}}$

Egli è certo che $^{28}/_4$ fanno 7 intieri, poichè ciascun intiero vale 4 quarti; in 28 quarti vi sono 7 volte 4 quarti, dunque 28 quarti sono eguali a 7 intieri. Inoltre, ogni numero intiero può essere messo sotto la forma d' una frazione, col dargli l' unità per denominatore; in tal caso, per ridurre gl' intieri in frazioni, non si farà altro che moltiplicare i due termini della frazione per un medesimo numero; (69) ella non cambierà valore; perciò 7 intieri = $^7/_1$, e moltiplicando i due termini per 4 si avrà $^{28}/_4$.

Per ridurre degl' intieri e frazioni in una sola frazione, bisogna moltiplicare gl' intieri pel denominatore della frazione, ed aggiungere il numeratore a questo prodotto; e ne risulterà il nuovo numeratore il quale avrà per denominatore quello stesso della frazione.

Q. 49. Riducete 9 intieri $^5/_6$ in sesti. R. $^{59}/_6$.
Soluzione. $9 \times 6 = 54 + 5 = 59$. Dunque $^{59}/_6$.
Q. 50. Riducete 28 $^{15}/_{17}$ in una sola frazione. R. $^{491}/_{17}$
Soluzione. $28 \times 17 = 476 + 15 = 491$. Dunque $^{491}/_{17}$

Egli è visibile che la ragione di questi casi è la

stessa della Q. 48; la sola differenza consiste nell'addizione del numeratore della frazione che accompagna gl' intieri.

Seconda Riduzione.

72. Per ridurre delle frazioni in intieri, allorchè ne contengono, cioè (69, 3.°) quando il numeratore è più grande che il suo denominatore; bisogna dividere il numeratore per il denominatore; il quoziente darà gl' intieri; ed il resto se ve n' è uno, sarà il numeratore d' una frazione, il quale avrà per denominatore quello della frazione primitiva.

Q. 51. Quanti intieri sono contenuti in $^{28}/_{4}$? R. 7 interi.

Poichè (69) quando il numeratore è uguale al denominatore, la frazione vale un' intiero; la frazione deve valere tanti intieri quante volte il numeratore contiene il denominatore; 28 contiene 4 sette volte; la frazione $^{28}/_{4}$ contiene dunque 7 unità o intieri.

Q. 52. Trovate gl' intieri contenuti in $^{59}/_{6}$? R. 9 intieri $^{5}/_{6}$.

Il sesto di 59 è 9, e resta 5; la risposta è dunque 9 intieri e $^{5}/_{6}$.

Q. 53. Quali sono gl' intieri contenuti in questa frazione $^{491}/_{17}$? R. 28. $^{15}/_{17}$.

Operazione

$$\begin{array}{rr|l} & 491 & 17 \\ & 151 & \text{—} \\ \text{Resta} & 15 & 28 + {}^{15}/_{17} \end{array}$$

Egli è facile il vedere che queste due prime riduzioni servonsi di prova l'una all' altra.

Terza Riduzione.

73, Per ridurre una frazione alla sua più piccola

espressione, bisogna dividere i suoi due termini per un medesimo numero, o pel loro più *gran comun divisore*; locchè non muterà in niente il suo valore (69 . 7.°).

Q. 54. Riducete le frazioni $^3/_9$, $^{12}/_{18}$, $^{20}/_{60}$, $^{24}/_{96}$ alla loro minima espressione. R. $^1/_3$, $^2/_3$, $^1/_3$, $^1/_4$.

Quando le frazioni sono espresse con piccoli numeri, come quelle della Q. 54, egli è facile lo scorgere per qual numero bisogna dividere i due termini per farne la riduzione; ma quando le frazioni sono espresse con numeri grandi, fa mestiere di ricorrere al metodo del *più gran comun divisore.*

74. Chiamasi *più gran comun divisore* di due numeri, il più gran numero che li divide senza resto.

Poichè questo divisore deve essere summoltiplo (9) dei due numeri, bisogna dunque ch' egli sia contenuto nel resto della divisione del più grande per il più piccolo. Bisogna ch' egli sia ancora contenuto nel resto della divisione del più piccolo dei due numeri per il resto: similmente se vi è un secondo resto, egli deve essere contenuto nel resto della divisione del primo resto per il secondo, e così di seguito; finalmente l' ultimo divisore senza resto è il più gran comun divisore; poichè per le divisioni parziali, egli è uscito da tutte le parti dei due numeri, esattamente quante volte in essi egli era contenuto.

Per trovare adunque il più gran comun divisore dei due termini d' una frazione, bisogna dividere il più gran termine per il più piccolo; se non resta niente alla divisione, il piccolo termine è il più gran comun divisore.

Se vi è un resto, bisogna dividere il più piccolo termine per questo resto; se la divisione si fa esattamente, questo primo resto sarà il più gran comun divisore.

Se questa seconda divisione dà ancora un resto, bisogna dividere il primo resto per il secondo, e seguitare così a dividere l' ultimo divisore per l' ultimo

resto, sintantochè si arrivi ad una divisione esatta; allora l'ultimo divisore che si sarà impiegato sarà il più gran comun divisore. In tutte queste divisioni, bisogna contare per nulla i varj quozienti.

Quando l'ultimo divisore è l'unità, questa è una prova che la frazione è *irreduttibile*. Una frazione irreduttibile è quella i cui termini non si possono dividere esattamente per un medesimo numero.

Q. 55. Riducete alla sua minima espressione $^{47}/_{235}$. R. $^{1}/_{5}$.

Bisogna dividere 235) per 47
00 (———
) 5

La divisione è senza resto; 47 è dunque il più gran comun divisore. Dunque $^{47}/_{235} = {}^{1}/_{5}$.

Q. 56. Quale è la più semplice espressione di $^{117}/_{1365}$? R. $^{3}/_{35}$.

Operazione

1365) 117) 78) 39 più gran com. div.
195 (——— (——— (—
78) 11. 39) 1 00) 2

117) 39 1365) 39
00 (— 195 (—
) 3 nuovo numeratore 00) 35 nuovo den.

75. Si possono anche ridurre le frazioni ai loro minori termini, o alla loro più semplice espressione, dividendo i due termini per 2 successivamente, per quanto questa divisione potrà farsi; quindi si tenterà di dividerli per 3, per 5, per 7 ec.

Per facilitazione di queste divisioni, convien sapere 1.° che ogni numero che termina con una cifra pari, è divisibile per 2; 2.° che ogni numero di cui la

somma delle cifre darà 3, od un moltiplo di 3 (8) sarà divisibile per 3; onde se ne potrà prendere il terzo: perciò si potrà prendere il terzo di 2451, perchè la somma delle cifre, che lo compongono, è moltipla di 3: $2 + 4 + 5 + 1 = 12$.

La stessa regola ha luogo pel numero 9, se la somma delle cifre darà 9, od un moltiplo di 9.

Si potrà dunque prendere il nono dei due termini di questa frazione $^{432}/_{1755}$, perchè le cifre del numeratore $4 + 3 + 2 = 9$; e quelle del denominatore $1 + 7 + 5 + 5 = 18$, il quale è moltiplo di 9; e si avrà questa frazione $^{48}/_{195}$; e prendendo ancora il terzo di ciascun termine, si avrà $^{16}/_{65}$, la quale espressione è la più piccola, perchè i due termini non si possono più dividere per un medesimo numero.

Ogni numero che finisce con un 5, o con zero, è divisibile per 5; e si sa che quelli che hanno uno, due, tre ec. zeri alla loro destra (18) sono divisibili per 10, per 100, per 1000 ec..

Quarta Riduzione

76. Ridurre delle frazioni ad una medesima denominazione, significa dar loro un medesimo numero per denominatore, senza mutare il loro valore.

Per fare questa riduzione, bisogna moltiplicare i due termini di ciascuna frazione per il prodotto dei denominatori di tutte le altre frazioni. Es. Se si devono ridurre ad una medesima denominazione le frazioni $^3/_4$, $^2/_5$, $^5/_7$, si moltiplicheranno i due termini della prima per 35 prodotto degli altri denominatori 5×7, e si avrà $^{105}/_{140} = {^3}/_4$, si moltiplicheranno poi i due termini della seconda per 28, prodotto di 4×7, e si avrà $^{56}/_{140} = {^2}/_5$ e finalmente moltiplicando i due termini della terza per 20 prodotto di 4×5, si avrà $^{100}/_{140} = {^5}/_7$.

Egli è evidente 1.° che le frazioni sono ridotte ad una medesima denominazione, poichè il denominatore

di ciascuna è il prodotto dei tre denominatori. 2.° che le frazioni non hanno cambiato valore, giacchè (69. 7.°) i due termini di ciascuna frazione sono stati moltiplicati per un medesimo numero.

Questo modo di ridurre più frazioni in una medesima denominazione è il metodo generale, ma siccome questa operazione suole dare dei termini grandi assai, si siegue ordinariamente un' altro metodo.

Si sceglie un numero che sia moltiplo (8) di ciascun denominatore delle frazioni da ridursi, e questo numero sarà il denominatore comune. Poscia si divide questo comun denominatore per ciascun denomiuatore particolare, e moltiplicando col quoziente i due termini di ciascuna frazione, si avranno delle nuove frazioni eguali alle prime, e che avranno un medesimo denominatore.

Q. 57. Riducete alla medesima denominazione $1/2$, $2/3$, $3/4$, $5/6$. R. $6/12$, $8/12$, $9/12$, $10/12$.

Si vede che 12 è moltiplo di tutti i denominatori 2, 3, 4 e 6; si prende dunque 12 per denominatore comune. Si divide 12 per ciascun denominatore e si scrive il quoziente al lato della frazione; si moltiplicano per questo quoziente (*) i due termini di ciascuna frazione (69. 7.°) e si avranno delle nuove frazioni eguali alle prime, e che si troveranno ridotte alla medesima denominazione.

(*) Bisogna osservare che nella riduzione delle frazioni alla medesima denominazione, o nelle altre operazioni in cui si farà uso di questa riduzione, il segno $\times$ s' impiega per significare che bisogna moltiplicare i due termini della frazione pel numero che si trova accanto di questo segno; e che allora il segno $=$ indica solamente l' ugualità della seconda frazione colla prima.

12 Denominatore comune

$^{1}/_{2} \times 6 = {}^{6}/_{12}$
$^{2}/_{3} \times 4 = {}^{8}/_{12}$
$^{3}/_{4} \times 3 = {}^{9}/_{12}$
$^{5}/_{6} \times 2 = {}^{10}/_{12}$

Un tal metodo è fondato sul principio (52) che quando si conosce uno dei fattori d' un numero; per aver l' altro fattore, bisogna dividere questo numero per il fattore conosciuto; quindi siccome 2 è fattore di 12, per avere l'altro fattore dividete 12 per 2, e si avrà 6: lo stesso si dirà degli altri denominatori.

77. Quando non si può vedere ad un tratto qual debba essere il denominatore comune; per trovarlo, bisogna moltiplicare tutti i denominatori l' un per l'altro, il prodotto darà il denominatore comune.

Potrà lasciarsi di moltiplicare per i denominatori che sono summoltiplí (9) di altri denominatori; imperciocchè egli è evidente che i numeri summoltipli divideranno sempre esattamente i medesimi numeri che sono i loro moltipli; soltanto vi saranno contenuti un maggior numero di volte. Per es., 3, che è summoltiplo di 6, sarà contenuto esattamente in ogni numero che sarà diviso senza resto dal 6. 24 che contiene il 6 quattro volte, conterrà il 3 quattro volte 2 volte, ossia otto volte.

58. Ridurre al medesimo denominatore le frazioni seguenti $^{3}/_{7}$, $^{5}/_{9}$, $^{7}/_{11}$. R. $^{297}/_{693}$, $^{385}/_{693}$, $^{441}/_{693}$.

Soluzione $7 \times 9 \times 11 = 693$ Denominatore comune

$^{3}/_{7} \times 99 = {}^{297}/_{693}$
$^{5}/_{9} \times 77 = {}^{385}/_{693}$
$^{7}/_{11} \times 63 = {}^{441}/_{693}$

Per ridurre queste tre frazioni alla medesima denominazione, fate prima il prodotto dei denominatori; questo prodotto è necessariamente il denominatore

comune, poichè egli è moltiplo (76) di tutti i denominatori; quindi dividete questo denominatore comune per ciascun denominatore delle frazioni primitive; moltiplicate i due termini di queste frazioni per il quoziente che ne risulta, del che si avranno (69. 7.°) delle nuove frazioni ugnali alle prime.

Q. 59. Si vogliono ridurre alla medesima denominazione $3/4$, $5/8$, $9/16$, $11/32$. R. $24/32$, $20/32$, $18/32$, $11/32$.

Si osserva che i denominatori delle tre prime frazioni sono summoltipli di 32, denominatore della quarta; si prende dunque questo termine per denominatore comune.

32 Den.com.
$3/4 \times 8 = 24/32$
$5/8 \times 4 = 20/32$
$9/16 \times 2 = 18/32$
$11/32 \times 1 = 11/32$

78. Allorchè due frazioni soltanto si devono ridurre alla medesima denominazione, bisogna moltiplicare i due termini della prima per il denominatore della seconda; ed i due termini della seconda per il denominatore della prima.

Q. 60. Ridurre alla medesima denominazione $3/5$ e $4/7$. R. $21/35$, $20/35$.

Soluzione $3/5 \times 7 = 21/35$
$4/7 \times 5 = 20/35$

Dell' Addizione delle frazioni

79. L' addizione delle frazioni si fa sommando tutti i numeratori, quando le frazioni sono della medesima denominazione; ma se non sono ridotte alla medesima denominazione, bisogna ridurvile (76), perchè non si possono sommare che delle quantità (22) della medesima specie; e quindi si divide la somma dei numeratori per il denominatore comune (72), per avere gl' intieri che vi sono contenuti.

80. La prova dell' addizione delle frazioni si fa con un' altra addizione di frazioni, le quali abbiano per denominatori quei medesimi espressi nella regola, e per numeratori, il numero delle unità che mancano ai numeratori affinchè sieno eguali ai denominatori. Si fa la somma di queste frazioni, e si riunisce a quella delle frazioni della regola; se il totale dà un numero di unità uguale al numero delle frazioni della regola, l' operazione è giusta.

In fatti, poichè nella prova si prendono le parti che mancano a ciascuna frazione della questione per riunirle insieme e formarne una unità, la somma delle due operazioni deve dare tante unità quante frazioni vi sono nella regola.

Q. 61. Si domanda la somma delle frazioni $^1/_8$, $^3/_8$, $^5/_8$, $^2/_8$, $^5/_8$. R. $^{16}/_8 =$ 2 intieri.

Sommate i numeratori $1 + 3 + 5 + 2 + 5 = {}^{16}/_8 =$ 2 intieri.

Prova. prendete $^7/_8$, $^5/_8$, $^3/_8$, $^6/_8$, $^3/_8$.

Sommate i numeratori $7 + 5 + 3 + 6 + 3 = {}^{24}/_8 =$ 3 intieri

Sommate i risultati delle due operazioni $24 + 16 = {}^{40}/_8 =$ 5 intieri.

Q. 62. Si vuol sapere quante canne vi sono in quattro scampoli di panno che hanno le lunghezze seguenti, 2/3, 3/4, 5/6, 7/8 di canna. R. 3 canne 1/8.

Le frazioni debbono essere ridotte alla medesima denominazione, 24 è il denominatore comune.

Operazione	*Prova*
24 Den. com.	24 Den. com.
2/3 × 8 = 16/24	1/3 × 8 = 8/24
3/4 × 6 = 18/24	1/4 × 6 = 6/24
5/6 × 4 = 20/24	1/6 × 4 = 4/24
7/8 × 3 = 21/24	1/8 × 3 = 3/24
75 / 24 = 3. 3/24 = 1/8	21/24 = 7/8

Riunite insieme 3. 1/8, somma delle frazioni della regola, con 7/8, somma di quelle della prova, ed avrete 4 unità: l'operazione è giusta; perchè vi sono quattro frazioni nella questione.

Avendo operato come nella 4.ª riduzione, le quattro frazioni ridotte han prodotto 16/24, 18/24, 20/24, 21/24; si sono riuniti i numeratori la cui somma è stata 75. Questo numero diviso per 24 Den. com. ha dato per risposta 3. 3/24 = 1/8, cioè 3 canne e 1/8 di canna. La prova si è fatta come sopra; ed avendo sommato il suo risultato 21/24 = 7/8 con quello della regola, si è avuto 4; dunque l'operazione è giusta, poichè vi sono tante unità quante frazioni vi sono nella regola.

Q. 63. Sommate le frazioni 4/5, 3/7 5/9 8/11. R. 2. 1772/3465.

Sol. $5 \times 7 \times 9 \times 11 = 3465$ Den. com.

$$\begin{array}{l} {}^4/_5 \times 693 = 2772 \\ {}^3/_7 \times 495 = 1485 \\ {}^5/_9 \times 385 = 1925 \\ {}^8/_{11} \times 315 = 2520 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 8702 & 3465 \\ \hline 1772 & 2.\ {}^{1772}/_{3465}. \end{array}$$

Nota. È meglio tralasciare di scrivere il denominatore comune a ciascun numeratore, riuscendo così più facile l' addizione, ed essendo più lontano il rischio di sbagliare. Avendo fatta la somma dei numeratori, questa si divide per il denominatore comune, come si è veduto nella Q. 63, in cui si è diviso 8702, somma dei numeratori per 3465, ed il cui risultato ha prodotto 2 intieri e la frazione $^{1772}/_{3465}$.

Per conoscere se questa frazione può essere ridotta ad una più semplice espressione, bisogna dividere (74) il più gran numero per il più piccolo, ec.

3465	1772	1693	79	34	11	1
1693	1 . 79	1 . 113	21 . 11	2 . 1	3 . 0	11
		34				

L' ultimo divisore essendo l' unità, si conchiude (74) che la frazione $^{1772}/_{3465}$ è irreduttibile.

Q. 64. Quattro muratori devono fare alcune canne di muro; han convenuto che il primo farebbe i $^7/_8$ d' una canna, il secondo li $^{11}/_{12}$, il terzo i $^{19}/_{24}$ ed il quarto i $^{15}/_{17}$: si domanda, quante canne di muro faranno essi in tutto. R. 3 canne $^{95}/_{204}$.

Operazione | *Prova*

$24 \times 17 = 408$ Den.com. | 408 Den.com.

Operazione	Prova
$^{7}/_{8} \times 51 = 357$	$^{1}/_{8} \times 51 = 51$
$^{11}/_{12} \times 34 = 374$	$^{1}/_{12} \times 34 = 34$
$^{19}/_{24} \times 17 = 323$	$^{5}/_{24} \times 17 = 85$
$^{15}/_{17} \times 24 = 360$	$^{2}/_{17} \times 24 = 48$

$1414 \,)\; 408$
$190 \,\}\; 3.\ ^{190}/_{408} = {}^{95}/_{204}$ | $^{218}/_{408} = {}^{109}/_{204}$

Somma della prova $^{109}/_{204}$

la somma totale è 4 canne $^{204}/_{204}$

Osservazione. Per fare il denominatore comune, non si è moltiplicato nè per 8, nè per 12, perchè (77) questi due denominatori sono summoltipli di 24.

Q. 65. Un negoziante ha comprato 5 pezze di tela, la lunghezza rispettiva delle quali è 40 canne $^{3}/_{4}$, 38 $^{1}/_{2}$, 40. $^{3}/_{8}$, 41. $^{1}/_{6}$, 42. $^{1}/_{4}$: si domanda quante canne sommano in tutto. R. 203 canne $^{1}/_{24}$.

Operazione

24 Den. com.

40 can.	$^{3}/_{4} \times 6 = 18$	*Egli è facile il vedere che 24 è il denominatore comune.*
38 .	$^{1}/_{2} \times 12 = 12$	
40 .	$^{3}/_{8} \times 3 = 9$	
41 .	$^{1}/_{6} \times 4 = 4$	
42 .	$^{1}/_{4} \times 6 = 6$	

203 can. $^{1}/_{24}$ | $49 \,)\; 24$; $1 \,\}\; 2.\ ^{1}/_{24}$

12 . $^{0}/_{24}$ *Prova*

81. Allorchè si dovranno sommare degl' intieri e delle frazioni, si comincieranno a sommare le frazioni; gl' intieri da esse prodotti si uuiranno agli altri.

Q. 66. Si domanda la somma totale delle tre quantità seguenti, On7 345. 3/7, On7 409. 15/19, On7 198. 31/42. R. On7 953. 763/798.

Soluzione 19 × 42 = 798 Den. com.

	On7	345. 3/7 × 114 = 342			
	«	409. 15/19 × 42 = 630			
	«	198. 31/42 × 19 = 589			
Somma	On7	953. 763/798	1561	}	798
			763	}	
Prova		121. 0/798		}	1. 763/798.

Della Sottrazione delle frazioni.

82. Per sottrarre una frazione da un' altra frazione, se non sono ridotte alla medesima denominazione, bisogna prima ridurvile (78) affinchè esse siano della medesima specie; indi si sottrae un numeratore dall' altro, dando al resto il denominatore comune.

Quando nella sottrazione vi sono intieri e frazioni, se la frazione che accompagna il più gran numero è più piccola di quella che accompagna il più piccolo numero, bisogna prendere una unità sopra gl' intieri, moltiplicarla (71) per il denominatore, ed unire il prodotto al numeratore; quindi si farà la sottrazione.

Q. 67. Da 4/5 levate 3/5. *Soluzione.* 4—3 = R. 1/5
Da 13/17 levate 8/17. R. 5/17.

Q. 68. Da $3/4$ levato $2/3$. R. $1/12$.

Soluzione 12 Den. com.

$3/4 \times 3 = 9$
$2/3 \times 4 = 8$

resta $1/12$

Q. 69. Da $15/17$ levate $23/35$. Resta $134/595$.

Soluzione. $17 \times 35 = 595$ Den. com.

$15/17 \times 35 = 525$
$23/35 \times 17 = 391$

resta $134/595$.

Q. 70. Pietro doveva On7 59. $4/9$, egli ha pagato On7 27. $5/13$; quanto deve egli ancora? R. On7 32. $7/117$.

Soluzione $9 \times 13 = 117$ Den. com.

On7 59 . $4/9 \times 13 = 52$
« 27 . $5/13 \times 9 = 45$

deve ancora On7 32 . . . . $7/117$

Q. 71. Paolo aveva comprato 785. $1/2$ rotoli di zucchero, egli ne ha venduto rot. 591 . $3/4$, quanti rotoli gliene restano? R. rot. 193. $3/4$

Operazione.

rot. 785 . $1/2 = 2/4$
« 591 . $3/4 = 3/4$

rot. 193 « $3/4$

La frazione $1/2 = 2/4$ essendo più piccola che la frazione $3/4$, si aumenta la prima con una unità, che si prende sopra il 5, prima cifra degl' intieri, la quale unità moltiplicata per il denominatore 4, produce $4/4$, i quali riuniti coi $2/4$ fanno $6/4$, dai quali levando $3/4$, resta $3/4$; allora il 5 non vale più che 4.

Q. 72. Quale differenza vi è tra $7/9$ e $4/7$? R. $13/63$.

Q. 73. Quanto resterà da un' intiero se se ne levano $3/7$? R. $4/7$.

La prova si fa (28) sommando il più piccolo numero colla differenza, cominciando dalle frazioni; la somma deve essere uguale al numero più grande.

Della Moltiplicazione delle frazioni.

83. Prima di moltiplicare una frazione per una frazione, proponghiamo una frazione da moltiplicarsi per un numero intiero:

Bisogna moltiplicare il numeratore per gl' intieri, e dare al prodotto il denominatore della frazione. Sia proposto di moltiplicare $3/4$ per 2, si avrà $3 \times 2 = 6/4$; imperciocchè (69 . 6.°) per rendere una frazione più grande, bisogna moltiplicare il suo numeratore.

D' altronde (33) il prodotto deve essere della medesima natura che il moltiplicando; poichè se si avesse On7 3 a moltiplicare per 2, il prodotto sarebbe On7 6; dunque $3/4 \times 2$ devono dare $6/4$.

Q. 74. Un Panniere ha 5 scampoli di panno, ognuno dei quali è lungo $7/8$ d' una canna; si domanda quante canne contengono insieme questi 5 scampoli. R. Can. 4 . $3/8$.

Soluzione $7 \times 5 = 35/8$, ossia (72) Can. 4 . $3/8$.

84. Per moltiplicare una frazione per una frazione, bisogna moltiplicare i numeratori l' un per l' altro, per avere il numeratore del prodotto; ed i denominatori, anche l' un per l' altro per avere il denominatore del prodotto.

Q. 75. Moltiplicare $3/4$ per $2/5$. R. $3/10$.

Soluzione. $\dfrac{3 \times 2}{4 \times 5} = \dfrac{6}{20}$, ossia (73) $3/_{10}$.

La ragione di questo metodo è fondata sulla definizione della moltiplicazione (32), la quale insegna che si deve ripetere il moltiplicando tante volte quante unità vi sono nel moltiplicatore.

Perciò moltiplicare $3/_4$ per $2/_5$, vuol dire ripetere $3/_4$ due quinti di volta, ossia prenderne i $2/_5$; il $1/_5$ di $3/_4$ è (69. 6.°) $3/_{20}$; dunque $2/_5$ produrranno il doppio, cioè $6/_{20}$.

Si può ancora ragionare così: quando uno dei fattori è un numero intiero, e l'altro una frazione, il prodotto vien formato dalla moltiplicazione del numeratore per gl' intieri, dando a questo prodotto il denominatore della frazione; ma qui il moltiplicatore essendo una frazione, il prodotto è tante volte troppo grande, quante unità sono contenute nel denominatore di questo moltiplicatore; bisogna dunque renderlo più piccolo, dividendolo per questo denominatore.

Quindi, nella questione, se moltiplico $3/_4$ per 2, avrò $6/_4$; ma in vece di moltiplicare per 2, non devo moltiplicare che per $2/_5$ il quale è 5 volte più piccolo che 2; il prodotto $6/_4$ è dunque cinque volte troppo grande; bisogna dunque renderlo più piccolo (69. 6°.) moltiplicando per 5 il denominatore 4, e si avrà $6/_{20}$. Or osservo che il numeratore 6 è il prodotto dei due numeratori 3 e 2, e che il denominatore 20 è anche il prodotto dei denominatori 4 e 5: il metodo proposto è dunque giusto.

Quando si propongono degl' intieri e delle frazioni a moltiplicarsi per una frazione, o per intieri e frazioni, si possono ridurre i due fattori, ciascuno in una sola frazione (71), ed operare come sopra.

Q. 76. Si vuole avere il prodotto di 4 $2/_3$ per $4/_5$.

Sol. $4 \times 3 = 12 + 2 = {}^{14}/_{3}$; $\dfrac{14 \times 4}{3 \times 5} = {}^{56}/_{15} =$ R. $3.\ {}^{11}/_{15}$.

Q. 77. Moltiplicare $7.\ {}^{9}/_{11}$ per $8.\ {}^{5}/_{7}$.

Sol. $7 \times 11 = 77 + 9 = {}^{86}/_{11}$; e $8 \times 7 = 56 + 5 = {}^{61}/_{7}$

Si avrà dunque $\dfrac{86 \times 61}{11 \times 7} = \dfrac{5246}{77}$

Dividendo 5246 ⎫ 77
626 ⎬ —
10 ⎭ 68. ${}^{10}/_{77}$ è la risposta

85. Non è necessario di ridurre così gl' intieri in frazioni ; l' operazione può farsi prima sopra gl' intieri soli (43), e quindi sopra le frazioni ; ma dopo aver moltiplicato gl' intieri , bisogna prendere la frazione del moltiplicando sopra i soli intieri del moltiplicatore , i quali si considerano allora come un numero astratto (42); e per le parti o frazioni del moltiplicatore , bisogna prenderle sopra gl' intieri e sopra le frazioni del moltiplicando.

La ragione di tal pratica si deduce dalla definizione della moltiplicazione (32) ; imperciocchè se si fossero comprati rot. 3. ${}^{1}/_{3}$ di zucchero a tt. 2. ${}^{1}/_{2}$ il rotolo, e se si volesse sapere quale somma si deve pagare, bisognerebbe moltiplicare (42) tt. 2. ${}^{1}/_{2}$ *moltiplicando* per rot. 3. ${}^{1}/_{3}$, *moltiplicatore* : or supponendo che 3 solo fosse il moltiplicatore, bisognerebbe ripetere tt. 2. ${}^{1}/_{2}$ tre volte; lo che si fa moltiplicando prima. tt. 2 per 3 , e prendendo poi la metà di 3; ma il moltiplicatore essendo realmente 3. ${}^{1}/_{3}$, bisogna prendere ancora tutto il moltiplicando ${}^{1}/_{3}$ di volta , ossia prendere il terzo di tt. 2. ${}^{1}/_{2}$.

Q. 78. Un mercante ha venduto canne 7. ${}^{9}/_{11}$ di panno alla ragione di On7 8. ${}^{5}/_{7}$ la canna; si domanda qual somma egli dovrà ricevere. R. On7 68. ${}^{10}/_{77}$.

Operazione

Moltiplicando On7 8. $^5/_7$
Moltiplicatore can. 7. $^9/_{11}$

	56		61
per $^1/_7$	1		× 8
per $^4/_7$	4		
per $^1/_{11}$	0 . $^{61}/_{77}$		488 ⎫ 77
per $^8/_{11}$	6 . $^{26}/_{77}$		26 ⎬ —
			. ⎭ 6
	On7 68 . $^{10}/_{77}$		

Dopo avere moltiplicato gl' intieri, prendo per la frazione del moltiplicando sopra gl' intieri soltanto del moltiplicatore; prima per $^1/_7$; il $^1/_7$ di 7 è 1; poi per i $^4/_7$ che restano, si quadruplica questo 1, il cui prodotto è 4.

Per la frazione del moltiplicatore, prendo sopra gl' intieri e sopra la frazione del moltiplicando, prima per $^1/_{11}$, dicendo: l' $^1/_{11}$ di 8 è niente, scrivo zero alle unità, riduco queste 8 unità in settimi, dicendo: 8 via 7 fanno 56, e il numeratore 5 fanno 61, cioè $^{61}/_7$ di cui bisogna prendere l' $^1/_{11}$; e non potendo prendere senza resto l' undicesimo del numeratore 61, moltiplico (69. 6.°) il denominatore 7 per 11, locchè dà $^{61}/_{77}$ per il prodotto di $^1/_{11}$. In oltre siccome restano ancora $^8/_{11}$, moltiplico 61 per 8, divido il prodotto 488 per il denominatore 77, e ne risultano 6 intieri ed il resto $^{26}/_{77}$ per il prodotto di $^8/_{11}$; finalmente faccio l' addizione delle frazioni che dà $^{87}/_{77}$ ossia 1 intiero $^{10}/_{77}$; scrivo $^{10}/_{77}$, e ritengo 1 che aggiungo alle unità; il prodotto totale è On7 68. $^{10}/_{77}$, lo stesso della operazione precedente.

Si può procedere ancora in un' altra maniera, e precisamente quando gl'intieri di uno dei fattori sono espressi con un piccolo numero. Si moltiplica il numeratore

della frazione opposta per questo numero; se ne divide il prodotto per il denominatore, ciò che si fa ordinariamente col pensiero; si ritengono indi gl' intieri che dà il quoziente, e si scrive il soprappiù per numeratore; in seguito si moltiplicano gl' intieri, aggiungendovi quelli prodotti dalla frazione. Così nel medesimo esempio, moltiplico il numeratore 5 per 7, il prodotto è 35/7; divido 35 per 7, locchè produce 5 unità che ritengo; finalmente moltiplicando 7 per 8, avrò 56 che uniti al 5 formano 61.

Per la frazione del moltiplicatore, si opera come sopra, la risposta è la stessa.

	On7	8 . 5/7	
	Can.	7 . 9/11	
		61	
per 1/11	. . .	0 . 61/77	
per 8/11	. . .	6 . 26/77	
	On7	68 . 10/77	

	61	
×	8	
	488	77
	26	6 . 26/77

Q. 79. Quale somma si dovrà pagare per q.li 45. 7/8 di caffè ad On7 23 . 4/5 il quintale? R. On7 1091. 33/40.

Operazione

			45
Moltiplicando On7	23 . 4/5		× 4
Moltiplicatore	45 . 7/8		180 } 5
	115		30 } —
	92 .		0 } 36.
per 1/5	9		40 Den. com.
per 3/5	27		
per 4/8 = 1/2 . .	11 . 9/10	× 4 = 36	
per 2/8	5 . 19/20	× 2 = 38	
per 1/8	2 . 39/40	× 1 = 39	
	On7 1091 . 33/40		113 } 40
			33 } —
			} 2

In questa questione, si osserva che On7 23. 4/5 essendo il moltiplicando (33.42), si mette sopra il moltiplicatore; e dopo avere moltiplicato gl' intieri prendo la frazione del moltiplicando (85) sopra gl' intieri soltanto del moltiplicatore; prima per 1/5, e dico: il quinto di 45 è 9; e poichè restano 3/5, io triplico il prodotto di 1/5 ciò che dà 27.

Per la frazione del moltiplicatore, prendo sopra tutto il moltiplicando, prima per 4/8 = 1/2, la metà di On7 23. 4/5, dicendo: la metà di 2 è 1, la metà di 3 è 1, per 2, e resta 1 che vale 5 quinti, e 4/5 fanno 9/5, di cui si deve prendere la metà; non potendo operare sopra il numeratore (69 . 6.°), duplico il denominatore 5, ed ho 9/10 per la metà di 9/5. Poscia per 2/8 che sono la metà di 4/8, prende la metà di 11 9/10, dicendo: la metà di 11 è 5, per 10, resta 1 che vale 10/10 che coi 9/10 fanno 19/10, la cui metà è 19/20; finalmente 1/8 è la metà di 2/8 prendo dunque la metà di 5 19/20, e dico: la metà di 5 e 2, per 4, e resta 1 che vale 20/20 e 19/20, fanno 39/20, la cui metà è 39/40.

Faccio la somma delle frazioni (79) prendendo per denominatore comune il denominatore dell' ultima frazione del prodotto; la qual cosa può farsi quasi sempre, poichè egli è facile vedere che questo denominatore risulta dal prodotto successivo dei denominatori delle frazioni superiori.

86. Egli è da osservarsi che si avrebbero potuto prendere i 4/5 di 45 d' una maniera più semplice, moltiplicando 45 per il numeratore 4, e dividendo il prodotto 180 per il denominatore 5; imperciocchè la frazione indicando che l' unità è divisa in 5 parti delle quali se ne ha 4, egli è evidente che se si moltiplica per il numeratore, il prodotto sarà troppo grande, e lo sarà tante volte quante unità vi sono nel denominatore; bisogna dunque dividerlo per questo denominatore; e si avrà al quoziente 36, come si vede al lato destro della regola. Questa osservazione ha luogo, allorquando le frazioni sono espresse con numeri grandi.

Prova (39)

			22
			× 3
Il doppio	On7	47 . 3/5	66 } 5
la metà		22 . 15/16	16 { —
			1 } 13 1/5
		94	40 Den.com.
		94 .	
per 1/5 . . .		4 .	2/5 ×8=16
per 2/5 . . .		8 .	4/5 ×8=32
per 8/16 = 1/2 .		23 .	4/5 ×8=32
per 4/16. . .		11 .	9/10 ×4=36
per 2/16. . . .		5 .	19/20 ×2=38
per 1/16 . . .		2 .	39/40 ×1=39
	On7	1091 . 33/40	193 } 40/4
			33 }

Per la prova, si duplica il moltiplicando, comin-

siando, a destra, dalla frazione, dicendo: due volte 4/5 = 8/5; in 8/5 vi è un' intiero e restano 3/5; si scrive 3/5 e si ritiene 1; 2 via 3 fanno 6 e 1 ritenuto fanno 7 che si scrive; 2 via 2 fanno 4 che si scrive parimente, e si è ottenuto 47. 3/5 per il doppio di 23. 4/5. Poscia si prende la metà del moltiplicatore cominciando dalla sinistra; e si dice: la metà di 4 è 2; la metà di 5 è 2, per 4, e resta 1 che vale 8/8 + 7/8 = 15/8 la cui metà è 15/16.

I termini essendo disposti, si opera come nella regola, e ne risulta lo stesso prodotto, ciò che ne prova la esattezza.

Q. 80. Si domanda quale è la superficie di una terra che ha 328 canne 5/7 di lunghezza, e 254 canne 3/8 di larghezza. R. 83616 canne quadrate più 39/56.

Operazione

	328 . 5/7		
	254 . 3/8		
	1312		
	1640 .		56 Den. com.
	656 . .		
per 1/7	36 . 2/7	× 8 =	16
per 4/7	145 . 1/7	× 8 =	8
per 2/8	82 . 5/28	× 2 =	10
per 1/8	41 . 5/56	× 1 =	5
	(*) 83616 canne 39/56		

Prova

il terzo	109 . 4/7
il triplo	763 . 1/8
	327
	654 .
	763 . .
per 1/7	109
per 3/7	327
per 1/8	13 . 39/56
	83616 . 39/56

(*) La risposta di questa regola è 83616. 39/56 canne quadrate. Una canna quadrata è una superficie quadrata lunga una canna, e larga una canna. La frazione 39/56 è una parte di questa canna quadrata, la quale deve essere concepita divisa in 56 strisce uguali, ognuna delle quali è per conseguenza larga 1/56 di canna; e siccome ve ne sono 39, questo fa evidentemente 39/56 d'una canna quadrata, cioè à dire 39 strisce di una canna di lunghezza sopra 1/56 d'una canna di larghezza.

Della divisione delle Frazioni

87. La divisione essendo una operazione contraria alla moltiplicazione, seguiremo lo stesso metodo che abbiamo adoperato per questa ultima regola.

Proponghiamoci dunque di dividere una frazione per un numero intiero. Bisogna dividere il numeratore per gl' intieri, quando è possibile, e dare al quoziente il denominatore della frazione. Si dividono, per esempio, $^8/_9$ per 4, il quoziente sarà $^2/_9$; imperciocchè (51) se si avessero On7 8 a dividere per 4, il quoziente darebbe On7 2; poichè dunque si dividono $^8/_9$, il quoziente deve dare $^2/_9$.

Allorchè non si può dividere esattamente il numeratore per gl' intieri, bisogna moltiplicare il denominatore, lo che (69. 6.°) produce lo stesso effetto.

Q. 81. Un calzolajo ha comprato $^{27}/_{32}$ d' una canna di raso con cui egli ha fatto 9 paja di scarpe, si domanda qual quantità di raso ha dovuto egli impiegare per ogni pajo. R. $^3/_{32}$ d' una canna.

Soluzione. $^{27}/_{32}$ diviso per $9 = {}^3/_{32}$.

Giacchè il risultato di questa questione esprime una superficie; e che (33) il prodotto deve essere della medesima natura del moltiplicando, bisogna dunque che il moltiplicando esprima puranche una superficie, e non già delle canne correnti. Perciò in questa questione nella quale si è detto che la terra era lunga 328 canne $^5/_7$, dovrà rappresentarsi in mente una striscia di terreno che abbia 328 canne $^5/_7$ di lunghezza, e una canna di larghezza, lo che fa per conseguenza 328. $^5/_7$ canne quadrate, ed è questo il moltiplicando il quale è della medesima natura del prodotto. Egli è chiaro che il terreno contiene tante strisce di estenzione parallele a quella, quante volte la canna corrente è contenuta nella larghezza. Si ha dunque ragione di moltiplicare le 328. $^5/_7$ canne per 254. $^3/_8$, cioè di ripetere le 328. $^5/_7$ canne quadrate 254 volte, più $^3/_8$ di una volta.

Vedete ancora la nota della Questione 100.

88. Per fare la divisione di una frazione per una frazione, bisogna dividere il numeratore del dividendo per il numeratore del divisore, si avrà il numeratore del quoziente; e dividere il denominatore del dividendo per lo denominatore del divisore, dal che si avrà il denominatore del quoziente. Se, per esempio, si volesse dividere $8/9$ per $2/3$, il quoziente sarebbe $4/3 = 1.\ 1/3$. Poichè egli è chiaro (87) che se si dovesse dividere $8/9$ per 2, il quoziente sarebbe $4/9$; ma il divisore medesimo essendo diviso per 3, o non essendo che $2/3$, egli è 3 volte più piccolo di 2, il quoziente (50. 4.°) è dunque 3 volte troppo piccolo; bisogna perciò renderlo 3 volte più grande, dividendo il denominatore per 3 (69. 6.°), si avrà allora $4/3$. Dunque $8/9$ diviso per $2/3 = 4/3 = 1.\ 2/3$.

Ma siccome succede raramente che si possano così dividere i due termini della frazione da dividersi con quelli della frazione che divide, si presenta qui un' altro metodo. Si moltiplica primieramente il denominatore della frazione a dividersi per il numeratore della frazione che divide, e si avrà il denominatore del quoziente; quindi si moltiplica il numeratore della frazione a dividere per lo denominatore della frazione che divide, per avere il' numeratore del quoziente. Così $7/8$ divisi per $3/5$ daranno $35/24 = 1.\ 11/24$, cioè che $3/5$ sono contenuti in $7/8$ una volta e $11/24$ d' una volta.

Si vede che questo metodo deve produrre lo stesso effetto del primo; poichè moltiplicare il denominatore del dividendo per il numeratore del divisore, è lo stesso che dividere il numeratore del dividendo per quello del divisore; (69. 6.°) essendo questa la seconda maniera di dividere una frazione; come altresì moltiplicare il numeratore del dividendo per lo denominatore del divisore, vale lo stesso che dividere il denominatore del dividendo per quello del divisore: se ne avrà dunque il medesimo risultato.

Potrà perciò dividersi una frazione per un' altra

frazione, rovesciando i termini della frazione che divide, e operando come nella moltiplicazione.

89. Questa divisione può farsi ancora, riducendo le due frazioni alla medesima denominazione (78); indi supprimendo i denominatori, (lo che non cambia niente al quoziente, poichè (51) questo è un moltiplicare il dividendo ed il divisore per un medesimo numero), si opererà come per li numeri intieri. Così per dividere $7/8$ per $3/5$, cambio le frazioni in queste $35/40$ e $24/40$; togliendo i denominatori avrò 35 a dividere per 24, il cui quoziente sarà $35/24 = 1. ^{11}/_{24}$.

Q. 82. Si domanda quante volte $13/35$ si contengono in $19/21$. R. 2 volte e $119/273$.

$$Sol. \; 19/21 \text{ diviso per } 13/35, = \frac{19 \times 35}{21 \times 13} = 665/273 = 2. \; 119/273.$$

90. Quando vi sono degl'intieri e delle frazioni a dividere per una frazione, o per intieri e frazioni, si riducono i due termini, cioè il dividendo ed il divisore, ciascuno in una sola frazione (71) e quindi si opera come sopra.

Q. 83. Dividete 5. $9/22$ per $7/11$. R. 8. $77/154 = 1/2$.

$$Soluzione. \; 5. \; 9/22 = 119/22, \; \frac{119 \times 11}{22 \times 7} = 1309/154.$$

$$\begin{array}{r|l} 1309 & 154 \\ \cdot 77 & \overline{8. \; 77/154 = 1/2.} \end{array}$$

91. *Osservazione*. Giacchè si può dividere il dividendo (51) ed il divisore per un medesimo numero, senza niente cambiare al quoziente, e che il numeratore di una frazione rappresenta il dividendo, ed il denominatore il divisore (68), questa ultima questione

può facilmente risolversi; imperciocchè essendo chiaro che si possa dividere uno dei fattori del numeratore per 11, e uno dei fattori del denominatore parimente per 11; in tal caso si avrà questa frazione $\frac{119 \times 1}{2 \times 7}$: inoltre si può prendere ancora il $1/7$ di 119 altro fattore del numeratore, ed il $1/7$ di 7 altro fattore del denominatore, e si avrà allora $\frac{17 \times 1}{2 \times 1}$; or (35,50) l' unità non moltiplicando nè dividendo, si avrà per vera risposta la frazione $17/2 = 8.\ 1/2$.

Q. 84. Si vuol dividere 68. $10/77$ per 8. $5/7$; qual ne sarà il quoziente? R. 7. $9/11$.

Soluzione. 68. $10/77 = 5246/77$, e 8. $5/7 = 61/7$

$$\text{Dunque } \frac{5246 \text{ diviso per } 61}{77 \text{ diviso per } 7} = 86/11 = 7.\ 9/11$$

La risposta è dunque 7. $9/11$, ciò che prova la Q. 78.

Q. 85. Si è pagata la somma di On7 1091. $33/40$ per 45. $7/8$ quintali di caffè; si domanda quanto si è pagato a quintale. R. On7 23. $4/5$.

Sol. (90) 1091. $33/40 = 43673/40$, e 45. $7/8 = 367/8$.

$$\text{Dunque } \frac{43673 \times 8}{40 \times 367} = \frac{43673 \times 1}{5 \times 367} = 43673/1835$$

$$\begin{array}{r|l} 43673 & 1835 \\ .6973 & \overline{} \\ 1468 & 23.\ 1468/1835 = 4/5. \end{array}$$

Questa questione è la prova della questione 79. Imperciocchè si è diviso il prodotto per uno dei suoi

fattori; il quoziente ha prodotto l'altro fattore. Non si tratta ora dunque che di provare che la frazione $^{1468}/_{1835} = ^{4}/_{5}$.

92. Per provare che una frazione espressa con numeri grandi sia uguale ad un'altra espressa con numeri piccoli, si può adoperare la terza riduzione (73) ma sarà più semplice fare uso della divisione delle frazioni (88), poichè se le frazioni sono eguali, questa operazione consisterà in dividere una quantità per essa stessa, dal che dovrà risultare per quoziente l'unità (50. 5.°) od una frazione che avrà il numeratore uguale al denominatore, e che varrà per conseguenza una unità (69. 1.°). Dato questo metodo, passiamo a vedere se le due frazioni qui sopra sono eguali.

$$\frac{1468}{1835} \text{ diviso per } \frac{4}{5} = \frac{367}{367}, \text{ o } \frac{1468 \times 5}{1835 \times 4} = \frac{7340}{7340}$$

In queste due operazioni, il risultato dà una frazione in cui il numeratore è uguale al denominatore, ossia una frazione equivalente all'unità; dunque $^{1468}/_{1835} = ^{4}/_{5}$.

93. Allorchè due frazioni sono eguali, esse lo saranno pure se si moltiplichino, o si dividano i loro numeratori, od i loro denominatori per un medesimo numero (5.° assioma); imperocchè se si moltiplicano i numeratori, il valore delle frazioni sarà moltiplicato; e se si moltiplicano i denominatori, il medesimo sarà diviso. Al contrario se si dividono i numeratori, il valore delle frazioni sarà diviso; e se si dividono i denominatori, le frazioni saranno moltiplicate (68.6.°).

Es. Avendo $^{4}/_{12} = ^{5}/_{15}$, se si moltiplicano i numeratori per 2, si avrà $^{8}/_{12} = ^{10}/_{15}$; e se si dividono i denominatori per 3, si avrà $^{4}/_{4} = ^{5}/_{5}$ ec.

Della Moltiplicazione dei numeri complessi

94. Se si devono moltiplicare dei tarì, o dei grani, si farà la moltiplicazione al solito, e quindi si ridurranno come è stato indicato (64, 65).

Q. 86. Qual somma costeranno 748 melarancie a gr. 2 per una? R. On7 2. 14. 16.

Moltiplicatore	748
Moltiplicando	gr. 2
gr.	149.6
tt.	74. 16
On7	2. 14. 16.

Q. 87. Quanto costeranno rot. 97 di caffè a tt. 7 il rotolo? R. On7 22. 19.

Moltiplicatore	97
Moltiplicando	tt. 7
tt.	67.9
On7	22. 19.

Quando si vogliono avere ad un tratto delle On7 dai tarì che si devono moltiplicare, si prendono le parti aliquote (95) di 30, che è il numero de' tarì contenuti nell' oncia. Perciò per la questione 87, si può operare come siegue: per 6 tarì si prende la quinta parte del moltiplicatore, perchè 6 tarì sono la quinta parte di 30 tarì; e per 1 tarì la sesta parte

de' 6 tarì; e facendone l' addizione, si otterrà la stessa risposta che nella Q. 87.

Moltiplicatore		97
Moltiplicando	tt.	7
per tt. 6, il 1/5	On7	19 . 12
per tt. 1, il 1/6	«	3 . 7
	On7	22 . 19

---

95. TAVOLA delle parti aliquote di 30, per avere il prodotto dei tarì sopra quello di un' Oncia.

per 1 tarì prendete 1/30	per 16; per 10, 5 e 1
2 . . . . . . 1/15	17; per 10, 5 e 2
3 . . . . . . 1/10	18; per 15 e per 3
4 . per 3 e per 1.	19; per 15, 3 e 1
5 . . . . . . 1/6	20; per 15 e per 5
6 . . . . . . 1/5	21; per 15, 5 e 1
7; per 6 e per 1	22; per 10, 10 e 2
8; per 6 e per 2	23; per 15, 6 e 2
9; per 6 e per 3	24; per 15, 6 e 3
10 . . . . . . 1/3	25; per 15 e per 10
11; per 10 e per 1	26; per 15, 10 e 1
12; per 10 e per 2	27; per 15, 10 e 2
13; per 10, 2 e 1	28; per 15, 10 e 3
14; per 10, 2 e 2	29; per 15, per 10,
15 . . . . . . 1/2	per 2 e per 2.

Egli è facile il comprendere l' uso di questa tavola, sapendo che un' Oncia = 30 tarì, e che in conseguenza un tarì è la trentesima parte di un' oncia; perciò quando si conoscerà il prodotto di un' oncia, per avere quello d' un tarì, bisognerà prenderne la trentesima parte; per 2 tarì, la quindicesima parte; per 3 tarì, la decima parte ec.

Ma siccome è difficile prendere il trentesimo, si farà un prodotto supposto di 3 tarì, e se ne prenderà il terzo.

Allorchè trattasi di un numero di tarì che non fosse fattore di 30, come per esempio il 9, si prenderà per 6 tarì la quinta parte dell' oncia, e per 3 tarì la metà del prodotto di 6 tarì. Per 23 tarì, si prenderà per 15 tarì la metà del prodotto dell' oncia, per 6 tarì la quinta parte del prodotto dell' oncia, e per 2 tarì la terza parte del prodotto di 6 tarì. Così ragionando, si capirà bene il resto della tavola.

---

96. TAVOLA delle parti aliquote di 20, per avere il prodotto dei grani sopra quello di un tarì.

per 1 grano prendete 1/20	per 11; per 10 e per 1
2 . . . . . 1/10	12; per 10 e per 2
3; per 2 e per 1	13; per 10, 2 e 1
4 . . . . . 1/5	14; per 10 e per 4
5 . . . . . 1/4	15; per 10 e per 5
6; per 4 e per 2	16; per 10, 5 e 1
7; per 4, 2 e 1	17; per 10, 5 e 2
8; per 4 e per 4	18; per 10, 4 e 4
9; per 5 e per 4	19; per 10, 5 e 4.
10 . . . . . 1/2	

---

97. TAVOLA delle parti aliquote di 12 per avere il prodotto delle Once, sopra quello del palmo.

per 1 oncia prendete 1/12	per 7; per 6 e per 1
2 . . . . . . 1/6	8; per 6 e per 2
3; per 2 e per 1	9; per 6 e per 3
4 . . . . . . 1/3	10; per 6 e per 4
5; per 4 e per 1	11; per 6, 3 e 2.
6 . . . . . . 1/2	

In seguito della combinazione delle tre tavole precedenti, e con alquanta riflessione, sarà facile formarne un'altra qualunque; a tal' uopo basterà conoscere la divisione dell' intiero.

Q. 88. Si domanda quanto costeranno 374 canne di tela a tt. 17 e gr. 12 la canna. R. On7 219. 12. 8.

Operazione

	374 canne	
a tt.	17 . 12 .	
	2618	
	374.	
per gr. 10	187	
gr. 2	37 . 8	
tt.	6582 . 8	
On7	219 . 12 . 8	

Prova

doppio	748	
metà tt.	8 . 16	
	5984.	
gr. 10 . .	374	
gr. 5 . .	187	
gr. 1 . .	37 . 8	
tt.	6582 . 8	
On7	219 . 12 . 8	

Dopo aver moltiplicato le canne 374 per tarì 17, si farà il prodotto di gr. 12 secondo le parti aliquote di 20, e si ragionerà così: 374 canne a 1 tarì la canna costerebbero 374 tarì; per 10 grani che sono $1/2$ d' un tarì, si prenderà la metà di tt. 374, il cui prodotto sarà tt. 187. Restano gr. 2 che sono la quinta parte di gr. 10; si prenderà dunque il quinto di tt. 187, il cui prodotto è tarì 37 e grani 8, e sommando i diversi prodotti, ne risultano tt. 6582. 8, i quali ridotti in once producono On7 219. 12. 8, che sono il prezzo delle 374 canne di tela a tt. 17. 12 la canna.

Q. 89. Quanto costeranno salme 276 di frumento ad On7 3. 19. 12. la salma? R. On7 1008. 9. 12.

Sal.	276	*Prova*	552
ad On7	3 . 19 . 12.	ad On7	1 . 24 . 16
	828		552
tt. 15	138	tt. 15	276
3	27 . 18	6	110 . 12
1	9 . 6	3	55 . 6
gr. 10	4 . 18	gr. 12	11 . 1 . 4
2	0 . 27 . 12.	4	3 . 20 . 8
On7	1008 . 9 . 12.	On7	1008 . 9 . 12

Nell' operazione, dopo avere moltiplicato le Sal. 276 per On7 3, si passa a prendere i tari 19, secondo la tavola (95), ragionando così : 276 salme ad un' oncia la salma costerebbero On7 276. On7 276 è dunque il prodotto di Sal. 276 ad On7 1 la salma; le stesse salme 276 a tt. 15 la salma costeranno dunque la metà di On7 276, cioè On7 138 che si scriveranno nel loro ordine. Si passerà quindi a moltiplicarsi tarì 4; e siccome si ha il prodotto di tt. 15, si prenderà per 3 tarì la quinta parte di On7 138, la quale darà On7 27. 18. Resta finalmente a moltiplicare 1 tarì che darà la terza parte del prodotto di tt. 3, cioè On7 9. 6.

Ora restano a moltiplicare 12 grani; e siccome si ha On7 9. 6 per prodotto di 1 tarì, 10 grani dovranno produrre la metà di questa somma, cioè On7 4. 18, e li grani 2 che rimangono produrranno la quinta parte di On7 4. 18, cioè On7 0. 27. 12. Sommando finalmente questi diversi prodotti, si avrà On7. 1008. 9. 12 per prodotto delle salme 276 ad On7 3. 19. 12 la salma.

Nella prova, dopo avere moltiplicato le Once, si moltiplicano i tarì che sono 24, e si dirà : 552 salme ad On7 1 la salma producono On7 552. Le stesse Sal. 552 moltiplicate per tt. 15 produrranno On7 276. Restano a moltiplicarsi 9 tarì; se ne prendono 6 che

sono la quinta parte dell' oncia, e che produrranno la quinta parte di On7 552, cioè On7 110. 12, ed i 3 tarì che restano, e che sono la metà di 6 tarì, produrranno la metà di On7 110. 12, cioè On7 55. 6.

Restano a moltiplicarsi gr. 16. L' ultimo prodotto è quello di tt. 3 che fanno 60 grani, si moltiplicheranno 12 grani che sono la quinta parte di gr. 60, e che produrranno perciò la quinta parte di On7 55. 6, cioè On7 11. 1. 4; e per li grani 4 che restano, si prenderà la terza parte del prodotto di gr. 12 che sarà On7 3. 20. 8. Finalmente si sommano tutti questi prodotti, e si avrà in risultato On7 1008. 9. 12 eguale al prodotto della regola, lo che prova che l'operazione è esatta.

Q. 90. Quanto costeranno Canne 394. 1/2 di panno ad On7 5. 7. 14 la canna? R. On7 2073. 22. 13.

Operazione		*Prova*	
Can.	394 . 1/2	doppio	789
ad On7	5 . 7 . 14	metà On7	2 . 18 . 17
	1970		1578
tt. 6	78 . 24	tt. 15	394 . 15
1	13 . 4	3	78 . 27
gr. 10	6 . 17	gr. 12	15 . 23 . 8
4	2 . 18 . 16	4	5 . 7 . 16
1/2 canna	2 . 18 . 17	1	1 . 9 . 9
On7	2073 . 22 . 13	On7	2073 . 22 . 13

In questa operazione, dopo avere moltiplicato le Once, i tarì ed i grani per 394 canne, resta il prodotto della mezza canna; per questa si è presa la metà del moltiplicando, ossia di On7 5. 7. 14 che è il prezzo della canna, essendo evidente che la mezza canna costerà la metà del prezzo di una canna.

Nella prova non vi è stata frazione, perchè il doppio di can. 394. 1/2 produce 789.

Q. 91. Qual somma si dovrà pagare per la compra di can. 197. 1/2 di merletti ad On7 7. 8. 16 la canna? R. On7 1440. 13.

Operazione		*Prova*	
Molt.re	197 . 1/2	metà	98 . 3/4
Molt.do	On7 7 . 8 . 16	doppio	14 . 17 . 12
	1379		392
tt. 6	39 . 12		98.
2	13 . 4	tt. 10	32 . 20
gr. 10	3 . 8 . 10	5	16 . 10
5	1 . 19 . 5	2	6 . 16
1	0 . 9 . 17	gr. 10	1 . 19
1/2 canna	3 . 19 . 8	2	0 . 9 . 16
		2/4 can.	7 . 8 . 16
On7	1440 . 13 . 0	1/4	3 . 19 . 8
			1440 . 13 . 0

Siccome in questa operazione, per moltiplicare i grani 16, l'ultimo prodotto è di tt. 2 = gr. 40. si è presa per gr. 10 la quarta parte del prodotto di 2 tarì; per gr. 5 la metà del prodotto di gr. 10, e per gr. 1 la quinta parte di quello di gr 5.

Nella prova, per moltiplicare i 3/4 della canna, si è preso 1.° per 2/4 = 1/2 della canna; 2.° per 1/4 la metà del prodotto di 2/4 ossia della mezza canna. Se vi fosse stato 1/3, 1/6, 5/8 ec. si sarebbe preso un terzo, un sesto, li cinque ottavi ec. del moltiplicando.

98. Quando la frazione ha termini alquanto grandi, si potrà abbreviare l'operazione col moltiplicare il moltiplicando pel numeratore della frazione, e dividendo indi il prodotto pel denominatore, il quoziente (86) darà il prodotto della frazione.

Q. 92. Quanto costeranno 37 aune 7/8 di panno ad On7 3. 19. 14 l'auna? R. On7 138. 14. 17. 3/4.

Molt.re	37 . 7/8	per avere il prodotto di 7/8 d' auna.
Molt.o On7	3 . 19 . 14	On7 3 . 19 . 14
		× 7
	111	
tt. 15	18 . 15	
3	3 . 21	On7 25 . 17 . 18
1	1 . 7	
gr. 16	0 . 18 . 10	1/8 On7 3 . 5 . 19. 6/8
4	0 . 7 . 8	
7/8 d' auna	3 . 5 . 19. 6/8	
On7	138 . 14 . 17 . 6/8 = 3/4	

Per avere il prodotto di 7/8 di un' auna, si moltiplica On7 3. 19. 4 prezzo dell' auna per numeratore 7, il cui prodotto è On7 25. 17. 18, il quale diviso pel denominatore 8 darà On7 3. 5. 19. 6/8 = 3/4 per prodotto di 7/8 d'auna, la quale somma si scrive sotto gli altri prodotti, per sommarli insieme.

Q. 93. Quanto costeranno 193 canne 6 palmi di panno ad On7 4. 27. 8 la canna? R. On7 951. 28. 15.

Operazione		*Prova*	
Molt.re	193 Can. 6 pal.	doppio	387 . 4
Molt.o On7	4 . 27 . 8	metà	2 . 13 . 14
	772		774
tt. 15	96 . 15	tt. 10	129
10	64 . 10	2	25 . 24
2	12 . 26	1	12 . 27
gr. 8	2 . 17 . 4	gr. 10	6 . 13 . 10
pal. 4	2 . 13 . 14	4	2 . 17 . 8
2	1 . 6 . 17	pal. 4	1 . 6 . 17
On7	951 . 28 . 15	On7	951 . 28 . 15

Nella indicata operazione, dopo aver moltiplicato le Once, i tarì ed i grani per 193, restano a moltiplicarsi 6 palmi, e si ragiona così; la canna = 8 palmi costa On7 4. 27. 8; 4 palmi che sono mezza canna costeranno la metà di On7 4. 27. 8, cioè On7 2. 13. 14. I due palmi che restano costeranno la metà del prodotto di 4 palmi, cioè On7 1. 6. 17.

Q. 94. Quanto costeranno 27 canne 5 palmi 8 once di merletti ad On7 7. 23. 12 la canna? R. On7 215. 22. 13. 1/3.

Operazione

Moltiplicatore Can.		27 . 5 . 8
Moltiplicando On7		7 . 23 . 12
		189
tt.	15	13 . 15
	6	5 . 12
	2	1 . 24
gr.	10	9 . 13 . 10
	2	0 . 2 . 14
pal.	4	3 . 26 . 16
	1	0 . 29 . 4
once	6	0 . 14 . 12
	2	0 . 4 . 17 . 1/3
	On7	215 . 22 . 13 . 1/3

Qui fa d'uopo ricordarsi che si potrà dividere una frazione in due maniere; (69. 6.°) 1.° dividendo il suo numeratore, e lasciando il denominatore; 2.° moltiplicando il suo denominatore, e lasciando il numeratore. Quest'ultima maniera si è praticata nella operazione della questione 95. Nel prodotto di 1 tumolo nel quale si è dovuto dividere 1/4 per 2, si è lasciato il numeratore 1, e si è moltiplicato il denominatore per 2; il suo prodotto è stato 1/8.

Lo stesso si è praticato nel prodotto di 2 mondelli, per cui si è presa la metà di tt. 10. 9. 1/8 ch' è il prodotto d' un tumolo; arrivando ai grani, si è detto: la metà di 9 è 4, ed è restato un grano ed un'ottavo a dividersi per 2. Un grano $= \frac{8}{8} + \frac{1}{8} = \frac{9}{8}$; per dividere questa frazione per 2, si è lasciato il 9 numeratore, e si è moltiplicato per 2 il denominatore 8, il prodotto è stato 9/16, ec.

Q. 95. Quanto costeranno 79 salme, 11 tumoli, 3 mondelli, 3 carozzi di frumento ad On7 5. 17. 6 la salma? R. On7 444. 21. 10. 55/128.

Molt.re Sal. 79 . 11 . 3 . 3 .
Molt.do On7 5 . 17 . 6 .

		395				
tt.	10	26	10			
	5	13	5			
	2	5	8			
gr.	4	0	15	16		
	2	0	7	18		128Den.com.
tum.	8	2	23	13		
	2	0	20	18	1/4	32
	1	0	10	9	1/8	16
mond.	2	0	5	4	9/16	72
	1	0	2	12	9/32	36
car.	2	0	1	6	9/64	18
	1	0	0	13	9/128	9
	On7	444	21	10	55/128	183 } 128/1
						55

Q. 96. Quanto costeranno 27 rotoli, 8 once 3/4 di cannella ad On7 9. 19. 6 il rotolo (contando il rot. di 12 once)? R. On7 267. 12. 0. 23/24.

Operazione

Moltiplicatore. rot.		27 .	8 .	3/4	
Moltiplicando. On7		9 .	19 .	6	
		243			
rt.	15	13 .	15		
	3	2 .	21		
	1	0 .	27		
gr.	4	0 .	5 .	8	
	2	0 .	2 .	14	
once	6	4 .	24 .	13	
	2	1 .	18 .	4 .	1/3 = 8/24
	2/4	0 .	12 .	1 .	1/12 = 2/24
	1/4	0 .	6 .	0 .	13/24 = 13/24
	On7	267 .	22 .	0 .	23/24

99. Quando le frazioni che si trovano nella moltiplicazione sono espressi con piccoli numeri, non è d'uopo, per addizionarle, di cercare un denominatore comune. Per lo più il denominatore dell' ultima frazione ne fa le veci, perciocchè egli vien formato dal prodotto degli altri denominatori, come si vede nelle questioni 95 e 96. In tal caso, egli è facile il dare a ciascuna frazione un medesimo denominatore, col moltiplicare i due termini di ciascuna frazione per un medesimo numero (69. 7.°) lo che non ne cambia il valore. Perciò nell' ultima operazione, i due termini della frazione 1/3 sono stati moltiplicati per 8, ed il prodotto è stato 8/24; i due termini della frazione 1/12 sono stati moltiplicati per 2, ed il prodotto è stato 2/24.

Q. 97. Quanto costeranno 7 Canne 5 pal. 3/4 di panno ad On7 5. 21. 12 la canna? R. On7 44. 4. 10. 3/4.

Moltiplicando	On7	5 . 21 . 12
Moltiplicatore	Can.	7 . 5 . 3/4
		35
tt.	15	3 . 15
	5	1 . 5
	1	0 . 7
gr.	10	0 . 3 . 10
	2	0 . 0 . 14
pal.	4	2 . 25 . 16
	1	0 . 21 . 9
	2/4	0 . 10 . 14 . 1/2 = 2/4
	1/4	0 . 5 . 7 . 1/4 1/4
	On7	44 . 4 . 10 . 3/4

Da questa operazione, si vede essere indifferente por mente alla posizione dei fattori della moltiplicazione (42), giacchè il prodotto sarà sempre lo stesso; ma non dovrà però confondersi il moltiplicatore col moltiplicando, essendo questo sempre della medesima specie di quel che si cerca per prodotto (33). Qui è da ripetersi che non si dovrà dimenticare che il moltiplicatore può sempre essere considerato come un numero astratto (42); i due seguenti esempi lo proveranno.

Q. 98. Quanto costeranno 12 canne d' un certo lavoro ad On7 4. 26. 14 la canna? R. On7 58. 20. 8.

Molt.do	On7	4 . 26 . 14
Molt.re	Can.	12
		48
tt.	15	. 6
	10	. 4
	1	. 0 . 12
gr.	10	. 0 . 6
	4	. 0 . 2 . 8
	On7	58 . 20 . 8

altro metodo

On7	4 . 26 . 14
×	12
On7	58 . 20 . 8

Q. 99. Quante canne d' un certo lavoro potransi fare pella somma di On7 4. 26. 14, se per On7 1 se ne fanno 12 canne? R. Canne 58. 34/50.

Egli è certo che si faranno tante volte 12 canne quante On7 vi sono nella somma che si vuole spendere; bisogna dunque moltiplicare 12 canne per On7 4. 26. 14.

Moltiplicando Can.	12 .		
Moltiplicatore On7	4 . 26 . 14		
	48		
tt. 15	6		
10	4		
1	0 .	$4/10$	$= 20/50$
gr. 10	0 .	$2/10$	$= 10/50$
4	0 .	$4/50$	$4/50$
Canne.	58 . $34/50$		

Nella questione 98, si cercavano delle On7; il fattore On7 4. 26. 14 era dunque il moltiplicando, e le 12 canne erano il moltiplicatore. Nella questione 99 si cercano delle canne; il fattore 12 canne è dunque il moltiplicando, e le On7 4. 26 14 sono il moltiplicatore. Il prodotto di tutte e due le questioni è uguale, imperciocchè 20 tarì 8 grani $= 34/50$ di un' Oncia (112).

Non riuscirebbe meno agevole l' operazione se si volessero moltiplicare delle Canne, palmi, once ec. con canne, palmi, once ec., consistendo il tutto nell' applicare bene i principj e le definizioni.

Q. 100. Si vuol fare intonicare un muro lungo 18 Canne, 5 palmi, 8 once, e alto 7 Canne, 6 palmi, 8 once; si domanda quante canne quadrate d' intonicato si dovranno pagare. R. Canne quadrate 146. 4. 4. $2/3$.

Operazione

Can.	18	. 5	. 3		
× Can.	7	. 6	. 8		
	126				
pal. 4	. 9				
2	. 4	. 4			
on. 6	. 1	. 1			
2	. 0	. 3			
pal. 4	. 3	. 7	. 4		
1	. 0	. 7	. 10		
on. 6	. 0	. 3	. 11		
2	. 0	. 1	. 3	. 2/3	
(*)	146	. 4	. 4	. 2/3	

Prova

18	. 5	. 8		
× 7	. 6	. 8		
130	. 7	. 8		
9	. 2	. 10		
4	. 5	. 5		
1	. 1	. 4	. 1/4 = 3/12	
0	. 3	. 1	. 5/12	5/12
146	. 4	. 4	. 8/12 = 2/3	

100. Dalla prova di questa operazione si rilieva che nel caso il numero indicante le unità principali in uno dei fattori sia piccolo, trovandosi questi entrambi della medesima specie; o il moltiplicatore contenga un piccolo numero nelle unità principali, essendo i fattori di specie diversa (come nella seconda operazione della questione 98), allora si abbrevia di molto l' operazione col moltiplicare il moltiplicando per il detto

(*) Questo prodotto esprime delle Canne quadrate (nota della questione 80). Una canna quadrata si divide in 8 superficie, che hanno ciascuna una canna di lunghezza e un palmo di larghezza, e questa superficie chiamasi *Canna-palmo*. Similmente la canna-palmo si divide in 12 striscie chiamate *canna-oncia*, poichè una delle dimensioni è di una canna, e l' altra di un' oncia. Queste sono le specie di palmi ed once che sono contenute nel prodotto. Ma siccome questo trattato è di Aritmetica, e non già di Geometria, ci limiteremo a dare soltanto alcuni problemi su tal materia, affine d' insegnarne il calcolo per l' utilità degli operaj, e di coloro che vorranno conoscere il prezzo delle loro opere. Ci contenteremo di esprimere i prodotti che indicano delle superficie, come se fossero Canne, palmi, once ec. lineari: la suddivisione si farà come quella della canna corrente.

piccolo numero. Non resta quindi che a prendere le frazioni che accompagnano questo numero sopra l'intiero fattore opposto.

Inoltre nella prova della questione 100; si è cominciato dal moltiplicare le 8 once per 7, ed il prodotto è stato 56 once = 4 palmi, 8 once; si sono scritte 8 once, e si sono portati i 4 palmi; moltiplicando poi 5 palmi per 7, il prodotto è stato 35 palmi + 4 che si sono portati fanno 39 palmi = 4 canne e 7 palmi; si sono scritti i 7 palmi, e si sono portate 4 canne. Finalmente moltiplicando le 18 canne per 7, ed aggiungendo al prodotto 4 canne, si sono avute 130 canne, 7 pal. 8 onc. per prodotto di sette volte 18 canne, 5 palmi, 8 once.

Di poi si sono presi i 6 palmi, 8 once sopra l'intiero fattore superiore.

101. Quando il moltiplicatore è composto dal prodotto di più cifre che ne sono parti aliquote o fattori (9. 34) ciascuno di una sola cifra, si abbrevia l'operazione col moltiplicare il moltiplicando successivamente pei fattori del moltiplicatore.

Q. 101. Quanto costeranno 63 salme di frumento ad On7 3. 27. 16 la salma? R. On7 247. 11. 8.

Operazione

		63
×	On7	3 . 27 . 16
		189
tt.	15 .	31 . 15
	10 ,	21 . 0
	2 .	4 . 6
gr.	10 ,	1 . 1 , 10
	5 .	0 , 15 . 15
	1 ,	0 . 3 . 3
	On7	247 . 11 . 8

Prova

On7	3 . 27 , 16
×	7
	27 , 14 . 12
×	9
On7	247 . 11 . 8

Nella prova, abbiamo moltiplicato le On7 3. 27. 16 che sono il moltiplicando, ossia il prezzo d' una salma per 7, e il prodotto per 9, perchè 7 e 9 sono fattori di 63; $7 \times 9 = 63$.

Similmente in vece di moltiplicare per 125, si potrebbe moltiplicare per 5, per 5, e per 5, perchè $5 \times 5 \times 5 = 125$; come del pari in vece di moltiplicare per 126, si potrebbe moltiplicare per 3, per 7 e per 6, perchè $3 \times 7 \times 6 = 126$.

Q. 102. Quanto costeranno 126 quintali di zucchero ad On7 8. 23. 18 il q.le? R. On7 1108. 11. 8.

	126		*Prova*
×	On7 8 . 23 . 18	On7	8 . 23 . 18
		×	3
	1008		
tt. 15	. . 63		26 . 11 . 14
6	. . 25 . 6	×	7
2	. . 8 . 12		
gr. 10	. . 2 . 3		184 . 21 . 18
4	. . 0 . 25 . 4	×	6
4	. . 0 . 25 . 4		
		On7	1108 . 11 . 8
On7	1108 . 11 . 8		

102. Si può fare la moltiplicazione delle quantità complesse (7), riducendo uno dei fattori (34) nelle sue minime specie, moltiplicando l' altro fattore pel numero di queste parti ridotte, e finalmente dividendo il prodotto che ne risulterà pel prodotto dei numeri che si saranno adoperati per fare le riduzioni. Per esempio, se si avessero dovuto moltiplicare delle Once, dei tarì e dei grani per Once, tarì e grani, e si avesse ridotto uno dei fattori in grani, il prodotto si dividerebbe per 600, perchè un' oncia = 600 grani.

Del resto la ragione di questa divisione è molto evidente, poichè avendo reso uno dei fattori trenta

volte venti volte, ossia 600 volte più grande, bisogna dividere il prodotto per 600. Similmente se si fosse moltiplicato per 8 e per 12, il prodotto sarebbe 96 volte più grande; bisognerebbe perciò dividerlo per 96, perchè 8 × 12 = 96, ec.

103. Queste riduzioni posson farsi col moltiplicare uno dei fattori per uno, o più numeri che facciano sparire le sotto specie, e il prodotto di questi numeri sarà il divisore. Per esempio: se uno dei fattori fosse On7 7. 1. 5; moltiplicando questa somma per 4, il prodotto sarebbe On7 28. 5, il quale moltiplicato per 6 darebbe On7 169 che si moltiplicherebbe per l'altro fattore; e siccome il prodotto sarebbe 24 volte più grande, si dividerebbe per 24, perchè 4 × 6 = 24.

Q. 103. Un mercadante avendo fatto un certo guadagno si ritrova la somma di On7 354. 18. 12. Egli la impiega tutta nella compra di varie merci, e quindi parte per l'America. Al suo ritorno egli assicura di avere venduto tutte le sue merci in modo, che ogni oncia di capitale gli ha prodotto On7 7. 1. 5 di guadagno; quanto ha guadagnato egli in tutto? R. On7 2497. 3. 9 1/2.

Primo metodo generale

	On7	354	18	12		Per tt. 5 supposti
×	On7	7	1	5		On7 59.
		2478				
tt. 1	.	11	24			
gr. 5	.	2	28	10		
tt. 15	.	3	15	12	1/2	
3	.	0	21	2	1/2	
gr. 12	.	0	4	4	1/2	
	On7	2497	3	9	1/2	

Secondo metodo (100)

On7 354 . 18 . 12 per tt. 5 supposti
×On7 7 . 1 . 5 On7 59 . 3 . 2.

2482 . 10 . 4
tt. 1 11 . 24 . 12 . $2/5 = 8/20$
gr. 5 2 . 28 . 13 . $2/20$ $2/20$

On7 2497 . 3 . 9 . $10/20 = 1/2$

Terzo metodo (102).

On7 354 . 18 . 12
× 30

10638
× 20

212772
× On7 7 . 1 . 5

1489404
tt. 1 7092 . 12
gr. 5 1773 . 3

1498269 . 15. (Q. 105).

Quarto metodo (103).

```
    On7     7 . 1 . 5
    ×               4
    _________________
           28 . 5 . 0
    ×           6
    _________________
          169 .
  × On7   354 . 18 . 12 .
    _________________
          676
         845 .
        507 . .
tt. 15    84 . 15
     3    16 . 27
gr. 12     3 . 11 . 8
    _________________
        59930 . 23 . 8 (Q. 106).
```

Nel terzo metodo si è reso uno dei fattori 600 volte più grande, il prodotto è dunque 600 volte più grande. Per avere la vera risposta bisogna dividere il prodotto per 600. Vedete qui appresso la Q. 105.

Nel quarto metodo, uno dei fattori si è reso 24 volte più grande; il prodotto è dunque 24 volte più grande, bisogna dividerlo perciò per 24. Vedete la questione 106.

Q. 104. Un falegname ha fatto un tavolato lungo 6 Canne, 6 palmi, 6 once, e largo 4 Canne, 7 palmi, 5 once, al prezzo di On7 3. 7. 10 la canna quadrata; si domanda quante canne quadrate di tavolato ha egli fatto, e quale somma dovrà egli ricevere. R. 1.° Canne quadrate 33. 4. 6. 5/16. 2.° On7 109. 2. 13.57/256.

Prima operazione

	Can.	6	6	6		
	× can.	4	7	5.		
		27	2	0		
pal.	4	3	3	3		
	2	1	5	7	$1/2 = 8/16$	
	1	0	6	9	$3/4 = 12/16$	
onc.	4	0	2	3	$1/4 = 4/16$	
	1	0	0	6	$13/16$	$13/16$
1.ª risposta	Can.	33	4	6	$5/16$	$37/16 = 2.\ 5/16$

Seconda Operazione

Canne quadrate		33	4	6	$5/16$		
× On7		3	7	10			
		99					Un' oncia supposta
tt.	6	6	18				tt. 1. 0. $15/48$
	1	1	3				
gr.	10	0	16	10			768
pal.	4	1	18	15			
onc.	6	0	6	1	$7/8$	×	$96 = 672$
	$4/6$	0	0	5	$15/192$	×	$4 = 60$
	$1/16$	0	0	1	$207/768$	×	$1 = 207$
2.ª risp. On7		109	2	13	$57/256$		$939 \left\{ \frac{768}{171 \;\; 1} \right.$

Della divisione dei numeri complessi.

104. Tre casi distinguonsi nella divisione dei numeri complessi; 1.° il dividendo può essere complesso, ed il divisore incomplesso; 2.° il dividendo può essere incomplesso, e il divisore complesso; 3.° finalmente il dividendo ed il divisore possono essere entrambi complessi.

105. Nel primo caso, dopo avere diviso al solito(58) le unità principali, si ridurrà quel che resta di questa divisione (48 ad unità della seconda specie, aggiungendo quelle della medesima specie che si troveranno al dividendo; di poi si continuerà la divisione, ed il quoziente darà delle unità della seconda specie. Ciò che resterà di queste si ridurrà ad unità della specie inferiore, aggiungendovi quelle che si troveranno al dividendo, e se ne farà la divisione. Si seguiterà a ridurre il resto ad unità della specie seguente, quante se ne troveranno al dividendo, od in parti eguali al denominatore della frazione, se ve ne sarà.

Se il numero delle unità principali da dividersi fosse minore del divisore, si ridurrebbe subito alle specie inferiori.

Quando si cercheranno al quoziente delle unità di specie diversa di quelle del dividendo, si faranno sparire le sotto specie del dividendo, e si moltiplicherà il divisore pei medesimi numeri, o per il prodotto nei medesimi numeri che avranno moltiplicato il dividendo; poscia si farà la divisione come sopra.

Quando il dividendo ed il divisore sono incomplessi, e allorchè trovandosi un resto alla divisione, si vorranno avere al quoziente le parti delle unità principali, si praticherà quanto sopra si è detto.

106. Nel secondo caso, si faranno sparire le parti del divisore (102, 103) col moltiplicarle con numeri

convenienti; si moltiplicherà il dividendo pei medesimi numeri, o pel prodotto dei medesimi numeri che avranno moltiplicato il divisore, e poscia si opererà come sopra.

107. Finalmente nel terzo caso, si moltiplicherà il divisore con numeri idonei a farne sparire le parti, e si moltiplicherà il dividendo pei medesimi numeri, senza curare se le parti di questo dividendo spariscano. È da notarsi che vi sono delle circostanze in cui sarebbe meglio di farle sparire, ed è quando le unità del quoziente debbano essere d'una natura diversa di quella delle unità del dividendo.

La ragione per cui si opera così in questi casi diversi essendo essa una conseguenza dei principj e delle spiegazioni precedenti, tralasceremo di qui descriverla, evitando così di renderci nojosi con ripetizioni inutili, ma spesse volte inevitabili, nella presente opera nella quale ci siamo proposti di rendere ragione di tutto ciò che insegnamo, senza mancare alla chiarezza ed alla precisione.

Alcuni esempi sopra ciascuno di questi casi serviranno a porli meglio in chiaro.

La prova della divisione dei numeri complessi si fa nell' istesso modo di quella della divisione dei numeri incomplessi, cioè moltiplicando il quoziente pel divisore, lo che deve riprodurre il dividendo. (60)

Esempio del 1.° caso. Q. 105. Si vuole dividere la somma di On7 1498269. 15. per 600; qual ne sarà il quoziente? R. On7 2497. 3. 9. 1/2. (Prova della Q. 103, terzo metodo).

Operazione

```
On7 1498269 . 15. )     600
      2982         { ————————————
       5826         ) On7 2497 . 3 . 9 . 300/600 = 1/2
        4269
         . 69
           30
       ———————
        2085
         285
          20
       ———————
        5700
         300
```

Q. 106. Dividete On7 59930. 23. 8 per 24. (Prova della Q. 103, quarto metodo) R. On7 2497. 3. 9. 1/2 .

```
On7 59930 . 23 . 8)     24
     119          { ————————————
      233          ) On7 2497 . 3 . 9 . 12/24 = 1/2
      170
       . 2
        30
     ———————
       83
       11
        20
     ———————
       228
        12
```

In questi due esempi, dopo aver diviso le On7, si riduce il resto in tarì aggiungendovi quelli che sono al dividendo; poi si dividono, e daranno 3 tarì al quoziente. Si riducono inoltre in grani i tarì restanti

aggiungendovi quelli del dividendo; si fa un' altra divisione che darà 9 grani al quoziente, ed il resto sarà il numeratore d' una frazione di grano che avrà per denominatore il divisore, poichè questo resto deve ancora essere diviso; e siccome il divisore non è contenuto in esso neppure una volta, il medesimo non potrà dare alcun' intiero al quoziente, ma soltanto una frazione della natura medesima delle unità di questo resto.

I quozienti di queste due divisioni danno il prodotto del terzo e quarto metodo della questione 103.

Q. 107. Un mercante ha comprato 74 pezze di nanchino per la somma di On7 47. 14. 12; egli vuole sapere a quanto gli costa la pezza. R. tt. 19. 5. 1/37.

```
On7 47 . 14 12 } 74
    30         { ————————
   ————        } tt. 19 . 5 . 2/74 = 1/37
   1424
    684
     18
     20
   ————
    372
     .2
```

Il divisore essendo più grande del dividendo, abbiamo ridotto questo in tarì, ed abbiamo avuto 1424 tarì a dividere per 74; il quoziente è stato tt. 19, e sono restati tt. 18. 12 = gr. 372, i quali divisi per 74 hanno dato gr. 5 al quoziente, e resta 2 per numeratore d' una frazione il cui denominatore è il divisore 74; la pezza di nanchino costa dunque tt. 19. 5. 2/74 = 1/37.

Q 108. Cinquantasei operaj occupati per quattro mesi in lavori publici hanno ricevuto per salario On7 2764; si domanda quale sarà la parte di ciascuno di essi. R. On7 49. 10. 14. 2/7.

Operazione		*Prova*
On7 2764 / 524 / 20	56 / On7 49. 10. 14. 2/7	56
		×On7 49 . 10 . 14 . 2/7
30		504 1 tt. supposto
		224 On7 1. 26.
600	tt. 10	18 . 20
.40	gr. 10	0 . 28
20	4	0 . 11 . 4
	2/7	0 . 0 . 16
800		
240		On7 2764 . 0 . 0
16/56 = 2/7		

Es. del 2.° caso. Q. 109. Un particolare avendo fatto costruire, dei magazzini, ha speso in tutto per muratore e falegname On7 884. Il falegname ha ricevuto On7 352 pel tavolato che è stato di 28 Canne 3 pal. 8 onc.; il muratore ha ricevuto il rimanente per 68 Can. 3 pal. 5 onc. 1/7 di muro; si domanda quanto costa ciascuna canna del muro, e ciascuna del tavolato. R. La canna di tavolato costa On7 12. 11. 1. 257/383: e la canna di muro costa On7 7. 23. 4. 344/479.

Le operazioni alla pagina seguente.

Da On7 884
levate 352

resta On7 532

$3 \times 8 = 24$

	352
×	24
	1408
	704
	8448

Prima operazione

On7 352	Can. 28 . 3 . 8
3	× 3
1056	85 . 3 .
× 8	× 8
8448	683
1618	
252	On7 12 . 11 . 1 . 257/683
30	prezzo della canna di tavolato
7560	
.730	
.47	
20	
940	
257	

Seconda operazione

On7 532	Can. 68 . 3 . 5 . 1/7 .
× 7	× 7
3724	479
371	
30	On7 7 . 23 . 4 . 344/479
	prezzo della canna di muro
11130	
1550	
113	
20	
2260	
344	

Poichè il falegname ha ricevuto Onz 352, bisogna levare questa somma da Onz 884, il resto Onz 532 sarà la parte del muratore. Queste due somme debbono esser divise, ognuna p.l numero delle can.e di cui sono il prezzo.

I due divisori essendo complessi bisogna fare sparire le frazioni, moltiplicandoli per numeri convenevoli. Il primo divisore avendo 8 once, lo moltiplichiamo per 3, per fare sparire le once, il prodotto dà 85 canne 3 palmi; moltiplichiamo questo prodotto per 8, lo che dà 683 per divisore preparato. Ma affinchè il quoziente non cambi, si deve moltiplicare il dividendo per i medesimi numeri che hanno moltiplicato il divisore, cioè per 3 e per 8; ossia pel prodotto di 3 e 8, cioè per 24, perchè $3 \times 8 = 24$; e il prodotto 8448 sarà il dividendo preparato. Dividendo dunque 8448 per 683, il quoziente sarà Onz 12. 11. 1. $^{257}/_{683}$ pel prezzo d' uua canna di tavolato.

Nella seconda operazione, a motivo della frazione $^{1}/_{7}$, si moltiplica il divisore per 7 che fa sparire tutte le frazioni, ed il prodotto 479 è il divisore preparato; ma per avere il vero quoziente, si deve similmente moltiplicare il dividendo per 7, e si avrà 3724 per dividendo preparato, il quale diviso per 479 darà per quoziente Onz 7. 23. 4. $^{344}/_{479}$. che è il prezzo della canna di muro.

Es. del terzo caso. Q. 110. Un cartone ripieno di merletti è stato comprato all' incanto per la somma di Onz 215. 25. 2. I merletti misurati sono 27 Canne, 5 palmi, 8 once; si domanda quanto costa ogni canna di questi merletti. R. Onz 7. 23. 13. $^{503}/_{665}$.

Operazione

On7 215 . 25 . 2	Can. 27. 5 . 8
× 3	× 3
647 . 15 . 6	83 . 1
× 8	× 8
5180 . 2 . 8	665
525	On7 7 . 23 . 13 . 503/665.
30	
15752	
2452	
457	
20	
9148	
2498	
503	

Il prezzo delle 27 Canne, 5 palmi 8 once di merletti essendo On7 215. 25. 2, bisogna dividere questa somma pel numero delle canne; e siccome il divisore è complesso, si renderà incomplesso moltiplicandolo per 3, per fare sparire le once; quindi come il prodotto contiene 1 palmo, si moltiplica questo per 8, e quest' ultimo prodotto è il divisore preparato. Si moltiplica similmente il prodotto successivamente per 3 e per 8, ed il prodotto On7 5180. 2. 8 è il dividendo preparato. Non è necessario di fare sparire le frazioni del dividendo, perchè il quoziente deve essere della medesima specie di questo dividendo.

Q. 111. Si è pagata la somma di On7 116. 17. 18 per la compra di tre pezze di panno, alla ragione di On7 3. 16. 8 le canna; quante canne se ne sono ricevute? R. Can. 32. 7/8.

Si potrà domandare, se si vuole, quante volte On7 3. 16. 8 sono contenute in On7 116. 17. 18.

Si potrà supporre ancora che On7 116. 17. 18 sono state divise ad un certo numero di persone, in modo, che ciascuna ha ricevuto On7 3. 16. 8; si domanda a quante persone si è divisa la somma.

108. Per risolvere queste questioni ed altre simili (53) bisogna dividere On7 116. 17. 18 per On7 3. 16. 8, facendo sparire le parti del dividendo e del divisore (106), perchè si cerca per quoziente un numero di specie diversa del dividendo, e le parti del quale non possono esprimersi che con una frazione: la cosa più regolare, in questi casi, è dunque di ridurre il dividendo ed il divisore in frazioni della più piccola specie, come per esempio, in grani.

```
Dividendo On7 116 . 17 . 18 ) On7 3 . 16 . 8 Divis.
                30          {       30
            ---------       }   ----------
             3497                  106
                20                  20
            ---------           ----------
             69958        }        2128
             .6118        {   ---------------
              1862        }    32 .1862/2128 = 8/7
```

109. La questione 111 essendo stata risolta, il quoziente ha dato 32. 7/8, lo che è applicabile alle tre differenti proposizioni. La risposta della prima sarà Can. 32. 7/8, quella della seconda indicherà che On7 3. 16. 8 sono contenute 32. 7/8 volte in On7 116. 17. 18; e quella della terza che la somma di On7 116. 17. 18 è stata divisa a 32 persone le quali hanno avuto ciascuna On7 3. 16. 8, più ad un' altra che ha ricevuto li 7/8 di On7 3. 16. 8, cioè 7/8 d' una parte intiera. Così debbonsi esprimere le frazioni che vengono al quoziente, ogni volta che l' unità del numero cercato non è suscettibile di suddivisione, come per esempio, gli uomini ec.

Per secondo esempio: si suppone che un certo numero d' uomini abbiano guadagnato insieme On7 140; e che la parte di ciascuno di essi sia di On7 16; si domanda quanti sono gli uomini.

Egli è chiaro che si devono dividere On7 140 per On7 16, e che il quoziente sarà 8. 3/4; cioè 8 uomini che hanno avuto ciascuno On7 16, ed un nono uomo che ha ricevuto li 3/4 di On7 16, cioè On7 12.

Q. 112. Si sono pagate On7 44. 4. 10. 3/4 per 7 Canne, 5 palmi, 3/4 di panno; si domanda quanto è costata la canna. R. On7 5. 21. 12.

Prova della questione 97.

```
On7 44 . 4 . 10 . 3/4  } Can. 7 . 5 . 3/4
  ×            4       }  ×       4
  ----------------        ------------
   176 . 18 . 3            30 . 7
  ×           8            ×    8
  ----------------        ------------
  1412 . 25 . 4   }         247
   177            }       ------------
    30            } On7 5 . 21 . 12
  -----        prezzo d' una canna di panno
  5335
  .395
   148
    20
  -----
  2964
  .494
   000
```

Q. 113. Un mercante panniere ha ricevuto da francia 37. 7/8 aune di panno. La fattura di questo panno con tutte le spese ascende ad On7 138. 14. 17. 3/4; quanto costa ogni auna? R. On7 3. 19. 14.

Questa operazione è la prova della questione 92.

```
On7 138 . 14 . 17 . 3/4 } 37. 7/8 aune
     ×                8 }  × 8
    ---------------------  ---------
    1107 . 29 . 2        }  303
     198                 }-----------
      30                 }On7 3 . 19 . 14
    ----
    5960
    2939
     212
      20
    ----
    4242
    1212
     000
```

Q. 114. Un viale di giardino occupa una superficie di canne quadrate 21. 5. 7. 1/6; la lunghezza di questo viale è di 8 Canne, 7 palmi, 10 once, si domanda quale è la sua larghezza. R. 2 Canne, 3 palmi, 4 once.

La superficie di questo viale risulta dal prodotto della sua lunghezza per la sua larghezza; queste due dimensioni ne sono i fattori; bisogna dunque dividere questa superficie per il fattore conosciuto (52), il quoziente darà l' altro fattore.

110. Per fare questa operazione, vi sono due metodi: il primo consiste nel moltiplicare il dividendo ed il divisore con numeri idonei a fare sparire le frazioni soltanto del divisore, senza curare se restino delle frazioni al dividendo, perchè il quoziente è della medesima specie del dividendo (107).

Il secondo metodo consiste nel ridurre il dividendo ed il divisore in frazioni uguali (108) e della medesima specie.

1.° metodo.

Divid.° Can. 21 . 5 . 7 . 1/6 | Can.8 . 7 . 10 Div.re

× 6 | × 6

130 . 1 . 7 | 53 . 7 .

× 8 | × 8

1041 . 4 . 8 | 431

179 | Can. 2 . 3 . 4

8

1436

143

12

1724

000

2.° metodo

Divid.° Can. 21 . 5 . 7 . 1/6 | Can.8 . 7 . 12 Div.re

8 | 8

173 | 71

12 | 12

2083 | 862

6 | 6

12499 | 5172

2155 | Can. 2 . 3 . 4

8

17240

1724

12

20688

0000

Nel secondo metodo, il dividendo ed il divisore sono stati ridotti in seste parti di un' oncia.

Q. 115. Un proprietario vuole impiegare la somma di On7 237. 27. 12 nella costruzione d' un muro per chiudere un suo giardino; il muratore gli domanda On7 1. 23. 4 per ogni canna; quante canne ne potrà egli far fabbricare per l' anzidetta somma? R. Can. 134. 1. 3. 117/133.

```
Divid.° On7 237 . 27 . 12 ) On7 1 . 23 . 4 Div.re
         × 30             {  × 30
        ______            }  ____
          7137                 53
        × 20                × 20
        ______               ____
        142752    )          1064
        . 3635    { ______________________
        . 4432    } Can.134.1.3. 936/1064=117/133.
        . 176
            8
        ______
          1408
        . 344
           12
        ______
          4128
        . 936
```

Q. 116. Si son pagate On7 237. 27. 12 per far costruire un muro di clausura lungo 134 Can. 1 pal. 3 onc. 117/133; quanto si è pagato per una canna? R. On7 1. 23. 4.

Onz 237 . 27 . 12 | Can. 134 . 1 . 3 . 117/133
× 133 | × 133

31643 . 10 . 16 | 17844
13799 |
30 | Onz 1 . 23 . 4.

413980
57100
.3568
20

71376
00000

Pel divisore

1.° | 2.° | 3.°
133 | 133 | 134
× 3 | × 1 | × 133

399 | 133 | 402
\+ 117 | \+ 43 | 402.
 | | 134..
516) 12 | 176) 8 | 22
36 { — | 16 { — |
00) 43 | 0) 22 | 17844 Div.re preparato

Pel dividendo preparato

1.° | 2.° | 3.°
133 | 133 | 237
× 12 | × 27 | × 133

gr. 1596 | 931 | 711
 | 266 | 711.
tt. 79 . 16 | \+ 79 . 16 | 237..
 | | \+ 122 . 10 . 16
 | tt. 3670 . 16 |
 | | Onz 31643 . 10 . 16
 | Onz 122 . 10 . 16. |

In una operazione di questa natura, in cui il divisore è complesso, ed ha una frazione espressa con termini grandi, in una parola in cui il dividendo ed il divisore debbono essere moltiplicati per 133, denominatore della frazione del divisore, si dovranno scrivere in un foglio di carta le operazioni parziali, e si opererà nel modo seguente, cominciando dal divisore. 1.° Si moltiplirano 3 once per 133, e il prodotto è 399 al quale aggiungendo il numeratore 117, (perchè $^{117}/_{133}$ × 133 deve produrre 117 unità); la somma produce onc. 516, le quali divise per 12, per ridurle in palmi danno al quoziente palmi 43 che debbonsi aggiungere all' operazione seguente.

2.° Si moltiplica 1 palmo per 133, e il prodotto è 133 palmi, a cui aggiungendo i 43 palmi dell' operazione precedente, la somma produce 176 palmi, i quali ridotti in canne fanno 22 canne da aggiungersi alla seguente operazione.

3.° Finalmente, si moltiplicano 134 canne per 133 a cui aggiungendo le canne 22 dell' operazione precedente, il tutto produce 17844 per divisore preparato.

Si passa in seguito al Dividendo.

1.° 12 gr. × 133 = gr. 1596, i quali ridotti in tarì producono tt. 79. 16.

2.° 27 tarì × 133 + tt. 79. 16 dell' operazione precedente fanno tt. 3670. 16 = On7 122. 10. 16.

3.° On7 237 × 133 + On7 122. 10. 16 producono per Dividendo preparato On7 31643. 10. 16.

Della valutazione delle frazioni assolute in frazioni relative.

111. Valutare una frazione, significa cercarne il valore in sotto specie dell' unità principale di cui essa fa parte. Ovvero ridurre una frazione assoluta in frazione relativa.

Per ridurre una frazione assoluta in frazione relativa, bisogna moltiplicare il numeratore pel numero delle sotto specie di cui l' unità principale è composta, e dividendo il prodotto pel denominatore, il quoziente darà il numero delle sotto specie; poichè le unità del numeratore possono essere considerate come intieri della specie principale divisi pel denominatore; e giacchè il numero di quest' intieri non è grande abbastanza, acciò il denominatore sia in esso contenuto, bisogna subito ridurlo in sotto specie (104). S' immagini il caso che On7 4 sieno da dividersi ugualmente a 5 persone, la parte di ciascheduna non potrà essere espressa che con una frazione 4/5 di un' On7, onde si vede che il numeratore è il numero degl' intieri divisi per il denominatore.

Q. 117. Si vuol sapere quanti tarì contengono i 4/5 di un' oncia. R. tarì 24.

Poichè un' oncia vale 30 tarì, bisogna moltiplicare il numeratore 4 per 30, e dividere il prodotto 120 per 5; il quoziente dà allora 24 che sono il numero dei tarì contenuti nei 4/5 di un' oncia.

$$30 \times 4 = 120 \,\big)\, 5$$
$$20 \qquad$$
$$0 \,\big)\, 24 \text{ tarì.}$$

D' altronde egli è facile vedere che i 4/5 di un' oncia sono la stessa cosa che 1/5 di On7 4 : dunque la quinta parte di On7 4 = tt. 120 sono 24 tarì.

Q. 118. Ridurre in palmi i 3/4 d' una canna. R. 6 palmi.

La canna vale 8 palmi, bisogna dunque moltiplicare il numeratore 3 per 8, e dividere il prodotto per 4.

3 × 8 = 24 } 4
0 } 6 palmi

Q. 119. Quante once sono contenute nei 7/8 d'un rotolo? R. 1.° on. 10. 1/2. 2.° on. 26 1/4. 3.° on. 28. 7/8.

Nel regno delle due Sicilie; il rotolo si divide in 12 once alla grossa, o in 30 once alla sottile; vi è ancora il rotolo grosso diviso in 33 once alla sottile.

Nel 1.° caso. 7 × 12 = 84 } 8
04 } 10. 4/8 = 1/2 once grosse

Nel 2.° caso. 7 × 30 = 210 } 8
50
2 } 26. 2/8 = 1/4 once sottili

Nel 3.° caso. 7 × 33 = 231 } 8
71
7 } 28. 7/8 once sottili.

112. Quando si son trovate le prime sotto specie, se resta qualche cosa alla divisione, bisogna moltiplicare questo resto pel numero delle parti della specie inferiore a quelle che si sono trovate, e poscia dividerlo. Quindi si prosiegue a moltiplicare e a dividere sino a che si abbiano le minime sotto specie che si vogliono avere. Se dopo tutte queste divisioni vi è ancora un resto, questo sarà il numeratore d' una fra-

zione dell' ultima sotto specie, il quale avrà per denominatore quello della frazione primitiva.

Q. 120. Quanti tarì, e quanti grani son contenuti nei $7/9$ di un' oncia? R. tt. 23. 6. $2/3$.

```
30 × 7 = 210 ) 9
         30  {———
          3  ) tt. 23. 6. 2/3.
         20
        ———
         60
          6/9 = 2/3
```

Avendo operato come nella questione 118, sono risultati al quoziente tt. 23 ed un resto $3/9$ di 1 tarì. Giacchè il tarì vale 20 grani, ho moltiplicato questo resto 3 per 20 grani, e dividendo il prodotto 60 che ne è risultato, ho avuto al quoziente 6 grani. In questa seconda divisione è rimasto un residuo 6; e siccome non vi è altra sotto specie di grani (a meno che si avessero voluto dei piccioli), questo resto è il numeratore d' una frazione di grano, il cui denominatore è 9, dunque $6/9 = 2/3$. La risposta è dunque tt. 23. 6. $2/3$ per valutazione dei $7/9$ di un' oncia.

Q. 121. Si vuol sapere quanto produrranno $7/11$ di On7 18. R. On7 11. 13. 12. $8/11$.

```
On7 18 × 7 = On7 126 ) 11
                 16  {————————
                  5  ) On7 11 . 13 . 11 . 8/11.
                ×30
                ———
                150
                 40
                  7
                × 20
                ———
                140
                 30
                 8/11
```

Q. 122. Quali saranno i $5/7$ di 8 Canne? R. Can. 5. 5. 8. $4/7$.

C. 8 × 5 = C. 40) 7

5 C. 5 . 5 . 8 . $4/7$

× 8

40

5

× 12

60

$4/7$

Riduzione delle frazioni relative o volgari in frazioni assolute.

113. Per ridurre delle frazioni relative in frazioni assolute, bisogna dare a ciascuna per denominatore il numero che esprime la quantità delle unità delle sotto specie che compongono l' unità principale.

Imperciocchè le frazioni relative differiscono dalle frazioni assolute soltanto in quanto che, in quelle non si scrive il loro denominatore il quale è sempre conosciuto, e non cangia affatto. Quindi 7 tarì sono i $7/30$ dell' oncia, perchè il tarì è la trentesima parte dell' oncia. Similmente 5 palmi sono i $5/8$ d' una canna, perchè 1 palmo è l' ottava parte della canne ec.

114. Allorquando vi sono diverse frazioni relative di cui le ultime dipendono da quelle che precedono, e si debbono riunire in una sola frazione assoluta dell' unità principale, bisogna ridurre le più grandi alla medesima specie delle più piccole proposte, le quali unite poi insieme daranno il numeratore della frazio-

ne assoluta che si cerca. Per avere il suo denominatore, bisogna ridurre l' unità principale nella più piccola specie data; finalmente si ridurrà la frazione alla sua più semplice espressione (73).

Per esempio, se vi fosse la somma di On7 6. 22. 14, e si volessero ridurre i tarì 22. 14 in una frazione assoluta dell' On7, si dovrebbero moltiplicare tt. 22 per 20, ed aggiungere al prodotto i grani 14, e si avrebbe 454 per numeratore, il cui denominatore sarebbe 600, perchè 30 tarì che compongono l' oncia moltiplicati per gr. 20 che formano il tarì producono 600. On7 6. 22. 14 sono dunque uguali ad On7 6. $^{454}/_{600}$.

Q. 123. Ridurre tt. 9. 12 in frazione assoluta dell' On7. R. $^{8}/_{25}$.

tt. 9	tt. 30
× gr. 20	× gr. 20
180	600 Denominatore
+ gr. 12	
192 Numeratore	

Riducendo. $^{192}/_{600} = {}^{48}/_{150} = {}^{24}/_{75} = {}^{8}/_{25}$.

Q. 124. Ridurre tt. 17. 14. 4/5 in una sola frazione assoluta dell' On7. R. $^{887}/_{1500}$.

tt. 17. 14. 4/5	tt. 30
× 20	× gr. 20
354	600
× 5	× 5
1774 Numeratore	3000 Denominatore

Riducendo $^{1774}/_{3000} = {}^{887}/_{1500}$.

La risposta è $^{887}/_{1500}$ la qual frazione si pronunzia dicendo: ottocento ottantasette, mille cinquecentesimi di un'oncia.

Q. 125. Ridurre tt. 23. 17. 3 in una frazione assoluta dell'On7. $^{19}/_{240}$.

tt. 23. 17. 3	tt. 30
× 20	× 20
477	600
× 6	× 6
2865 Numeratore	3600 Denominatore

Riducendo $^{2865}/_{3600} = {}^{573}/_{720} = {}^{191}/_{240}$.

Q. 126. Ridurre 7 tumoli, 3 mondelli, 2 carozzi, 3 quarti in una frazione assoluta della salma. R. $^{507}/_{1024}$.

tum. 7. 3. 2. 3	tum. 16
× 4	× 4
31	64
× 4	× 4
126	256
× 4	× 4
507 Numeratore	1024 Denominatore

Delle frazioni di frazioni

115. Chiamasi *frazioni di frazioni* una serie di frazioni che fanno parte le une delle altre e che sono separate colla parola *di.*

Queste frazioni si riducono ad una sola frazione, moltiplicando i numeratori gli uni cogli altri, ed i denominatori similmente gli uni con gli altri.

Q. 127. Ridurre in una sola frazione i $2/3$ di $4/5$. R. $8/15$.

$$2/3 \times 4/5 = 8/15.$$

Facilissima a comprendersi è la ragione di questo metodo, imperocchè prendere, per cagion d' esempio, i $2/3$ di $4/5$, non è altro che ripetere i $4/5$ due terzi d' una volta, e siccome il terzo di $4/5$ è $4/15$, dunque i $2/3$ saranno $8/15$; ma $8/15 = 2/3 \times 4/5$; dunque (84) la riduzione delle frazioni di frazioni è una vera moltiplicazione di frazioni.

Quando vi saranno molte frazioni, il metodo sarà sempre lo stesso; poichè avendo ridotte due frazioni in una sola, si opererà nella stessa guisa per una terza, per una quarta ec.

Q. 128. Ridurre in una sola frazione i $3/4$ di $5/6$ di $4/7$. R. $5/14$.

$$3/4 \times 5/6 = 15/24 \times 4/7 = 60/168 = 5/14$$
$$\text{ovvero } 3/4 \times 5/6 \times 4/7 = 60/168 = 5/14$$

Se si trovano ai numeratori ed ai denominatori de' numeri divisibili per un medesimo numero, questa divisione dovrà farsi prima di moltiplicarli, e se vi fossero dei numeri uguali, si cancelleranno. Perciò

nella questione 128, si ridurrà $^3/_4 \times ^5/_6 \times ^4/_7$ a quest' altra $^1/_2 \times ^5/_7 = ^5/_{14}$, dividendo il 3 dei numeratori ed il 6 dei denominatori per 3, e cancellando i due 4, uno dei quali è ai numeratori, e l' altro ai denominatori (69. 7.°) lo che non cambia la frazione.

Q. 129. Ridurre i $^2/_3$ di $^3/_7$ di On7 4 in una sola frazione. R. $^8/_7$ di un' oncia = On7 1. $^1/_7$.

Si possono (71) disporre così $\frac{2 \times 3 \times 4}{3 \times 7 \times 1} = ^{24}/_{21} = ^8/_7$ e cancellando il 3 dei numeratori ed il 3 dei denominatori, si avrà $^2/_7 \times ^4/_1 = ^8/_7 =$ On7 1. $^1/_7$.

Q. 130. Quali sono i $^4/_5$ di $^5/_7$ di $^3/_{11}$ di On7 5. 12? R. $^{324}/_{385}$.

Bisogna prima ridurre in tarì On7 5. 12 = tt. 162, dando loro per denominatore 30, e si avrà $\frac{4 \times 5 \times 3 \times 162}{5 \times 7 \times 11 \times 30}$ in cui cancellando il 5 dei numeratori ed il 5 dei denominatori, e dividendo per 6 il numeratore 162 ed il denominatore 30, si avrà $\frac{4 \times 3 \times 27}{7 \times 11 \times 5} = ^{324}/_{385}$.

Q. 131. Si vogliono ridurre in una sola frazione i $^4/_7$ di $^3/_4$ di $^5/_6$ di Can. 6, pal. 3, onc. 4. R. $^{385}/_{168}$ = C. 2. 2. 4.

Canne 6. 3. 4 = 616 once = $^{616}/_{96}$ d' una canna di cui debbonsi prendere i $^4/_7$ di $^3/_4$ di $^5/_6$ e ne risulterà questa frazione $\frac{4 \times 3 \times 5 \times 616}{7 \times 4 \times 6 \times 96} = \frac{5 \times 77}{7 \times 2 \times 12} = ^{385}/_{168}$

Se si volesse ridurre questa frazione in canne. palmi ed once ec., si farebbe la seguente operazione

385	168
.49	
× 8	C. 2 . 2 . 4
392	
.56	
×12	
672	
000	

Prova

li 5/6 di Can. 6 . 3 . 4 . = Can. 5 . 2 . 9 . 1/3
× 5

32 . 0 . 8

il 1/6 5 . 2 . 9 . 2/6 = 1/3 = Can. 4 . 0 . 1
i 3/4 × 3

16 . 0 . 4

il 1/4 4 . 0 . 1 = Can. 2 . 2 . 4.
finalmente i 4/7 × 4

16 . 0 . 4

il 1/7 Can. 2 . 2 . 4 Risposta

Delle frazioni di frazioni prese sopra l' unità frazionaria.

116. Le frazioni di frazioni prese sopra l' unità frazionaria sono quelle, le quali in vece di far parte di tutta la frazione che precede, fanno soltanto parte dell' unità del numeratore di questa frazione. Perciò se vi sono due frazioni consecutive $^3/_4$ e $^5/_6$, in vece di considerare la seconda frazione come i $^5/_6$ di $^3/_4$, non si considererà che come i cinque sesti di $^1/_4$. Ecco ciò che s' intende per unità frazionaria.

Queste specie di frazioni trovansi al quoziente d' una divisione, in cui vi sono delle sotto specie alle quali si può dare per denominatore il numero, che indica quante unità della specie inferiore abbisognano per farne una sola della specie immediatamente superiore. Nondimeno se avendo delle sotto specie al dividendo, e dovendo al quoziente risultare delle unità di una natura diversa di quella del dividendo, si volesse far la divisione senza fare sparire le parti, allora bisogna moltiplicare il residuo del dividendo per numeri capaci a contenere le sotto specie; ma nel medesimo tempo bisogna dare per denominatori, alle parti del quoziente, i numeri per i quali i resti del dividendo sono stati moltiplicati.

Per ridurre queste frazioni in una sola frazione della specie principale, bisogna fare quanto è stato detto al n.° 114. Perciò per ridurre 9 tarì 12 grani, ossia (113) $9/30$ di un' oncia e $^{12}/_{20}$ d' un tarì in una sola frazione di oncia, si farà il denominatore moltiplicando 30 per 20, ed il numeratore 9 per 20, ed aggiungendo 12 al prodotto.

$30 \times 20 = 600$ Denominatore
$9 \times 20 = 180 + 12 = 192$ Numeratore.

Dunque $9/30$ di 1 On7 $+ 12/20$ d' un tarì $= 192/600$ $= 8/25$ di un oncia.

Sia proposta la questione seguente nella quale si vuole operare senza ridurre alle più piccole parti.

Q. 132. Una canna d' una certa opera costa On7 5; quante canne se ne potranno fare per On7 43. 13. 12. $1/2$? R. Can. 8. $829/1200$.

Egli è evidente che se ne faranno tante canne, quante volte On7 5 sono contenute in On7 43. 13. 12. $1/2$; bisogna dunque dividere On7 43. 13. 12. $1/2$ per 5.

```
On7 43. 13. 12. 1/2 ) 5
    3               } ——
  × 30              } C.8.20/30 14/20 1/2 = C.8.829/1200
  ————
   103                    Riduzione
    03
  × 20        20 × 20 = 400 + 14 = 414 × 2
  ————        = 828 + 1 = 829 Numeratore
    72        30 × 20 × 2 = 1200 Denominatore
    22
     2
  ×  2
  ————
     5
     0
```

Riducendo le parti (Q. 111)

On7 43. 13. 12. 1/2	5
× 30	× 30
1303	150
× 20	× 20
26072	3000
× 2	× 2
52145	6000
4145	C. 8. 5. 6. $^{1920}/_{6000}$ = $^{8}/_{25}$.
× 8	
33160	$^{829}/_{1200}$ d' una canna sono eguali a 5 pal. 6 onc. $^{8}/_{25}$.
3160	
× 12	
37920	
1920	

Nel primo metodo in cui le parti non sono state ridotte se non se a misura che si faceva la divisione, si è posto 30 per denominatore di 20, perchè 30 è stato il moltiplicatore del primo resto del dividendo, il quale numeratore era 30 volte più piccolo; perciò si è diviso per 30 nel dargli questo numero per denominatore. Lo stesso è stato praticato per 14 e per 1 che sono stati divisi per 20 e per 2, perchè 20 e 2 sono stati i moltiplicatori successivi dei resti successivi del dividendo.

Q. 133. Ridurre $^{5}/_{7}$ più $^{3}/_{4}$ d' un settimo in una sola frazione. R. $^{23}/_{28}$.

$(5 \times 4) + 3 = 23$ Num. $7 \times 4 = 28$ Den. R. $^{23}/_{28}$.

Q. 134. Ridurre $^{5}/_{6}$ più $^{3}/_{4}$ d' un sesto, più $^{2}/_{3}$ d'un quarto in una sola frazione. R. $^{71}/_{72}$.

*

$(5 \times 4) + 3 = 23$, e $(23 \times 3) + 2 = 71$ Numer.
$6 \times 4 + 3 = 72$ Denom.

Q. 135. Per 30 tarì, ossia per On7 1 si sono comprate 27 canne di nastro; quante canne se ne potranno comprare per On7 35. 13. 16. 5/8? R. Canne 957. 717/1600.

Egli è evidente che se ne potranno comprare tante volte 27 canne quante volte 30 tarì, ossia On7 1, sono contenuti nella somma proposta; bisogna dunque moltiplicare 27 per On7 35. 13. 16. 5/8.

Moltiplicando 27
Moltiplicatore On7 35 . 13 . 16 . 5/8

	135		
	81.		1600 Den. com.
tt. 10	9 .		
2	1	4/5	320×4=1280
1	0	9/10	160×9=1440
gr. 10	0	9/20	80×9= 720
5	0	9/40	40×9= 360
1	0	9/200	8×9= 72
4/8	0	9/400	4×9= 36
1/8	0	9/1600	1×9= 9

Can. 957 . 717/1600

3917) 1600
717 } ——— 2.717/1600

Altro metodo.

27 Canne
× On7 35 . 13 . 16 . 5/8

		135
		81 .
tt.	10 . .	9
	2 . .	1 . 4/5
	1 . .	0 . 4/5 . 1/2
gr.	10 . .	0 . 2/5 . 0/2 . 1/2
	5 . .	0 . 1/5 . 0/2 . 0/2 . 1/2
	1 . .	0 . 0/5 . 0/2 . 0/2 . 1/2 . 4/5
	4/8 . .	0 . 0/5 . 0/2 . 0/2 . 0/2 . 4/5 . 1/2
	1/8 . .	0 . 0/5 . 0/2 . 0/2 . 0/2 . 1/5 . 0/2 . 1/4
Can.		957 . 2/5 . 0/2 . 0/2 . 1/2 . 4/5 . 1/2 . 1/4
		4/10 8/20 17/40 89/200 179/400 717/1600

Quest' altro metodo, di cui daremo soltanto una operazione, facilita il calcolo delle frazioni per le quali si prende parte sopra parte, come se fossero frazioni relative; così per es. per prendere la metà del prodotto di 2 tarì, diremo: la metà di 1 è zero, resta quest' unità che vale $5/5 + 4/5 = 9/5$ la cui metà è 4/5 che si scrivono sotto le prime frazioni, e resta 1/2 d'un quinto che si scrive susseguentemente. Così si praticherà per le altre parti. Dall' addizione ne son risultate delle frazioni di frazioni prese sopra l' unità frazionaria, le quali si sono valutate, in modo da derivarne una sola frazione uguale in valore a tutte le altre, come sopra si è detto. In questa operazione il valore delle frazioni è stato 717/1600, la quale frazione è la stessa di quella che risulta col metodo ordinario. Nella pratica, si potrebbero collocare soltanto le due o le tre prime frazioni che sieguono gl' intieri: l' errore sarebbe insignificante.

QUESTIONI DIVERSE

Sopra l' Addizione

Per trovare la somma (22) o il totale di più quantità, bisogna fare l' addizione.

Q. 136. Un Mercante ha comprato quattro pezze di tela che contengono; la 1.ª 67 canne, la 2.ª 58, la 3.ª 50 canne; si domanda quante canne contengono insieme le quattro pezze. R. 234 canne.

Q. 137. Diverse somme sono dovute ad un particolare; uno gli deve On7 430, un' altro On7 849, e un terzo On7 1458; qual somma gli è dovuta in tutto? R. On7 2737.

Q. 138. Un Generale d' armata volendo assediare una città, ha formato quattro batterie di cannoni; la prima ha tirato 4560 colpi, la seconda 3764, la terza 3996, e la quarta 3645; quanti colpi di cannone si sono tirati in tutto? R. 15965.

Q. 139. Un Commessario di viveri avendo ricevuto l' ordine di consegnare le razioni ordinarie a quattro reggimenti, ne ha fornito al primo 5643, al secondo 3456, al terzo 4652 ed al quarto 7866. Si domanda a quanto ascende il numero delle razioni. R. 21617.

Q. 140. Qual è il numero da cui avendo scemato 59, rimanga 150? R. 209.

Q. 141. Tre mercanti han guadagnato le somme seguenti: il primo On7 468, il secondo On7 604, il terzo On7 312; quale è la somma totale del loro guadagno? R. On7 1384.

Sopra la Sottrazione

Per trovare la differenza tra due quantità, bisogna diffalcare la più piccola dalle più grande.

Q. 142. Un individuo doveva On7 4958, egli ha pagato in conto On7 763; quanto deve egli ancora? R. On7 4195.

Q. 143. In una piazza assediata vi sono 9586 uomini; e siccome i viveri cominciano a mancare, si vuol ridurre la guarnigione a 4900; quanti uomini vi si dovranno sottrarre? R. 4686.

Q. 144. Un proprietario avendo esatta una somma di On7 2450 ha pagato un debito di On7 987; qual somma resta a questo proprietario? R. On7 1463.

Q. 145. Un Commessario di viveri aveva nei suoi magazzini 15608 salme di frumento; egli ne ha consumato 8479 salme, quante salme gliene restano? R. 7129 salme.

Sopra la Moltiplicazione

Quando si conosce il prezzo d'una cosa, per avere il prezzo di molte cose della medesima specie, e della medesima qualità, si farà la moltiplicazione (40).

Q. 146. Quanto costeranno 532 canne di panno ad On7 4 la canna? R. On7 2128.

Q. 147. Quanto costeranno 1327 salme di frumento ad On7 3 la salma? R. 3981.

Q. 148. Sapendosi che l'anno è composto di 365 giorni e 6 ore, e che il giorno è composto di 24 ore; si domanda quante ore vi sono in un anno. R. 8766 ore.

Q. 149. Un bastimento ha fatto costantemente un cammino di 14 miglia per ogni ora; esso è giunto al suo destino in 52 ore; quante miglia di cammino ha percorse? R. 728 miglia.

Q. 150. Un Negoziante assicura di aver comprato in un anno 3297 pezze di panno ad On7 147 la pezza; quale somma ha dovuto egli sborsare per questa compra? On7 484659.

Sopra la Divisione

Allorchè il prezzo d' un numero determinato di cose è conosciuto, il valore di ciascuna di queste cose si ritrova colla Divisione (53).

Q. 151. Un Mercante ha comprato 532 canne di panno che gli son costate On7 2128; si domanda quanto gli è costata la canna. R. On7 4.

Q. 152. Un Negoziante ha pagato On7 35829 per una compra di molte pezze di tela d' Olanda, alla ragione di On7 27 la pezza; quante pezze ne ha egli comprate? R. 1327 pezze.

Q. 153. Si vuol sapere quante salme formano 4384 tumoli. R. 274 salme.

Q. 154. Un Negoziante dice che 3297 pezze di panno gli son costate On7 484659; quanto gli è costata la pezza? R. On7 147.

Q. 155. In un vestibolo di figura rettangolare, e lastricato, si sono apposte 76191 lastre quadrate ed eguali, e ve ne sono entrate 327 in lunghezza, si domanda quante ve ne sono entrate in larghezza? R. 233.

Q. 156. 1327 salme di frumento sono costate On7 3981; quanto è costata la salma? R. On7 3.

Sopra la prima riduzione delle frazioni (71).

Q. 157. Riducete 17 intieri in quarti. R. $^{68}/_{4}$.

Q. 158. Riducete in ventiquattresimi 29 intieri. R. $^{696}/_{24}$.

Q. 159. Riducete 37. $^{4}/_{9}$ in una sola frazione R. $^{337}/_{9}$

Q. 160. Quanti ottavi son contenuti in 42. $^{5}/_{8}$ canne di tela? R. $^{341}/_{8}$.

Sopra la seconda riduzione (72).

Q. 161. Quanti intieri son contenuti nella frazione 68/4 ? R. 17.

Q. 162. Quali sono gl' intieri contenuti nella frazione 667/23 ? R. 29.

Q. 163. Quanti intieri vi sono in 337/9 ? R. 37. 4/9.

Q. 164. Si domanda quante canne sono contenute in 341/8 di canne. R. 42. 5/8.

Sopra la terza riduzione (73).

Q. 165. Riducete nella sua più piccola espressione 27/63. R. 3/7.

Q. 166. Qual è la più piccola espressione della frazione 168/384 ? R. 7/16.

Q. 167. Riducete la frazione 14280/22032 ai suoi minimi termini. R. 35/54.

Q. 168. Riducete la frazione 6789/7533 alla sua più piccola espressione. R. 73/81.

Sopra la quarta riduzione (76).

Q. 169. Si vogliono ridurre alla medesima denominazione 3/7 e 5/6. R. 18/42 e 35/42.

Q. 170. Riducete le frazioni 2/3, 1/5 e 5/7 alla medesima denominazione. R. 70/105, 21/105, 75/105.

Q. 171. Riducete alla medesima denominazione le frazioni 4/9, 11/12, 5/16, 9/17. R. $\frac{13056,\ 26928,\ 9180,\ 15552}{29376}$

Sopra l' addizione delle frazioni (79).

Q. 172. Un Mercante ha venduto quattro tagli di panno; il primo era lungo 3. 3/8 canne; il secondo 2. 3/5; il terzo 2. 3/4 ed il quarto 3. 1/6; quante canne ha venduto in tutto? R. 11. 107/120 canne.

Q. 173. Un Barone possiede un feudo che ha diviso a quattro fittajuoli diversi; il primo ha avuto Sal. 9. $^5/_8$, il secondo Sal. 14. $^7/_{12}$, il terzo Sal. 17. $^5/_7$, il quarto Sal. 24. $^5/_9$; si domanda di quante salme è il feudo intiero. R. Sal. 66. $^{241}/_{540}$.

Q. 174. Un muratore ha fatto nel corso di un'anno cinque opere diverse; la prima è stata di Canne 17. $^2/_3$, la seconda di 18. $^4/_7$, la terza di 9. $^8/_9$, la quarta di 10. $^1/_5$ e la quinta di 8. $^6/_{11}$. Egli ha ricevuto per la prima On7 147. $^4/_9$, per la seconda On7 201. $^1/_3$, per la terza On7 63. $^3/_5$, per la quarta On7 71. $^5/_8$, e per la quinta On7 54. $^5/_6$; si domanda quante canne di lavoro egli ha fatto in tutto, e quale è la somma totale ch' egli ha ricevuta. R. 1.° Can. 64. $^{3023}/_{3465}$. 2.° On7 538. $^{301}/_{360}$.

Q. 175. Un fittajuolo paga per fitto d' un feudo On7 2300, spende pel mantenimento annuo della sua famiglia On7 637. $^4/_{11}$, paga annualmente per salario dei suoi servitori On7 439. $^3/_8$, e al termine dell' anno gli restano ancora On7 498. $^7/_{12}$; tutte queste somme provengono dai prodotti del feudo; si domanda qual ne sia il prodotto annuo. R. On7 3875. $^{79}/_{264}$.

Q. 176. Tizio ha speso On7 39. $^5/_{12}$, egli ha perduto al giuoco On7 47. $^6/_7$, e gli restano ancora On7 78. $^7/_9$; si vuol sapere qual somma egli aveva. R On7 165. $^{229}/_{252}$.

Sopra la sottrazione delle frazioni (82).

Q. 177. Un particolare ha i $^3/_4$ d' una canna di panno, ne ha dato $^2/_3$ di canna al suo vicino, quanto gliene resta? R. $^1/_{12}$ di canna.

Q. 178. Un Mercante avea una pezza di panno lunga 25. $^2/_3$ canne; gliene restano 9. $^3/_4$ canne; quante canne ne ha vendute? R. 15. $^{11}/_{12}$ canne.

Q. 179. Un proprietario possiede un giardino che contiene 86. $^3/_{10}$ canne di terreno; ei vuol destinarne

25. $^{7}/_{12}$ canne per fabbricarvi una casina; quante canne di terreno resteranno nel giardino? R. 60. $^{43}/_{60}$ canne.

Q. 180. Si chiede qual sia il numero che, unito a $^{1}/_{4}$ del medesimo, dia per somma $^{7}/_{8}$. R. $^{5}/_{8}$.

Q. 181. Qual è il numero cui dovrebbesi aggiungere $^{3}/_{5}$ onde aver per somma 1. $^{3}/_{8}$? R. $^{21}/_{40}$.

Q. 182. Quale è la differenza tra $^{3}/_{7}$ e $^{12}/_{13}$? R. $^{45}/_{91}$.

Q. 183. Qual numero si dovrebbe levare da 6. $^{5}/_{6}$ per far che rimangano $^{8}/_{9}$? R. 5. $^{17}/_{18}$.

Q. 184. Un Mercante avendo affidato al suo sarto una pezza di panno lunga 14. $^{5}/_{9}$ canne, per prenderne il bisognevole per fargli un mantello, il sarto gliene restituisce 9. $^{6}/_{7}$ canne; si domanda quante canne di panno ha prese il sarto per far il mantello? R. 4. $^{44}/_{63}$ canne.

Sopra la Moltiplicazione delle frazioni (84).

Q. 185. Si domanda il prodotto di $^{4}/_{7} \times {}^{6}/_{11}$. R. $^{24}/_{77}$.

Q. 186. Qual è il prodotto di 5. $^{3}/_{8}$ × 7. $^{5}/_{9}$? R. 40. $^{11}/_{18}$.

Q. 187. Qual è il numero, che diviso per $^{3}/_{4}$ dà al quoziente $^{7}/_{8}$? R. $^{21}/_{32}$.

Osservazione. In questa questione $^{3}/_{4}$ è il divisore, e $^{7}/_{8}$ il quoziente del numero domandato; bisogna dunque (49) moltiplicare l'un per l'altro per avere il dividendo.

Q. 188. Quale è il numero, che diviso per $^{5}/_{9}$ dia al quoziente. $^{2}/_{3}$? R. $^{10}/_{27}$.

Q. 189. Una sala è lunga 32. $^{2}/_{3}$ palmi, e larga 27. $^{5}/_{9}$ palmi; quale è la sua superficie? R. 900. $^{4}/_{27}$ palmi.

Q. 190. Qual è la superficie d'un rettangolo, ossia quadrato lungo di cui un lato è lungo 8. $^{3}/_{4}$ canne,

e l'altro 27. 2/3 canne? R. 242. 1/12 canne quadrate.

Q. 191. Tizio ha comprato 5/6 di canna di panno, e ne ha venduto a Fulano i 3/4; si domanda quanto gliene sia rimasto, e quanto ne abbia venduto a Fulano. R. Glien' è restato 5/24, d' una canna, e ne ha venduto a Fulano 15/24 = 5/8 d' una canna.

Sopra la Divisione delle frazioni (88).

Q. 192. Si domanda il quoziente di 24/77 diviso per 4/7. R. 6/11.

Q. 193. Se 40. 11/18 sono stati divisi per 5. 3/8, qual ne sarà il quoziente? R. 7. 5/9.

Q. 194. Qual è il numero, che moltiplicato per 7/8 abbia prodotto 21/32? R. 3/4.

Q. 195. Si sa che 2/3 è un fattore di 10/27; si domanda qual è l'altro fattore. R. 5/9 (52).

Q. 196. Una sala ha 900. 4/27 di superficie; la sua lunghezza è 32. 2/3 pal.; qual è la sua larghezza? R. 27. 5/9 pal.

Q. 197. Un prato rettangolare di 242. 1/12 canne di superficie è lungo 27. 2/3 canne, qual è la sua larghezza? R. 8. 3/4 canne.

Q. 198. Per qual numero si sono moltiplicati 5/6, onde aver per prodotto 15/24? R. 3/4.

Sopra i numeri complessi

Q. 199. Un Barone ha ricevuto da quattro fittajuoli le somme seguenti; cioè dal primo On7 274. 17. 12, dal secondo On7 396. 29. 8, dal terzo On7 287. 4. 16; e dal quarto On7 537. 14. 17; si domanda qual è la somma totale ch' egli ha ricevuta. R. On7 1496. 6. 13.

Q. 200. Un Mercante ha comprato quattro partite di frumento; la prima di Sal. 14. 13. 3. 2. 2, la seconda di Sal. 27. 14. 2. 3. 1, la terza di Sal. 19.

12. 1. 3. 2. la quarta di Sal. 25. 10. 3. 2. 3; quante salme ha egli comprate in tutto? R. Sal. 88. 4.

Q. 201. Un argentiere ha fatto per la catedrale di una città una croce e sei candelieri d' argento; si vuol sapere quante libbre pesano in tutto.

La croce col Cristo pesa	lib.	12 .	7 .	17.
i due candelieri più grandi . .		14 .	8 .	24.
i due secondi		12 .	4 .	14.
i due piccoli.		8 .	11 .	22.
Totale . . .	libbre	48 .	8 .	17.

Gli argentieri dividono la libbra in 12 once, e l' oncia in 30 trapesi.

Q. 202. Paolo assicura che nel rivendere una certa mercanzia On7 673. 19. 4, egli ha perduto On7 39. 27. 12; quanto gli costava questa mercanzia? R. On7 713. 16. 16.

Q. 203. Un uomo avea una certa somma, della quale gli hanno rubato On7 54. 14. 9, di modo che non gli restano più che On7 37. 19. 16; qual somma avea egli prima del furto? R. On7 92. 4. 5.

Q. 204. Un mercante ha del panno che gli costa On7 4. 17. 8 la canna; a qual prezzo dovrà egli venderlo per guadagnare tt. 19. 12 sopra ogni canna? R. On7 5. 7.

Q. 205. Un mercante dice di avere un sacco nel quale vi sono 17460 pezzi di 8 grani siciliani; quante once fanno essi? R. On7 232. 24.

Q. 206. Quanti pezzi di 5 grani siciliani vi vogliono per pagare On7 194? R. 23280.

Q. 207. Un individuo deve 147 Duc. napoletani; egli ha pagato in conto 80 pezzi di 12 carlini anche napoletani; quanti Ducati deve egli ancora? R. Duc. 51.

Q. 208. Un mercante di vino ha quattro qualità di vini, cioè di gr. 17, di gr. 15, di gr. 14, e di

gr. 10 il quartuccio. S' egli mescolasse questi vini in uguale quantità di ciascuna qualità, quanto gli costerebbe il quartuccio mescolato? R. 14 grani.

Q. 209. Si vuol sapere quanto viene a costare un quartuccio di vino di Malaga, quando il barile di 40 quartucci costa 18 Duc. ed ha pagato per dogana 4 Duc. a barile, e per gabella, 3 grani napoletani a quartuccio. R. Gr. n. 58=5 Carlini 8 gr. napoletani.

Q. 210. Un uomo era debitore della somma di On7 737. 18. 4. egli ha fatto diversi pagamenti in conto, cioè On7 171. 14. 6, On7 92. 17. 4, On7 38. 27. 15, e On7 147. 24. 10; qual somma deve egli ancora? R. On7 286. 24. 9.

Q. 211. Un fittajuolo dovea al suo padrone On7 756. 14. 16. egli ha pagato in conto un sacco contenente 1346 pezzi di 5 grani siciliani, più gli ha dato 54 barili di vino alla ragione di tt. 18 siciliani il barile, e più 32 Sal. di frumento al prezzo di On7 3. 24. 10. la Sal.; di qual somma è ancor debitore? R. On7 584. 0. 8.

Q. 212. Dato che la somma di due numeri sia 211, e la loro differenza 31, quali son dessi questi numeri? R. 121 e 90.

Q. 213. Venti persone han fornito ciascuna On7 7. 14. 7. per fare insieme un viaggio; se la somma è stata già tutta spesa, qual ha dovuto essere la medesima? R. On7 149. 17.

Q. 214. Venti persone han fatto insieme un viaggio a condizione di dividere in parti uguali tutte le somme che si fossero spese. Uno solo di essi ha fatto la spesa che ascende ad On7 149. 17; quanto deve pagare ogni individuo? R. On7 7. 14. 7.

Q. 215. In una casa nuovamente fabbricata si debbon mettere i vetri alle finestre. Queste sono 20, ciascuna delle quali ha 32 vetri che costano 15 grani siciliani per uno; qual ne sarà la spesa? R. On7 16.

Q. 216. Quanto spenderanno 9 persone in un' anno, spendendo ciascuna 3 tarì e 4 gr. siciliani per giorno,

calcolato l' anno di 365 giorni ? R. On7 350. 12.

Q. 217. Qual è il numero da cui toltine i $^3/_4$ resta 91 ? R. 364.

Q. 218. Si domanda quante canne quadrate, e parti di canna vi sono in un giardino di forma triangolare, (*), se uno dei suoi lati preso per base sia lungo 15 canne, 7 palmi, 4 once, e l' altezza perpendicolare 12 canne, 6 palmi 4 once ? R. 101 Can. 6 pal. 4 onc. $^5/_6$.

Q. 219. Tre pezze di raso della medesima qualità sono state vendute per On7 163. 6. La prima pezza era lunga 45 canne, la seconda 37 e la terza 54; a qual prezzo è stata venduta la canna ? R. On7 1. 6.

Q. 220. Un uomo spende ogni giorno tt. 6 e gr. 4 siciliani, sua moglie tt. 3. 12, ed i lóro tre figli tt. 2. 15 per ognuno, a quanto ascende la somma totale in un anno di 365 giorni? R. On7 219. 18. 5.

Q. 221. Se un uomo spende in un anno On7 319. 18. 5, quanto spende ogni giorno, l' un per l' altro? R. tt. 18. 1. siciliani.

Q. 222. Se un quintale di zucchero costa On7 12. 25, quanto costerà un rotolo ? R. tt. 3. 17 siciliani.

Q. 223. Se un rotolo di zucchero costa tt. 3. 17, qual sarà il prezzo di un quintale ? R. On7 12. 25.

Q. 224. Se un uomo guadagna all' anno Duc. 854, quanto potrà spendere ogni giorno? R. Duc. 2. 34.$^{18}/_{73}$.

Q. 225. Se una salma di frumento costa On7 3. 16. 8, quanto costerà il tumolo ? R. tt. 6. 13. sic.

Q. 226. Se una risma di carta di 500 fogli costa On7 2. 10, quanto costerà un quaderno, e quanto un quinterno ? Il quaderno è di 25 fogli, il quinterno di 5 fogli. R. Il primo costerà tt. 3. 10, ed il secondo gr. 14 siciliani.

(*) Per avere la superficie d' un triangolo, bisogna moltiplicare un lato qualunque per la metà della perpendicolare abbassata dall' angolo opposto sopra questo lato che si prende per base.

Q. 227. Un fabbricante ha venduto 3 pezze di panno; la prima di 13 canne 6 palmi, la seconda di 14 canne 4 palmi, la terza di 12 canne 3 palmi; le due prime ad On7 4 la canna e la terza ad On7 4. 16 la canna. Avendo ricevuto l'importo di questa vendita, egli ha prestato ad un suo amico una somma, ha dato in saldo a sei operaj della sua fabbrica On7 6. 14. 12 per ognuno, e gli restano ancora On7 36; si domanda 1.° l'importo della vendita delle tre pezze di panno, e 2.° qual sia stata la Somma prestata al suo amico. R. L'importo della vendita è stato On7 169. 3; la somma prestata On7 94. 5. 8.

Q. 228. Un mercante ha comprato 59 pezze di velluto ognuna lunga 23 canne a tt. 24 siciliani la canna, l'una dentro l'altra. Egli le ha tutte vendute, cioè, 3 pezze ad On7 1. 4 la canna, 15 pezze ad On7 1 la C., 12 pezze a tt. 28 la C., 11 pezze a tt. 22 la C., 10 pezze a tt. 20 la C., e 8 pezze a tt. 18 la C. Egli avea pagato per senseria, facchini ed altre spese On7 4. 20; si domanda se questo mercante abbia guadagnato o perduto in questo negozio, e a quanto ascende il guadagno o la perdita. R. Egli ha guadagnato On7 39. 24.

Q. 229. Un uomo possiede una rendita annuale di On7 2745. Egli paga per fitto di casa On7 104, per mercede ai servitori On7 246 all' anno, i due ventesimi delle sue rendite per imposizioni, e per limosine On7 2 alla settimana; si domanda quanto gli resta da spendere ogni giorno. R. On7 5. 15. 14. 58/73.

Q. 230. Un vascello ha 387 quintali di biscotto per 430 uomini d'equipaggio durante 5 mesi; si domanda di qual peso sarà la razione del biscotto. R. 18 once di 30 al rotolo.

Q. 231. Una partita di frumento che era costata On7 3. 19. la Sal. è stata venduta a tt. 6. 8 siciliani il tumolo; quanto si è perduto sopra ogni salma? R. tt. 6. 12. siciliani.

Q. 232. Un magazziniere avendo in deposito nei suoi

magazzini Sal. 174 di frumento pretende che questo frumento sia stato tutto portato via dalle formiche; si vuol sapere qual era il numero di queste formiche, supponendo che la salma di frumento pesi 276 rotoli, che un rotolo contenga 14400 grani di frumento, e che ogni formica non abbia fatto che un solo viaggio, portandone via seco un tal grano. R. 691545600 formiche.

Q. 233. Si desidera sapere quanti quintali di pane vi vogliano per nutrire una guarnigione di 8800 uomini per 4. 1/2 mesi, dando ad ogni uomo per razione 28 once di pane, di 30 al rotolo. R. 7754 q.li 66 rot. 2/3.

Q. 234. Uno stuccatore ha fatto 270 Canne 5 pal. 8 onc. di lavoro in 73 giorni; si domanda quante canne ne faceva ogni giorno. R. 3 C. 5 pal. 8 onc.

Q. 235. Un operajo fa ogni giorno 3 canne 5 pal. 8 onc. d'un certo lavoro; si domanda il numero di giorni ch'egli impiegherà per farne 270 canne 5 pal. 8 onc. R. 73 giorni.

Q. 236. Un agricoltore ha impiegato 73 giorni per dissodare un terreno di 270 canne, 5 pal. 8 onc. di superficie; si domanda quante canne ne dissodava ogni giorno. R. 3 C. 5 pal. 8 onc.

Q. 237. Un negoziante ha comprato 4 pezze di tela d'Olanda per On7 202. 24; la prima pezza era lunga 68 canne, la seconda 72. 1/2, la terza 39. 1/2 si domanda la lunghezza della quarta, sapendo che questa tela è stata comprata a tt. 27 siciliani la canna. R. 45. 1/3 canne.

Q. 238. Un Benestante vuole impiegare On7 8. 8. 15 per comprare vino per l'intiero anno, nondimeno egli vuol beverne una bottiglia ogni giorno; quanto lo deve pagare per bottiglia? R. 15 gr. siciliani.

Q. 239. Pietro volendo fare un giardino ha comprato 5/6 d'una salma di terreno ad On7 357. 25. 16 la salma; quale somma dovrà egli pagare? Quindi egli ha ceduto al suo amico Michele i 2/3 della sua com-

pra; si domanda qual superficie di terreno gli resta, e qual somma dovrà ricevere da Michele. R. 1.° Pietro deve pagare On7 298. 6. 10. 2.° gli restano $^5/_{18}$ d' una canna di terreno. 3.° e riceverà da Michele On7 198. 24. 6. $^2/_3$.

Q. 240. Un calzolajo spende ogni giorno 28 gr. napoletani; al capo di 6 mesi, avendo pagato tutte le sue spese col denaro da lui guadagnato nello stesso tempo, e travagliando 24 giorni ogni mese, egli si ritrova un avanzo di Duc. 30 e gr. 24; si domanda quanto guadagnava ogni giorno in cui lavorava. R. 56 gr. napoletani.

Q. 241. Per 48 giornate di travaglio, 19 operaj han ricevuto Duc. 1599 e gr. 60; ciascuno dei primi 12 guadagnava il doppio di quello degli ultimi 7; si domanda quanto guadagnava ciascuno ogni giorno. R. I primi 12 guadagnavano Duc. 2. 15 ogni giorno, gli ultimi 7, Duc. 1. 7. $^1/_2$.

Soluzione. Poichè ciascuno dei primi 12 guadagnava il doppio di quello degli ultimi 7, questi 12 primi guadagnavano quanto 24 degli ultimi: dunque $24+7=31$. Se si divide per 31 la somma guadagnata, ne risulterà la somma che avrà guadagnata uno degli ultimi, e duplicando questa somma, ne risulterà il guadagno d' uno dei primi. Finalmente dividendo pel numero dei giorni i diversi guadagni, ne risulterà quel che ognuno guadagnava al giorno.

Sopra le frazioni di frazioni.

Q. 242. Un Milord inglese ha fatto un viaggio in Italia, ed ha speso i $^3/_4$ dei $^5/_7$ del suo denaro. Essendo ritornato in Inghilterra gli restavano ancora 130 ghinee; quante ghinee avea prima d' intraprendere il suo viaggio? R. 280.

Soluzione. I $^3/_4$ dei $^5/_7 = {}^{15}/_{28}$ che esprime la somma spesa; le 130 ghinee che gli restano sono dunque

i $^{13}/_{28}$ della somma ch' egli aveva; perciò $^{1}/_{28} = 10$ ghinee, e $28 \times 10 = 280$ che sono il numero di ghinee che il milord avea prima d' intraprendere il suo viaggio.

Q. 243. Otto operaj in 15 giorni han fatto uno scavamento di terra di 54 canne cubiche, restano ancora a scavarsi i $^{2}/_{3}$ dei $^{4}/_{9}$; si domanda di quante canne cubiche era l' opera intiera. R. 76. $^{14}/_{19}$ canne cubiche.

Q. 244. In sei mesi un proprietario ha speso i $^{2}/_{5}$ della sua rendita annuale; nei 2 mesi seguenti egli ha speso i $^{3}/_{7}$ di quanto gli restava, e durante i 4 ultimi mesi egli ha speso i $^{5}/_{9}$ di quest' ultimo resto; in tal guisa alla fine dell' anno gli sono rimasti 50 Ducati; si desidera sapere quale era l' annuale rendita di questo proprietario. R. 875 Ducati.

È cosa evidente che dopo la prima spesa, più non gli restavano che i $^{3}/_{5}$ della sua rendita; i $^{3}/_{7}$ di questo resto $= 9/35$. Se da $^{3}/_{5} = ^{21}/_{35}$ si scemano $9/35$, seconda spesa, non resteranno che i $^{12}/_{35}$ della rendita; e poichè l' ultima spesa è $^{5}/_{6}$ di questo resto, egli non avrà più che i $^{2}/_{35}$ dell' intiera sua rendita. Questi $^{2}/_{35} = 50$ Ducati, $^{1}/_{35} = 25$ Ducati; dunque $^{35}/_{35}$ ossia la rendita intiera sarà $25 \times 35 = 875$ Ducati.

Delle Proporzioni

117. Una *Proporzione* è l' egualità di due *ragioni* o *rapporti*.

Chiamasi *ragione* o *rapporto* il risultato della comparazione di due termini *omogenei*, cioè della medesima specie. Il primo è nominato *antecedente*, ed il secondo *consequente*.

118. Ogni proporzione è *aritmetica* o *geometrica*.

1.° Se si considera quanto l' antecedente sorpassi il suo consequente, o ne sia sorpassato, la differenza vien nominata ragione o rapporto aritmetico, e si trova colla sottrazione: così, il rapporto aritmetico di 5 a 3, è 2; egli si esprime col mettere un punto tra i due termini 5 . 3, che si pronunzia 5 è a 3; 13 . 10, ossia 13 è a 10 ec.

2.° Se si considera quante volte l' antecedente contenga il consequente, questo numero di volte, ossia il quozieute è chiamato ragione o rapporto geometrico. Questo rapporto trovasi colla divisione del primo termine per il secondo: quindi il rapporto geometrico di 12 a 4 è 3, perchè 12 contiene 4 tre volte; il rapporto di 4 a 12 è $4/_{12} = 1/3$, perchè 4 non è contenuto in 12 che la terza parte d' una volta. Similmente il rapporto di 15 a 28 è $15/_{28}$ ec. Questo rapporto s' esprime nel mettere due punti tra i due termini; 12 : 4, che si pronunzia 12 è a 4.

3.° Si può dunque dire che i due termini d' una proporzione geometrica rappresentano una divisione, o una frazione, il di cui primo termiue è il dividendo od il numeratore; ed il secondo, il divisore od il denominatore.

119. Un rapporto aritmetico non cambia valore,

quando si aggiunge a ciascun dei suoi termini, o se ne tronca una medesima quantità, imperciocchè la differenza è sempre la stessa. Se a ciascuno dei termini di questo rapporto, 4 . 7 in cui la ragione è 3, si aggiunge la quantità 2, ne risulterà 6 . 9 in cui la ragione è sempre 3. Se in vece di aggiungere 2 ai due termini del primo rapporto, se ne troncasse questa quantità, ne risulterebbe 2 . 5 in cui la ragione è ugualmente 3.

120. Una proporzione aritmetica è dunque l'egualità di due rapporti aritmetici: quindi 5 . 8 :: 9 . 12 è una proporzione aritmetica, perchè la medesima differenza esiste fra 5 e 8 che fra 9 e 12. Questa proporzione si esprime dicendo: 5 è a 8 come 9 è a 12.

121. In ogni proporzione aritmetica e geometrica, il primo ed il quarto termine si chiamano *gli estremi*, il secondo ed il terzo sono chiamati *i medj*.

122. In ogni proporzione aritmetica, la somma degli estremi è uguale alla somma dei medj. Perciò questa proporzione 5 . 8 :: 7 . 10 produce $5+10=15$, e $8+7=15$. Questa proprietà è generale; imperciocchè se si avesse, per es. 5 . 5 :: 7 . 7, egli è evidente che la somma degli estremi sarebbe uguale a quella dei medj, poichè sono gl' istessi numeri; or ogni proporzione può essere così ridotta, aggiungendo ad ogni antecedente, o togliendone la differenza o la ragione. Quest' addizione o questa sottrazione, che aumenta o diminuisce la somma degli estremi, produrrà lo stesso effetto sopra quella dei medj, e non cambierà niente alla proporzione; dunque se dopo questa operazione, la somma degli estremi è uguale a quella dei medj, lo stesso avrebbe dovuto succedere prima.

123. Se si moltiplicheranno, o se si divideranno i due termini d' una proporzione geometrica per un medesimo numero, il rapporto non muterà; imperciocchè (118. 3.°) questi due termini potendo essere considerati come una divisione, o come una frazione, si può applicar loro ciò che è stato detto del dividendo

e del divisore (51), ovvero ciò che è stato insegnato (69) relativamente al numeratore ed al denominatore. Quindi se, per es. si moltiplicheranno per 3 i due termini di questo rapporto 12 : 4, ne risulterà 36 : 12; se si divideranno per 2, ne risulterà 6 : 2; e se per 4, ne risulterà 3 : 1. In ciascuno di questi rapporti la ragione è 3, poichè il primo termine contiene il secondo 3 volte.

124. Una proporzione geometrica è l' ugualità di due rapporti geometrici; perciò questi quattro numeri 12, 4, 15, 5 formano una proporzione geometrica, perchè 12 contiene 4 lo stesso numero di volte che 15 contiene 5, cioè tre volte; la ragione od il rapporto è dunque 3. Questa proporzione si scrive in tal guisa 12 : 4 :: 15 : 5, e si pronunzia dicendo: 12 è a 4 come 15 è a 5.

125. Poichè un rapporto geometrico (118. 3.°) è indicato con una frazione nella quale il numeratore è l' antecedente, e il denominatore il conseguente; e che una proporzione (117) è l' ugualità di due rapporti, si può dunque formare una proporzione geometrica con due frazioni uguali. Essendovi dunque la frazione $^3/_4$ della quale si moltiplichi ciascun termine per 5, (69. 7.°) ne risulterà $^{15}/_{20} = {}^3/_4$ lo che fornisce questa proporzione 15 : 20 :: 3 : 4.

126. Se due frazioni, sono uguali, si possono moltiplicare o dividere i loro numeratori od i loro denominatori senza turbare questa ugalità (93), *in una proporzione geometrica si possono dunque similmente moltiplicare o dividere per un medesimo numero i due antecedenti od i due conseguenti senza alterare la proporzione.*

Perciò in questa proporzione 15 : 3 :: 20 : 4, se si moltiplicheranno per 2 i conseguenti 3 e 4, ne risulterà 15 : 6 :: 20 : 8, nella quale i termini sono anche in proporzione; poichè (125) $^{15}/_6 = {}^{20}/_8$. Se si moltiplicheranno gli stessi conseguenti 3 e 4 per la ragione che in quella proporzione è 5, ne risul-

terà 15 : 15 :: 20 : 20, in cui ogni consequente è uguale al suo antecedente. Similmente se si divideranno per 5 gli antecedenti 15 e 20, ne risulterà 3 : 3 :: 4 : 4. ec. questi principj giovano molto a semplicizzare le operazioni nelle regole del Tre.

127. *La proprietà fondamentale delle proporzioni geometriche è che il prodotto degli estremi è uguale al prodotto dei medj.* Eccone la dimostrazione: immaginando una proporzione in cui i consequenti siano uguali agli antecedenti ciascuno a ciascuno, per es. 12 : 12 :: 4 : 4, egli è evidente che il prodotto degli estremi 12×4 è uguale al prodotto dei medj 12×4, poichè essi sono gli stessi numeri. Or posto che ogni proporzione può esser ridotta a questo stato, col moltiplicare i consequenti per la ragione senza ch' essa soffra alcuna alterazione, diamo per esempio, la proporzione 12 : 4 :: 15 : 5; in questa si vede bene che se ogni consequente sarà moltiplicato per la ragione (126) che è 3, ne risulterà 12 : 12 :: 15 : 15. Lo stesso sarebbe della seguente proporzione 4 : 12 :: 5 : 15; moltiplicando ciascun consequente per $4/12 = 1/3$, ne risulterebbe $12 \times 1/3 = 12/3 = 4$, e $15 \times 1/3 = 15/3 = 5$, locchè darebbe la proporzione 4 : 4 :: 5 : 5. Lo stesso risultato ha luogo in qualunque altra proporzione.

128. Quattro cambiamenti principali si possono far subire ai termini d'una proporzione senza alterarla; il prodotto degli estremi sarà sempre uguale a quello dei medj, purchè i termini estremi restino tali nel cambiarli di situazione, o che siano tutti e due medj, come è facile vederlo nelle seguenti proporzioni.

3 : 4 :: 15 : 20
20 : 15 :: 4 : 3
4 : 3 :: 20 : 15
15 : 20 :: 3 : 4

In ogni proporzione si può anche mettere il secondo termine nel luogo del terzo, e questo nel luogo del secondo, essendo essi due fattori d' un medesimo prodotto. Con questa trasposizione si formeranno altri quattro cambiamenti, ed allora i due antecedenti formeranno il primo rapporto, ed i due consequenti il secondo; d' onde si può conchiudere che *gli antecedenti sono fra di essi come i consequenti.*

E poichè i due termini d' un rapporto possono essere moltiplicati o divisi per un medesimo numero, lo stesso può praticarsi relativamente al primo e terzo termine, ed al secondo e quarto.

129. In qualunque proporzione geometrica, *la somma o la differenza degli antecedenti è alla somma o alla differenza dei consequenti come un antecedente è al suo consequente;* Imperciocchè se si aggiunge il secondo antecedente al primo, questo conterrà il secondo una volta di più; ma poichè si fa la stessa operazione sopra il consequente, la proporzione non verrà alterata: lo stesso risulterebbe, se si prendesse la differenza in vece della somma. Esempio: se si ha 6 : 3 :: 8 : 4, ne risulterà 6 + 8 : 3 + 4 :: 6 : 3, ovvero :: 8 : 4.

Potendosi mettere il secondo termine d' una proporzione nel luogo del terzo e reciprocamente (128), ne risulterà ancora che *la somma dei due primi termini è alla somma dei due ultimi come il primo è al terzo, o come il secondo è al quarto.*

Poichè in una proporzione, la quale non è altro che l' ugualità di due rapporti, il rapporto della somma degli antecedenti con quella dei consequenti è uguale a quello d' un antecedente col suo consequente, questa proprietà deve pure aver luogo per la somma di 3, 4 ec. antecedenti colla somma di 3, 4 ec. consequenti; quindi, per cagion d' esempio, se si hanno questi tre rapporti uguali,

4 : 12 } dopo aver fatto la somma dei due primi an-
5 : 15 } tecedenti 4 e 5, e quella dei due primi con-
7 : 21 } sequenti 12 e 15, ne risulterà 4 + 5 : 12

+15 :: 5 : 15, ovvero 4+5 : 12+15 :: 7 : 21; se si fa ancora la somma degli antecedenti e quella dei consequenti di questa proporzione, ne risulterà,

$$4+5+7 : 12+15+21 :: 7 : 21$$
$$\text{ovvero } 16 : 48 :: 7 : 21, :: 5 : 15, \text{ ec.}$$

in cui si vede che il rapporto è sempre lo stesso, e che il primo termine è la somma dei tre antecedenti, e il secondo la somma dei consequenti. Dunque, *la somma degli antecedenti d' un numero qualunque di rapporti eguali è alla somma dei consequenti, come ciascun antecedente particolare è al suo consequente.*

130. Se vi saranno più proporzioni, e si moltiplicheranno per ordine, cioè gli antecedenti gli uni per gli altri, ed i consequenti pur gli uni per gli altri, i quattro prodotti che ne risulteranno saranno anche in proporzione; onde queste due proporzioni.

	4	: 8	::	3	: 6	
	5	: 15	::	7	: 21	
produrranno	4 × 5	: 8 × 15	::	3 × 7	: 6 × 21,	
cioè	20	: 120	::	21	: 126;	

imperciocchè (125) ciascuna di queste proporzioni può essere rappresentata così: $4/8 = 3/6$, e $5/15 = 7/21$: or se vien moltiplicata la frazione $4/8$ per $5/15$, e la frazione $3/6$ per $7/21$, esse saranno del pari uguali; poichè (assioma 5.°) delle quantità uguali sono state moltiplicate per numeri eguali; ne risulterà dunque $4/8 \times 5/15 = 3/6 \times 7/21$, ovvero $20/120 = 21/126$, d' onde si ricava (125) questa proporzione.

$$20 : 120 :: 21 : 126.$$

131. Da tutto quanto si è detto precedentemente, ne risulta che si può facilmente trovare il quarto termine d' una proporzione geometrica, allorchè se ne

conoscono tre: se l'incognito è un estremo, si farà il prodotto dei medj che si dividerà per l'estremo conosciuto, e il quoziente darà l'estremo cercato. Se al contrario, l'incognito sarà uno dei medj, si farà il prodotto degli estremi, il quale diviso per il medio conosciuto, darà al quoziente il medio cercato. D'altronde questa operazione e fondata sopra il principio che quando si conosce uno dei fattori d'un numero, per ottenere l'altro fattore, bisogna (52) dividere il numero proposto per il fattore conosciuto.

132. Le proporzioni geometriche si adoperano per fare le operazioni chiamate *Regole del tre*, così dette perchè col mezzo di tre termini conosciuti se ne trova il quarto; perciò in questo esempio in cui x rappresenta il termine incognito $12 : 4 :: 15 : x$, si troverà il quarto termine, moltiplicando (131) i due medj, e dividendo il prodotto per l'estremo conosciuto, consequentemente $x = \frac{4 \times 15}{12} = 60/_{12} = 5$.

133. Accade talvolta che il quarto termine d'una proporzione è dato in parte, cioè che si conoscono uno o più dei suoi fattori; in tal caso non si tratta che di trovare il fattore incognito. Per riuscirvi, dopo aver fatto al solito il prodotto del secondo termine per il terzo, ed aver diviso questo prodotto per il primo termine, bisognerà dividere il quoziente per il fattore o pel prodotto dei fattori conosciuti, dalle quali operazioni risulterà il termine incognito, ovvero moltiplicare il primo termine per il fattore, o pel prodotto dei fattori conosciuti del quarto; questo prodotto sarà allora il divisore del prodotto dei medj, e il quoziente darà il termine incognito. Per esempio, nella proporzione $3 : 9 :: 8 : 6 \times x$, nella quale si conosce uno dei fattori del quarto termine; si moltiplica 8 per 9, si divide il prodotto 72 per 3 dal quale risulta 24 pel quarto termine intiero; si divide poi 24 per 6, fattore conosciuto, e ne risulta 4 ch'è il fattore domandato; ovvero, dopo aver trovato il

prodotto dei medj, si moltiplica il primo termine per il fattore conosciuto del quarto termine, e ne risulta 18 per divisore; dividendo dunque 72 per 18, ne risulta 4 per risposta.

134. Distinguonsi varie sorte di regole del Tre: cioè 1.° le dirette o dritte semplici; 2.° le indirette o inverse semplici: 3.° le dirette doppie; 4.° le inverse doppie; 5.° quelle composte di dirette e d' inverse.

L' operazione di queste differenti specie di regole si riduce sempre ad una regola del tre diretta semplice.

135. Le cose espresse coi numeri detti *antecedenti* (117) e *consequenti* sono anche nominate *cause ed effetti;* ed è sotto queste denominazioni che chiameremo i differenti termini della regola del tre.

Chiamasi *causa* quello che produce un effetto, o che è la cagione dell' esistenza d' una cosa. Dicesi al contrario *effetto* ciò che deriva dalla cagione che gli ha data essenza. Esempio: 7 uomini han fatto 35 canne d' una certa opera; quì si vede bene che 7 uomini sono la causa che ha prodotte le 35 canne dell' opera che ne son l' effetto. Del pari se, per es. si son comprate 9 canne di panno per On7 54, egli è chiaro che le 9 canne son la causa del prezzo di On7 54, e che il prezzo è l' effetto.

Della Regola del Tre dritta semplice.

136. La Regola del Tre dritta semplice è una operazione applicata ad una questione che contiene soltanto quattro termini, tre dei quali son conosciuti, e nella quale la prima causa contiene la seconda tante volte quanto il primo effetto contiene il secondo, che è quanto a dire, la 1.ª causa : 2.ª causa :: 1.° effetto : 2.° effetto: ovvero che 1.ª causa : 1.° effetto :: 2.ª causa : 2.° effetto : imperciocchè (128) i medj possono essere cambiati di luogo, ed il secondo termine può mettersi al luogo del terzo, e questo al luogo del secondo.

Talvolta vi sono quattro numeri dati nella questione, ma in questo caso avvene uno superfluo, che si tralascia; esso è facile a conoscersi, essendo solo della sua specie, e non omogeneo a quello che si cerca.

Q. 145. Supponendo che 9 canne di panno costino On7 54, e che si voglia sapere quanto costeranno 36 canne, si avrà la seguente proporzione, 9 : 54 :: 36 : $x =$ On7 216, nella quale si vede che il numero che esprime il primo effetto On7 54 è sestuplo di quello che esprime la prima causa 9 canne, come altresì On7 216 che esprime il secondo effetto è sestuplo di quello che esprime la seconda causa.

137. Si potrebbe dire ancora:

1.ª causa : 2.ª causa :: 1.° effetto : 2.° effetto.
9 : 36 :: 54 : 216,

mettendo i termini omogenei nel medesimo rapporto: in fatti sembra che sia meglio disporne i termini in guisa che si comparassero canne con canne, once con

once, quintali con quintali ec.; poichè nelle regole del tre dritte, le cause son sempre tra esse come i loro effetti, ovvero gli effetti sono tra essi come le loro cause.

Quindi allorquando la prima causa è doppia, tripla, quadrupla ec. della seconda causa, il primo effetto sarà pure doppio, triplo, quadruplo ec. del secondo effetto; e al contrario, se la prima causa non è che la metà, il terzo, il quarto ec. della seconda causa, il primo effetto non sarà parimente che la metà, il terzo, il quarto ec. del secondo effetto.

138. Allorchè una questione si dovrà risolvere con una regola del tre semplice, bisogna prima leggerla con attenzione per assicurarsi se essa sia dritta o inversa. Essa sarà dritta se la causa più grande è destinata a produrre il più grande effetto, cioè se il più esigge il più; per esempio, se si domanda quante canne d'una certa opera potranno fare 6 uomini nel medesimo tempo che 3 uomini ne fanno 9 canne; egli è evidente che più uomini vi saranno, più canne faranno: la regola è dunque dritta. Essa sarà inversa se la causa più grande non deve produrre che il più piccolo effetto, cioè se il più esigge il meno: per esempio, sia proposta questa questione: 4 uomini in 12 giorni han fatto un certo lavoro, si vuol sapere quanti giorni avessero impiegati 16 uomini per fare il medesimo lavoro. Egli è chiaro che più essendo gli uomini, meno giorni impiegheranno: la regola è dunque inversa.

Poscia si esaminerà se vi fosse un numero superfluo, e quale egli sia (136); quindi si determinerà il terzo numero, il quale è sempre della medesima specie di quello che si cerca, mettendo i termini omogenei nel medesimo rapporto; e poichè, in qualunque questione sopra le proporzioni, vi sono sempre tre termini conosciuti, cioè due cause e un effetto, o due effetti e una causa, si scriveranno per i due primi termini quelli che sono omogenei. Il primo sarà la causa di

cui l'effetto è noto, o l'effetto di cui la causa è nota; il secondo sarà la causa di cui l'effetto è ignoto, o l'effetto di cui la causa è ignota. Se la regola sarà inversa, si cambieranno soltanto di luogo i due primi termini, di modo che il primo sia la causa di cui l'effetto è ignoto; di poi si farà il prodotto del secondo termine per il terzo, e dividendo questo prodotto per il primo, il quoziente darà il quarto termine che sarà la risposta.

I principj esposti e sviluppati qui sopra (127 e seguenti) fanno abbastanza conoscere il perchè si debba moltiplicare il secondo termine d'una proporzione per il terzo, e dividerne il prodotto per il primo, per avere la risposta. Intanto per agevolare i principianti, aggiungeremo qui pure il seguente ragionamento. Dalla questione, 9 canne di panno costano On7 54, quanto costeranno 36 canne dello stesso panno, ne risulta la seguente proporzione $9 : 36 :: 54 : x$. Egli è evidente che per avere il prezzo di 36 canne, bisognerebbe che 36 moltiplicasse soltanto il prezzo d'una sola canna; ma nell'operazione egli moltiplica On7 54 che sono il prezzo di 9 canne, il prodotto è dunque nonuplo; bisogna conseguentemente dividerlo per 9, cioè per il primo termine, per avere il quarto, vale a dire la risposta: questo ragionamento si può applicare a qualunque altra questione.

Q. 246. Si sa che 7 uomini han fatto in un giorno 35 canne d'un certo lavoro; si domanda quante canne ne protrebbero fare 21 uomini, travagliando egualmente. R. 105 canne.

Avendo letta la questione, vedo che le due cause, che sono gli uomini, sono note, e che il termine domandato è un effetto; scrivo dunque le due cause nel primo rapporto, e per terzo termine il primo effetto noto: l'operazione darà il secondo effetto il quale è ignoto.

Operazione — *Operazione abbreviata*

$7 : 21 :: 35 : x = 105$

$\times\ 35$

105
63

735) 7
035 } ——
0) 105 Risposta

$7 : 21 :: 35 : x$
o(123) $1 : 3 :: 35 : x$
$\times$ 3

Risposta 105 canne

Si vede che per mezzo di ciò che è stato insegnato (123 e 128) si possono molto abbreviare le regole del tre, dividendo il primo ed il secondo termine, od il primo ed il terzo per un medesimo numero, lo che non cangerà niente alla risposta; imperciocchè questo è un dividere il dividendo ed il divisore per un medesimo numero, lo che (51) nulla cambia al quoziente.

139. La prova della regola del tre si fa con un altra regola del tre, prendendo per primo termine il secondo della regola, e per secondo termine il primo della regola; il terzo termine sarà quello che sarà risultato per risposta. Se l' operazione sarà esatta, il quarto termine, ossia il risultato della prova darà il terzo termine dalla regola. La prova d' una regola del tre si può eseguire ancora, col fare tante operazioni quanti termini vi sono nella questione, facendo entrare nelle operazioni la risposta della prima, e considerando successivamente come ignoto uno qualunque dei termini della questione proposta (128). Se ne risulta questo termine, la regola è giusta; giacchè essendo i quattro termini in proporzione, ognun di essi può divenire l' oggetto d' una questione.

Q. 247. Se 21 uomini fanno 105 canne di lavoro in un giorno, quante canne ne faranno 7 uomini nel medesimo tempo? R. 35 canne.

$21 : 7 :: 105 : x = 35.$ (128) per abbreviare

```
21 : 7 :: 105 : x = 35.        21 : 7 :: 105 : x
 ×   7                          3 : 1 :: 105 : x
————————                        1 : 1 :: 35  : x=35
      735 ⎫ 21
      105 ⎨ ——
       00 ⎭ 35 R.
```

Nel modo di abbreviare, si son divisi prima i due primi termini per 7, e n' è risultato $3 : 1 :: 105 : x$; si sono quindi divisi per 3 il primo ed il terzo termine di quest' ultima proporzione, il cui risultato è stato $1 : 1 :: 35 : x$, in cui il primo ed il secondo termine sono stati 1; e siccome l' unità non moltiplica nè divide, la risposta è stata 35.

Per prova della questione 246 si potrebbero proporre ancora le due seguenti.

Q. 248. Conoscendosi che per fare 105 canne d'un certo lavoro si sono impiegati 21 operaj, si chiede quanti ne abbisognerebbero per fare 35 canne dello stesso lavoro. R. 7.

$105 : 35 :: 21 : x$ (128) dividendo per 5 il primo ed il secondo termine

```
105 : 35 :: 21 : x
      21
   ————————
      35
     70              21 : 7 :: 21 : x = 7.
   ————— ⎫ 105
    735  ⎨ ———
    000  ⎭ 7 operaj. R.
```

Q. 249. Si sono impiegati 7 operaj per fare 35 canne d' un certo lavoro; quanti operaj si richiedono per farne 105 canne? R. 21.

$35 : 105 :: 7 : x = 21$, ossia $7 : 21 :: 7 : x = 21$.

140. Nella regola del Tre, quando il primo termi-

ne è l' unità, l' operazione si riduce a moltiplicare il secondo termine per il terzo.

Se il secondo od il terzo termine è l' unità non si farà altro che dividere uno dei due per il primo termine, e ne risulterà il quarto termine al quoziente; perchè (35 e 50) l' unità non moltiplica nè divide.

Bisogna pure osservare, che quando il primo termine è uguale al secondo, il terzo termine sarà similmente uguale al quarto; e quando il terzo sarà eguale al primo, il quarto termine sarà pure uguale al secondo (137) come si può vedere nelle operazioni precedenti.

Q. 250. Un particolare ha fatto fabbricare un muro lungo 23 canne per la somma di On7 47 . 16 . 12; egli ne vuol far fabbricare altre 29 canne della stessa qualità; qual somma dovrà egli pagare? R. On7 59. 28 . 15. 3/23.

Proporzione (o analogia che sono due parole sinonime)

23 : 29 :: On7 47 . 16 . 12 : x= On7 59. 28. 15. 3/23
×On7 47 . 16 . 12

```
     203
    116.
       9 . 20
       4 . 25
       0 . 29
       0 . 14 . 10
       0 .  2 . 18
  ----------------
    1379 .  1 .  8
```

```
1379 . 1  . 8  ⎫    23
 229           ⎬ ──────
  22           ⎭ On7 59 . 28 . 15. 3/23.
   30
──────
  661
  201
   17
    20
──────
  348
  118
    3
```

Q. 251. *Prova della regola precedente*. Si son fabbricate 29 canne di muro per On7 59 . 28 . 15 . 3/23; quanto costeranno 23 canne dello stesso muro? R. On7 47 . 16 . 12.

29 : 23 :: On7 59 . 28 . 15. 3/23 : x = On7 47. 16. 12.
On7 59 . 28 . 15 . 3/23

```
──────────────
 207                On7 1379. 1. 8 ⎫   29
 115.                     219      ⎬ ──────
   11 . 15                 16      ⎭ On7 47. 16. 12.
    7 . 20                 30
    1 . 16               ─────
    0 . 23                481
    0 . 11 . 10           191
    0 .  5 . 15            17
    0 .  0 .  3             20
──────────────           ─────
 1379 .  1 .  8           348
──────────────            058
                           00
                         ─────
```

Osservazione. Per determinare il prodotto della frazione che ritrovasi alla prova della regola del tre, bisognerebbe (86) moltiplicare il moltiplicatore pel numeratore della frazione, e dividere il prodotto pel denominatore. Ma quando il moltiplicatore e il denominatore sono eguali, la moltiplicazione e la divisione divengono inutili, come si vede nell' operazione qui sopra, in cui bisognerebbe moltiplicare il numeratore 3 della frazione $^3/_{23}$ pel moltiplicatore 23, lo che produrrebbe 69 grani da dividersi per lo denominatore 23, e risulterebbe 3 al quoziente; dunque nè la moltiplicazione, nè la divisione debbono aver luogo in questo caso.

Q. 252. Un confettiere ha comprato rotoli 135 di pistacchi per la somma di On7 17 . 14 . 8; quanto dovrà egli pagare per rotoli 375 al medesimo prezzo? R. On7 48 . 16 . 13 . $^1/_3$.

135 : 375 :: On7 17 . 14 . 8 : x
ovvero 27 : 75 :: On7 17 . 14 . 8 : x
o 9 : 25 :: On7 17 . 14 . 8 : x=On7 48.16.13. $^1/_3$

Q. 253. Se si pagano On7 27 per 45 pezze di nanchino, quante se ne pagherauno per 67 pezze? R. On7 40 . 6.

45 : 67 :: 27 : x, ovvero(128)5 : 67 :: 3 : x=On7 40.6.

Q. 254. Un individuo avendo comprato 49 rotoli di tabacco per On7 13 . 24 . 12; si vorrebbe sapere quanti rotoli ne potrà avere per On7 94 . 17 . 10. R. rot. 335. $^{1465}/_{4146}$.

Essendo il primo termine complesso, bisogna farne sparire le parti (107) per poter fare la divisione; ma nel medesimo tempo fa d' uopo moltiplicare pei medesimi numeri il secondo od il terzo termine, comunque sieno questi termini, complessi (7) o incomplessi.

In questa operazione i due primi termini si moltiplicheranno successivamente per 30 e per 20.

On7 13 . 24 . 12 : On7 94 . 17 . 10 :: 49 : x

30	30	
414	2837	
20	20	
8292 :	56750 :: 49 : x=rot. 335. $^{1465}/_{4146}$	

Q. 255. Quanto costeranno rot. 39 di zucchero, se il quintale (21) si vende On7 14 . 24 . 10 ? R. On7 5 . 23 . 5 . $^{1}/_{10}$.

100 : 39 :: On7 14 . 24 . 10 : x = On7 5 . 23 . 5. $^{1}/_{10}$

Q. 256. Se con una certa somma si guadagnano On7 35 in 7 mesi; in quanto tempo si guadagneranno On7 105 colla medesima somma ? R. In 21 mesi.

35 : 105 :: 7 : x, ovvero 1 : 3 :: 7 : x= 21 mesi

Q. 257. Qual somma si guadagnerà in 1 anno, 6 mesi, 10 giorni, se in 5 giorni si guadagnano On7 6 . 14 . 10.

Considerando il mese composto di 30 giorni; 1 anno, 6 mesi, 10 giorni = 550 giorni.

5 : 550 :: On7 6 . 14 . 10 : x = R. On7 713 . 5.

Q. 258. Un Signore possiede una rendita annuale, dalla quale avendo scemato tt. 4. 10 sopra ogni oncia ch' egli deve per soggiogazioni, non gli restano che On7 2745 . 24 . 12; si domanda qual sia questa rendita. R. On7 3230 . 11 . 5 . $^{15}/_{17}$.

Sol. Poichè questo Signore paga tt. 4. 10 sopra ogni oncia di rendita, non gli restano che tt. 25. 10 sopra ogni oncia pari a tt. 30; si tratta dunque di fare questa proporzione: se tt. 25 . 10 restano da

On7 1 = tt. 30; da qual somma resteranno On7 2745 . 24 . 12.

tt.25.10:On7 2745.24.12::30:x= On7 3230.11.5.$^{15}/_{17}$

In questa operazione è d'uopo fare sparire la frazione del primo termine, per avere il divisore semplice; l'operazione più naturale e più semplice consiste dunque nel ridurre il primo ed il terzo termine; e siccome la frazione del divisore è gr. 10 ossia la $^1/_2$ d'un tarì, il primo ed il terzo termine si moltiplicheranno per 2, aggiungendo 1 al prodotto del primo termine, e ne risulterà la proporzione seguente:

51 : On7 2745. 24. 12 : : 60 : x =On7 3230. 11. 5.$^{15}/_{17}$

Q. 259. Un Droghiere avendo rivenduto dello zucchero a tt. 5 . 12 il rotolo, dice di avere guadagnato l'8 per cento; si domanda quanto gli costava questo zucchero. R. tt. 5 . 3 . $^{19}/_{27}$.

Sol. Poichè il droghiere ha guadagnato l'8 per cento, si inferisce che se avesse comprato dello zucchero per On7 100, la vendita gli avrebbe procurato On7 108. Esistendo dunque tra 108 e 100 lo stesso rapporto che tra tt. 5 . 12, prezzo della vendita, ed il termine domandato, ch'è il prezzo della compra, ne risulterà questa proporzione.

108 : 100 : : tt. 5 . 12 : x = tt. 5 . 3 . $^{19}/_{27}$.

Q. 260. Un Negoziante ha comprato del frumento ad On7 4 la salma; volendo egli rivenderlo e guadagnarvi il 10 per cento, a qual prezzo rivenderlo? R. On7 4 . 12 . la Sal.

100 : 110 :: On7 4 : x = On7 4 . 12.

Q. 261. Un Mercante ha comprato tre partite di pettini di tartaruga composte di 19, 27 e 39 pettini alla ragione di On7 7 per ciascuna dozzina; egli vuol sapere 1.° qual somma dovrà pagare in tutto; 2.° quanto gli vien costato ogni pettine; 3.° a qual prezzo dovrà venderli per ognuno per guadagnare il 12 per cento.

Sol. 19 + 27 + 39 = 85 pettini in tutto, e giacchè egli deve pagarli alla ragione di On7 7 la dozzina, si avrà questa proporzione.

12 : 85 :: On7 7 : x = On7 49 . 17 . 10. Prezzo totale.

Per trovare il prezzo d' un pettine, bisogna dividere On7 7 prezzo della dozzina ossia di 12 per questo numero.

```
On7  7  )  12
    30  {------
-------- )  tt. 17 . 10. Prezzo d' un pettine.
   210
    90
     6
    20
--------
   120
    00
```

E per conoscere il prezzo al quale egli dovrà venderli per ognuno, per guadagnare il 12 per cento, si farà questa proporzione:

100 : 112 :: tt. 17 . 10 : x = tt. 19 . 12.

R. 1.° Il totale dei pettini è 85 che costeranno in tutto On7 49 . 17 . 10. 2.° e siccome ogni pettine costa tt. 17 . 10, così 3.° ogni pettine dovrà vendersi tt. 19 . 12 per fare un guadagno del 12 per cento.

Q. 262. Un migliajo di penne d' Olanda costa On7 6 . 4 ; qual sarà il prezzo d' un mazzo di 25 penne? R. tt. 4 . 12.

Sol. Il migliajo è composto di 40 mazzi , perchè $40 \times 25 = 1000$. Dunque, 40 : 1 :: On7 6 . 4 : $x =$ (140) tt. 4 . 12.

Q. 263. Un mucchio di frumento è stato comprato per On7 52 . 21 . 15 . Dalla misura son risultate 13 salme e 14 tumoli ; si domanda quanto è costata la salma, e quanto il tumolo. R. La salma è costata On7 3 . 24, ed il tumolo tt. 7 . 2 . 1/2 .

Sal. 13 . 14 : 1 :: On7 52 . 21 . 15 : $x =$ On7 3 . 24.
tum. 16 : 1 :: On7 3 . 24 : $x =$ tt. 7 . 2 . 1/2 .

Q. 264. Se il quintale di certe merci costa On7 26 . 7 . 10, si domanda quanto dovrà vendersi per potersi guadagnare sopra 15 quintali il prezzo d' un quintale. R. On7 28.

Sol. Poichè il mercante vuol guadagnare il valore d' un quintale sopra 15 quintali, il prodotto di 16 quintali per il valore d' un quintale, prezzo della compra, deve essere uguale al prodotto di 15 quintali pel valore d' un quintale, prezzo della vendita ; dunque la proporzione sarà la seguente :

15 : 16 :: On7 26 . 7 . 10 : $x =$ On7 28 prezzo della ven.

Q. 265. Si domanda quante risme di carta si potranno avere per On7 79, se le medesime costano al diverso prezzo di tt. 23, di tt. 27 e di tt. 29, e prendendone la stessa quantità di ogni qualità. R. 90 risme, cioè 30 di ogni qualità.

Sol. Riunendo insieme i tre varj prezzi , la somma sarà On7 2 . 19, prezzo di tre risme di carta, cioè una risma di ciascuna qualità ; non si tratta dunque che di sapere quante risme potranno aversi per On7 79; ciò si otterrà con questa proporzione :

On7 2. 19 : On7 79 :: 3 : $x = 90$ risme ; 30 di ogni qualità.

Q. 266. Un Mercante ha comprato 25 barili di aringhe al prezzo di On7 3 il barile ; ma siccome 14 barili sono avariati e non conformi alla qualità convenuta, egli ottiene di pagare per 7 di questi il valore di 5 dei buoni ; si domanda qual somma egli deve pagare per tale compra. R. On7 63.

Sol. Pria d' ogn' altro dovrà conoscersi quanto debbasi pagare per li barili avariati, locchè si otterrà con questa proporzione : 7 : 5 :: 14 : $x = 10$ barili pagabili per li 14 avariati.

$25 - 14 = 11$ barili buoni $+ 10 = 21$ barili in tutto, moltiplicati per On7 3 prezzo d' un barile, produce On7 63 per la somma da pagarsi.

Q. 267. Due tappeti della medesima larghezza e della medesima qualità, ma l' uno più lungo dell' altro 3 canne, son costati, cioè, il più lungo 48 Ducati, e l' altro 36 ; si domanda la lunghezza di ciascun tappeto. R. Il primo è lungo 12 canne, l' altro 9 canne.

Sol. I due tappeti essendo della stessa qualità e della stessa larghezza, la differenza del prezzo ch' è 12 Ducati non proviene che dalla differenza delle lunghezze ch' è 3 canne; 12 Ducati sono dunque il prezzo di 3 canne ; quindi se vuol conoscersi la lunghezza del tappeto più lungo, si farà questa proporzione :

Duc. 12 : 48 :: C. 3 : $x = 12$ canne pel tappeto più lungo.

Il secondo sarà dunque di 9 canne, cioè 3 canne meno del più lungo.

Q. 268. Due Negozianti si sono associati ; l' uno ha fornito per parte sua On7 1800 e l' altro On7 1200. Il primo riceve per parte dei profitti On7 20 più del

secondo; si vuol sapere quanto han guadagnato in tutto, e quale è stata la parte del guadagno di ciascun socio. R. Il guadagno totale è stato On7 100; il guadagno del primo socio è stato On7 60, e quello del secondo On7 40.

La differenza del guadagno proviene dalla differenza dei capitali di ciascun socio, la quale è On7 600; 1800—1200= 600.

Dunque 600 : 1800 :: 20 : x=On7 60 parte del primo
e 600 : 1200 :: 20 : x= 40 parte del secondo

Il guadagno totale è dunque On7 100.

Q. 269. Un Esattore delle imposizioni deve ricevere per l' intero suo dritto 3 grani sopra ogni oncia delle somme esatte. Alla fine dell' anno, avendo riunite le varie somme da lui versate nel pubblico erario, si ritrova un totale netto di On7 178457 . 6 . 18; si domanda 1.° le somme ricevute da questo esattore, 2.° quale è la somma che si è trattenuta pel suo dritto.

On7 1 = tt. 30; tt. 1 = gr. 20; dunque On7 1 = gr. 600.

Se l' esazione totale fosse stata On7 1 = gr. 600, l' esattore avendo trattenuto pel suo dritto gr. 3, egli avrebbe versato nell' erario gr. 600 — 3 = gr. 597; dunque vi è la stessa proporzione tra 597 e 600 che tra la somma pagata dall' esattore e quella da lui esatta nel corso dell' anno.

597 : 600 :: On7 178457 . 6 . 18 : On7 179354.

Le somme esatte per le imposizioni nel corso dell' anno sono state dunque On7 179354. Per conoscere il dritto spettante all' esattore, si dovrà scemare la somma da lui versata nell' erario da quella da lui

esatta, cioè On7 179354—On7 178457.6.18=On7 896.23.2. pel suo dritto.

Per assicurarsi della esattezza di questa ultima somma, si moltiplichino On7 179354 per gr. 3, il prodotto sarà On7 896.23.2, lo che prova che l'operazione è giusta.

R. 1.° Le somme esatte sono On7 179354. 2.° quella che l'esattore s'è trattenuta pel suo dritto è On7 896.23.2.

Q. 270. Un Principe assicura che ha speso in un anno On7 24968.16 pel mantenimento della sua casa; che la sua spesa particolare che vi è compresa non è che gr. 8 per oncia della spesa principale; si domanda qual somma egli ha spesa per se stesso. R. On7 328. 16.

La somma spesa pel mantenimento della sua casa, riunita colla sua spesa particolare formano On7 24968.16. Sia dunque la spesa della casa On7 1 = gr. 600 + gr. 8 della sua spesa particolare = 608, sopra i quali egli ha speso gr. 8.

608 : 8 :: On7 24968.16 : x = On7 328.16.

Q. 271. Un Marchese ha costituito un procuratore per amministrare i suoi beni; e per salario, il marchese vuole che sopra ogni oncia ch'egli riceverà, il procuratore si trattenga 10 grani siciliani. Alla fine dell'anno questo procuratore avendo esatto On7 24954.2.10, vuol dare i suoi conti al suo padrone; si domanda qual somma spetterà al marchese, e quanto resterà al procuratore pel suo salario. R. Il marchese dovrà ricevere On7 24545, e resterà al procuratore pel suo salario On7 409.2.10.

gr. 600 + 10 = 610

610 : 600 :: On7 24954.2.10 : x pel marchese

e 610 : 10 :: On7 24954.2.10 : x pel procuratore

Q. 272. Un Mercante di cristalli ha fatto venire dall' Inghilterra 468 dozzine di piatti al prezzo di 7 tarì e 4 grani siciliani la dozzina, valore in manifattura; egli deve pagare per nolo 14 tarì siciliani per ogni quintale, e per dogana 32 per cento sopra il prezzo della tariffa che stima questo genere a tt. 4 la dozzina; egli ha inoltre pagato per varie spese minute e trasporto in magazzino tt. 24 per le due casse contenenti i detti piatti, le quali pesano insieme 19 quintali e 75 rotoli. Si domanda 1.° qual somma deve egli pagare al fabbricante; 2.° quanto al capitano per nolo; 3.° qual somma alla dogana, 4.° a qual prezzo gli vien costata la dozzina di questi piatti; 5.° a qual prezzo dovrà egli venderli per fare un guadagno del 12 per cento, sapendo che vi sono 34 dozzine di piatti rotti.

R. 1.° Al fabbricante On7 112 . 9 . 12; 2.° al capitano per nolo On7 9 . 6 . 10; 3.° alla dogana On7 19 . 29; 4.° ogni dozzina di piatti intieri costa tt. 9 . 17; 5.° e per fare un guadagno del 12 per cento si devono vendere a tt. 11 la dozzina.

Le frazioni sono state neglette.

QUESTIONI

Sopra le regole del Tre per frazioni.

Q. 273. Si son comprati 5/8 d' una canna di tela per la somma di 15 tarì; quanto costeranno 7/8 d'una canna della stessa tela? R. 21 tarì.

Proporzione. $^5/_8 : {}^7/_8 :: \text{tt. } 15 : x$

ovvero (89) $5 : 7 :: \text{tt. } 15 : x = \text{tt. } 21$

Q. 274. Si son pagati 18 tarì per $5/8$ d' una canna di raso; quanto costeranno $2/3$ d' una canna? R. tt. 19 . $1/5$.

$$5/8 : 2/3 :: \text{tt. } 18 : x$$

$$(78)\ 15/24 : 16/24 :: \text{tt.} 18 : x;\ 15 : 16 :: \text{tt.} 18 : x = \text{tt.} 19.\ 1/5$$

Allor quando in una regola del tre vi sono delle frazioni, è sempre facilissimo il farle sparire, riducendole alla medesima denominazione (78) e sopprimendo poscia i denominatori, (89, 128) locchè si può fare al primo ed al secondo termine, o al primo ed al terzo. D' altronde si può su di ciò consultare quanto si è detto nella moltiplicazione (84) e nella divisione (88) delle frazioni, non essendo altro queste regole del tre che l' applicazione di quelle due operazioni.

Q. 275. Si son vendute Can. 13. $7/12$ di panno per la somma di On7 54 . 14 . 10; quanto si venderanno a proporzione Can. 45 . $5/8$ del medesimo panno? R. On7 183 . 0 . 2 . $49/163$.

$$13.\ 7/12 : 45.\ 5/8 :: \text{On7 } 54 . 14 . 10 : x$$

$$(70)\ 163/12 : 365/8 :: \text{On7 } 54 . 14 . 10 : x$$

$$(78)\ 1304/96 : 4380/96 :: \text{On7 } 54 . 14 . 10 : x$$

$$(89)\ 1304 : 4380 :: \text{On7 } 54 . 14 . 10 : x = \text{On7 } 183.\ 0 . 2 .\ 49/163.$$

Per ridurre in novantasesimi, i due termini di $163/12$ sono stati moltiplicati per 8, denominatore dell' altra frazione, ed i due termini di $365/8$ per 12 denominatore della prima frazione (69. 7.°) locchè non cambia il loro valore.

Q. 276. Un individuo ha comprato Can. 45. $5/8$ di panno per On7 183 . 0 . 2. $49/163$; quanto dovrà pagare per Can. 13. $7/12$ dello stesso panno e del medesimo prezzo? R. On7 54 . 14 . 10.

$$45.\ 5/8 : 13.\ 7/12, \text{ ovvero (Q. 275)}$$

$$4380 : 1304 :: \text{On7 } 183 . 0 . 2\ 49/163 : x$$

$$\text{R. } x = \text{On7 } 54 . 14 . 10.$$

Q. 277. Tizio ha fatto fabbricare un muro lungo Can. 45. 5/8 per On7 183. 0 . 2 . 49/163; si domanda quante canne dello stesso muro egli potrà far fabbricare per On7 54 . 14 . 10 . R. Can. 13. 7/12.

On7 183. 0. 2. 49/163 : On7 54 . 14 . 10 :: 45. 5/8 : x

30	30	
5490	1634	
20	20	
109802	32690	
163	163	
329406	98070	
658812.	196140.	
109802..	32690..	
49		
	5328470	
17897775	45. 5/8	
	26642350	
	21313880.	
4/8 . . .	2664235	
1/8 . . .	666058. 3/4	
	243111443. 3/4	17897775
	64133693	C. 13. 7/12
	10440368	
	4	
	41761475	

Il resto della divisione 41761475 è il numeratore d' una frazione il cui denominatore è 17897775 $\times$ 4 $=$ 71591100.

Per ridurre la frazione del quoziente alla sua minima espressione, vedete (74 e 92).

Q. 278. Un particolare ha comprato Sal. 13. 7/12 di frumento per la somma di On7 54 . 14 . 10; egli vuole impiegare la somma di On7 183 . 0 . 2 . 49/163 nella compra dello stesso frumento e del medesimo prezzo; quante salme ne potrà comprare? R. Sal.45. 7/8.

On7 54 . 14 . 10 : On7 183 . 0 . 2 . 49/163 :: 13 . 7/12 : x= 45 . 5/8.

Della regola del Cento

141. La *regola del Cento* è una operazione colla quale si ottiene il prezzo od il valore del cento per la conoscenza che si ha d'un numero qualunque, e reciprocamente.

142. Quando si devono moltiplicare per 100 delle Once, o dei Ducati, si mettono due zeri alla destra (18).

143. Dovendosi moltiplicare dei grani siciliani per 100, si moltiplicheranno per 5, e il prodotto darà dei tarì. La ragione si è, che calcolando ogni unità per un grano, 100 unità costeranno 100 grani = 5 tarì; il cento costerà dunque 5 tarì quante volte v'è un grano per prezzo dell' unità.

144. Per moltiplicare dei tarì e dei grani siciliani per 100, bisogna moltiplicare i grani per 5, come si è detto, ed al prodotto si scriveranno i tarì nella colonna delle centinaja, e quindi il tutto darà dei tarì. Il motivo si è che alla ragione d' un tarì per unità, il cento costerà 100 tarì.

145. Per moltiplicare delle Once, dei tarì e dei grani siciliani per 100, bisogna prima moltiplicare i

tarì ed i grani, poscia ridurre il prodotto in On7, e scrivendo alla sinistra di questo risultato le On7 nella colonna delle centinaja, il prodotto totale darà delle Once, de' tarì e de' grani per prezzo del cento. La ragione si è che calcolando ogni unità ad On7 1, 100 unità costeranno On7 100.

146. Allor quando il numero 100 è divisore, basterà (18) troncare in tutte le quantità, qualunque ne sia la specie, le due ultime cifre a destra.

Q. 279. Se i fichi si vendono 5 grani siciliani il rotolo; quanto costerà il quintale? R. 25 tarì.

(143) gr. 5
× 5

25 tarì

Q. 280. Quando un rotolo di caffè si vende tt. 4 . 12 siciliani, quanto costerà il quintale? R. On7 15 . 10.

(144) tt. 4 . 12
× 5

tt. 460

On7 15 . 10.

Q. 281. Quando il zucchero vale tt. 3 . 1 siciliani il rotolo, quanto costerà il quintale? R. On7 10 . 5.

tt. 3 . 1
× 5

tt. 305

On7 10 . 5.

In questa operazione, dopo aver moltiplicato 1 grano per 5, il prodotto è stato 5 che non contiene che una cifra, e siccome i tarì si devono scrivere nella colonna delle centinaja, (14) si è scritto uno zero per occupare il rango delle diecine, e dopo lo zero si sono scritti i tarì.

Q. 282. Se la cannella costa On7 2 . 14 . 16 il rotolo, quanto costerà un quintale? R. On7 249 . 10.

(145)	On7 2 . 14 . 16.	
	×	5
	tt.	1480
	On7	249 . 10

Dopo aver moltiplicato i grani per 5, ed avere scritto al prodotto i tarì nella colonna delle centinaja, ne son risultati 1480 tarì, i quali ridotti in On7 han dato On7 49 . 10; si scriveranno alla sinistra di quest'ultimo risultato On7 2, e si avranno On7 249 . 10.

Q. 283. Ad On7 3 . 2 . 9 il rotolo, quanto costa un quintale? R. On7 308 . 5.

On7 3 . 2 . 9	
×	5
tt.	245
On7	308 . 5

I tarì del prodotto ridotti in On7 han prodotto On7 8 . 5; ma siccome a questo prodotto si debbono aggiungere alla sinistra le once nella colonna delle centinaja, si scriverà uno zero (14) nel luogo delle diecine e si metteranno le once dopo lo zero.

Q. 284. Se un quintale di cannella costa On7 249 . 10, quanto costerà il rotolo? R. On7 2 . 14 . 16.

(146) On7 2|49 . 10
|30
14|80
|20
16|00

Dopo aver troncato due cifre a destra, restano a sinistra On7 2 per prezzo del rotolo; ma le cifre troncate essendo positive, e frazioni dell' On7, si dovranno moltiplicare per 30 per ridurle in tarì, e sopra il prodotto 1480 tarì, si dovran troncare ancora due cifre a destra, restando così a sinistra 14 tarì; le cifre troncate essendo pure positive, e frazioni d' un tarì, si dovranno moltiplicare per 20 per ridurle in grani, e produrranno 1600 grani da' quali troncando finalmente due cifre a destra, resteranno 16 grani alla sinistra. Il quoziente di questa divisione abbreviata sono tutte le cifre che restano alla sinistra; le prime sono delle once, perchè si è operato sopra le On7, le seconde sono tarì, perchè si è operato sopra dei tarì. e le terze finalmente sono grani, perchè si è operato sopra de' grani: il risultato è dunque On7 2 . 14 . 16 Le ultime cifre troncate sono negative, ma se fossero positive, esse sarebbero il numeratore d' una frazione di grano il cui denominatore sarebbe 100, perchè questo numero è il divisore.

Q. 285. Ad On7 308 . 5 . il quintale quanto vien costato un rotolo? R. On7 3 . 2 . 9.

On7 3|08 . 5
|30
2|45
|20
9|00

Q. 286. Se un quintale di caffè costa Onz 14 . 16 . 8, quanto costerà un rotolo? R. tt. 4 . 7 . 7/25.

Onz 14 . 16 . 8
30
tt. 4|36
20
gr. 7|28/100 = 7/25

Le Once non si possono dividere per 100, perchè non contengono che delle diecine; si sono dunque subito ridotte in tarì, ed han prodotto 436; essendosi divisi questi per 100, son rimasti alla sinistra 4 che sono 4 tarì ec., il risultato è stato dunque 4 tarì, 7 grani e $^{28}/_{100} = 7/25$ d' un grano.

Q. 287. Si sa che 75 canne di tela sono costate Onz 37 . 24 . 12; si vuol sapere quanto costeranno 100 canne della stessa tela. R. Onz 50 . 12 . 16.

75 : 100 :: Onz 37 . 24 . 12 : x = Onz 50 . 12 . 16.

Q. 288. Pietro e Martino hanno comprato insieme 100 canne di tela per la somma di Onz 50 . 12 . 16. Pietro ne prende per la sua parte 75 canne, e Martino il resto; qual somma dovrà pagare ognuno di essi? R. Pietro dovrà pagare Onz 37 . 24 . 12, e Martino Onz 12 . 18 . 4.

100 : 75 :: Onz 50.12.16 : x = Onz 37.24.12 . per Pietro
100 : 25 :: Onz 50.12.16 : x = Onz 12.18. 4 . per Martino

Somma totale pagata Onz 50.12.16.

Q. 289. Si vuol dividere la somma di Onz 97500 a 100 uomini; quanto riceverà ciascuno di essi? R. Onz 975.

Onz 975,00

Q. 290. Si son comprati al pubblico incanto 347 rot. di formaggio d' Olanda per On7 53 . 6 . 4; quanto vien costato il quintale, e quanto il rotolo? R. Il quintale costa On7 15 . 10 ed il rotolo tt. 4 . 12. siciliani.

347 : 100 :: On7 53 . 6 . 4 : $x =$ On7 15 . 10 prezzo del q.le, e On7 15 . 10 diviso per 100 = tt. 4 . 12. prezzo del rotolo.

Della regola del Mille

147. La regola del *Mille* si definisce come quella del Cento (141); i ragionamenti, le spiegazioni, e le operazioni sono le stesse. La sola differenza consiste nell'aggiungere tre zeri (18) alle Once od ai Ducati che si moltiplicheranno per 1000, e nel moltiplicare i grani per 50 per avere dei tarì, perchè 1000 grani = 50 tarì: i tarì si scrivono alla sinistra del prodotto dei grani, nella colonna delle migliaja: se il prodotto dei grani non dà che delle diecine, si metterà uno zero al luogo delle centinaja. Per dividere per 1000, non si fa altro che troncare tre cifre alla destra di qualsivoglia quantità.

Q. 291. Un rotolo di zucchero costa tt. 3. 12 siciliani; quanto costeranno 1000 rotoli? R. On7 120.

tt. 3 . 12	
×	50
tt.	3600
On7	120.

Q. 292. Se 1000 rotoli di zucchero costano On7 120, quanto costerà un rotolo? R. tt. 3 . 12. siciliani.

```
     On7 120
          30
     tt. 3600
          | 20
   gr. 12|000
```

Q. 293. Un migliajo di penne si vende On7 5 . 20; quanto vien costato il mazzo di 25 penne, e quanto una penna? R. Il mazzo di 25 costa tt. 4 . 5 siciliani, e una penna gr. 3. 2/5.

```
1000 : 25 :: On7 5 . 20 : x = tt. 4 . 5.
          5 . 20
     ---------------
         125
          12 . 15      100 : 1 :: On7 5 . 20 : x = gr. 3. 2/5
           4 .  5                  30
     ---------------            -------
         141 . 20.                170
          30                       20
   tt. 4|250               gr. 3|400/1000 = 2/5
        | 20
   gr. 5,000
```

Q. 294. Si sono comprate 375 uova per On7 1 . 26 . 5, a quanto vien costato il migliajo? R. On7 5.

```
375 : 1000 :: On7 1 26 . 5 : x = On7 5.
                           50
              ---------------
              tt. 26250
              ---------------
              On7 1875  ) 375
                   000  } -------
                        ) On7 5.
```

Q. 295. Se 3800 penne sono state comprate al pubblico incanto per On7 21 . 16 ; a quanto vien costato il migliajo? R. 5 . 20.

3800 : 1000 :: On7 21 . 16 : $x =$ 5 . 20

```
                 ×        1000
                 ----------------
                 tt.     16000
                 ----------------
                 On7   21533 . 10  } 3800
                        2533       } ----------
                          30       } On7 5 . 20.
                 ----------------
                         76000
                         00000
```

Q. 296. Un migliajo di penne si vende On7 5 : 20; quanto si dovrà pagare per comprarne 3800? R. On7 21 . 16.

1000 : 3800 :: On7 5 . 20 : $x =$ On7 21 . 16

```
              5 . 20
         -------------
         19000
          1900
           633 . 10
         -------------
On7      21|533 . 10
           | 30
         -------------
tt.      16|000
```

Della Regola d' Interesse

148. L' *Interesse* è l' aumentazione del capitale, la quale si fa colla somma che paga il debitore per l'uso d' una maggior somma che à lui è stata imprestata; ovvero il lucro che si ricava da un denaro imprestato alla ragione d' un tanto per cento all' anno, o ad un danaro qualunque (*).

149. Per facilitare la pratica delle regole d' interesse, daremo qui una formola per mezzo della quale si protranno risolvere tutte le questioni che saranno proposte su tale soggetto. Prima di tutto è d' uopo osservare che si può impiegare una somma, e calcolarne l' interesse in due maniere; 1.° ad un danaro qualunque, per esempio, al danaro 25, 24, 20, 16 ec. vale a dire che per ogni somma di On7 25, di On7 24, di On7 20, di On7 16 ec. che si costituisce, o che s' impresta, si ricava On7 1 di lucro ogni anno. 2.° A tanto per cento, per esempio a 4, 4. 1/6, 5, 6. 1/4 ec. per 100, che è quanto a dire che da On7 100 di capitale si riceveranno al capo d'un anno On7 4, On7 4. 1/6, On7 5, On7 6. 1/4 ec. per frutto.

150. La seconda maniera di calcolare il lucro ossia l'interesse è la stessa della prima, e non differisce che nel modo di enunciarlo. Quindi quando una somma è stata imprestata, o s' è fatto un guadagno a tanto per cento, per conoscere a qual danaro egli corrispon-

(*) Ogni governo stabilisce con una legge l' interesse a cui vien permesso d' imprestare il denaro. Nel regno delle due Sicilie, l' interesse vien permesso nel commercio al 7 per cento, specificando però per cambio e ricambio. Ma quando l' interesse si deve calcolare in virtù di sentenza giudiziaria, dovrà calcolarsi al 5 per cento.

de, bisogna dividere 100 per il numero che indica il tanto per cento: per esempio il 4 per 100 corrisponde al danaro 25; il 4. $^{1}/_{2}$ per 100 è la stessa cosa che il danaro 22. $^{2}/_{9}$; il 6 per 100 è uguale al danaro 16. $^{2}/_{3}$; il 3 per 100 è il danaro 33. $^{1}/_{3}$ ec. Similmente quando si conosce il danaro, se si vuol sapere a quanto corrisponda per 100, bisogna dividere 100 per il numero che esprime il danaro.

151. Il *capitale* o la somma principale è la somma costituita o imprestata, il *danaro* indica la parte che si ricava dal capitale; perciò il danaro 20, per cagion d'esempio, esprime che si ricaverà la ventesima parte del capitale al capo d'un anno; il danaro 25, che se ne ricaverà la vigesima quinta parte in un anno; questo profitto annuo si chiama *interesse* o *rendita*.

152. Il danaro al quale è costituita o imprestata una somma può sempre essere considerato come un capitale relativamente all'unità (149) la quale ne sarà l'interesse o la rendita d'un anno; perciò tra il denaro proposto ed un capitale qualunque vi è la stessa proporzione, che tra l'unità e l'interesse o la rendita di questo capitale per un anno.

153. Rappresentiamo dunque il danaro con . . *D*.
la rendita o l'interesse con . . . . *R*
il capitale qualunque con . . . . *C*
il tempo durante il quale il denaro è restato in
interesse e la di cui unità principale un anno
(*) con . . . . *T*

Con queste lettere, formiamo la proporzione se-

(*) Essendo l'unità la rendita del denaro per un anno, e considerandosi un anno come l'unità del tempo, la rendita del denaro sarà sempre espressa coi medesimi numeri che indicano il tempo; poichè, per esempio se si fosse dato ad interesse una somma al denaro 20 per 2 anni, 20 Ducati avrebbero prodotto 2 Ducati, ch'è il medesimo numero che esprime il tempo. Facciamo questa osservazione, perchè nelle formole, rappresentiamo la rendita del denaro per T. D'altronde non si cerca giammai la rendita del denaro, ma il tempo durante il quale il capitale è restato ad interesse.

guente: $D : C :: T : R$; cioè *il danaro è al capitale come il tempo è alla rendita.*

Bisogna osservare che, giacchè T rappresenta l'unità o l'anno, quando la rendita sarà proposta o domandata per un anno, T non moltiplicherà nè dividerà; ma se il tempo è più o meno d'un anno, T indicherà un numero d'intieri, o un numero frazionario che avrà per numeratore il numero di mesi, e per denominatore 12, poichè un anno $=$ 12 mesi; se poi il tempo contenesse anche dei giorni, si ridurrebbe questo tempo in giorni, dandogli per denominatore 360, perchè in queste specie di calcoli, il mese è sempre considerato di 30 giorni, e l'anno di 360.

154. La proposizione qui sopra servirà a risolvere tutte le questioni che si potranno proporre sopra la regola d'interesse; ma siccome siamo usi situare il numero incognito al quarto termine, faremo i cambiamenti di cui una proporzione è suscettibile (128), e ridurremo ciascuna questione su questa materia ad una di queste proporzioni:

1.° $D : C :: T : R$. 3.° $T : R :: D : C$.
2.° $R : T :: C : D$. 4.° $C : D :: R : T$.

155. Da queste proporzioni si può conchiudere;

1.° Che la rendita è uguale al prodotto del capitale per il tempo, e diviso per il denaro.

2.° Che il denaro è uguale al prodotto del capitale per il tempo, e diviso per la rendita.

3.° Che il capitale è uguale al prodotto del denaro per la rendita e diviso per il tempo.

4.° Che il tempo è uguale al prodotto del denaro per la rendita, e diviso per il capitale.

156. Per meglio concepire ciò che è stato esposto, basta rammentarsi che per avere un estremo, (131) bisogna fare il prodotto dei medj, e dividerlo per l'estremo cognito, locchè vien rappresentato dalle quattro equazioni seguenti.

1.° $R = \frac{C \times T}{D}$ 3.° $C = \frac{D \times R}{T}$

2.° $D = \frac{C \times T}{R}$ 4.° $T = \frac{D \times R}{C}$

157. Sebbene queste formole sieno le più idonee a risolvere tutte le questioni che si possono proporre sopra la regola d' interesse, si potrà benanche far uso delle proporzioni, calcolando l' interesse a tanto per 100, in vece di adoperare il danaro. E precisamente allorchè trattasi di trovare l' interesse semplice d' una somma qualunque a tanto per 100 l' anno, per uno o più anni, sarà più facile l' adoperare la seguente proporzione : *100 : tanto per cento :: il capitale proposto : l' interesse cercato*. Dalla medesima risulterà l' interesse d' un anno ; e qualora si cercherà l' interesse di più anni, si moltiplicherà l' interesse d' un anno per il numero degli anni. Questa proporzione è suscettibile di essere abbreviata, imperciocchè il primo termine essendo sempre 100, il secondo il tanto per cento, ed il terzo il capitale ; per avere l' interesse domandato, basterà moltiplicare il capitale per il tanto per cento, e si dividerà il prodotto per 100. Ma tranne questo caso, sarà molto più facile l' adoperare le solite formole, onde siam d' avviso di dover far uso del primo modo soltanto nelle questioni difficili. Del resto impiegheremo a vicenda queste due maniere di operare.

Q. 297. Un particolare si è formata una rendita annuale perpetua, dando On7 800 di capitale al danaro 25 = 4 per °/o, qual sarà questa rendita ? R. On7 32.

(154. 1.°) $D : C :: T : R$, ovvero (153) poichè è domandata la rendita di un anno, $T = 1$; e sostituendo alle lettere il loro valore, si avrà 25 : 800 :: 1 : x.

Dunque $R = \frac{800}{25} =$ On7 32.

(157) 100 : 4 :: On7 800 : $x =$ On7 32.
× 4 per 100

On7 32|00

Q. 298. Un servitore s' è fatta una rendita annua di On7 32 con un capitale di On7 800; a qual danaro, o a quanto per 100 ha egli data quella somma? R. Danaro 25 = 4 per 100.

(154. 2.°) $R : T :: C : D$, 32 : 1 :: 800 : D.
Dunque $D = \frac{800}{32} = 25 =$ (150) 4 per 100.

(157) 800 : 32 :: 100 : $x =$ 4 per 100.
100

3200 | 800
000 | 4

Q. 299. Qual somma bisognerebbe darsi al danaro 25 = 4 per 100 per formare una rendita annuale di On7 32? R. On7 800.

(154. 3.°) $T : R :: D : C$, 1 : 32 :: 25 : C.
Dunque $C = 32 \times 25 =$ On7 800.

(157) 4 : 100 :: 32 : $x =$ On7 800
100

3200

1/4 On7 800.

Q. 300. Ho dato ad interesse On7 800 al danaro 25 = 4 per °/₀; quanto tempo dovrò aspettare per ricevere On7 32 ? R. 1 anno.

(154. 4.°) $C : D :: R : T$, $800 : 25 :: 32 : T$.
Dunque $T = \frac{25 \times 32}{800} = 1$ anno.

158. Per fare questa operazione colle proporzioni, senza adoperare le formole, abbisognano due operazioni; la prima per conoscere la rendita annua, la quale si otterrà moltiplicando il capitale per il tanto per 100, e dividendo il prodotto per 100: la seconda per trovare il tempo, il quale si avrà, dividendo la rendita proposta per l' annuale rendita. In questa questione, siccome la rendita proposta è quella d' un anno, essa è uguale alla rendita annua, e perciò il quoziente è 1.

In appresso ci contenteremo d' indicare la formola che la questione esiggerà, scrivendo soltanto la proporzione in numeri cogniti; frattanto sarà bene di avvezzare gli studenti a scrivere la formola per ciascuna questione.

Q. 301. Si vuol sapere qual sia l' annuale rendita di On7 875 costituite a 5 per °/₀ l' anno. R. On7 43 . 22 . 10.

Per avere il denaro, bisogna dividere 100 per 5 che è il tanto per 100 (150), e ne risulterà il danaro 20. Questa operazione si dovrà fare, servendosi delle formole, ogni volta che si proporrà l' interesse al tanto per 100.

(154. 1.ª) $20 : 875 :: 1 : x =$ On7 43 . 22 . 10.
(157) $100 : 5 :: 873 : x =$ On7 43 . 22 . 10.

Q. 302. Un cuoco dopo aver fatto qualche risparmio s' è fatto soldato; egli vorrebbe farsi una rendita

annuale di On7 43 . 22 . 10 ; qual somma dovrà dare a tal' uopo al 5 per 100? R. On7 875.

(154. 3.°) 1 : On7 43 . 22 . 10 :: 20 : x = On7 875.
(157) 5 : 100 :: On7 43 . 22 . 10 : x = On7 875.

Q. 303. Il maestro di casa d' un Signore avendo guadagnato al lotto On7 875, le ha imprestate al suo padrone alla ragione del 5 per 100 l' anno d' interesse; quanto tempo dovrà egli aspettare per ricevere un guadagno di On7 43 . 22 . 10? R. 1 anno.

(154. 4.°) 875 : 20 :: On7 43 . 22 . 10 : x = 1 anno.

Q. 304. Clemente possiede On7 875 ch' egli vuol dare a interesse; ma volendo egli ritrarne ogni anno On7 43 . 22 . 10, a quanto per 100 dovrà egli pattuire l' interesse? R. Al danaro 20 = 5 per 100.

(154. 2.°) On7 43 . 22 . 10 : 1 :: 875 : x = danaro 20.
e 100 diviso per 20 dà il 5 per 100.
(157) 875 : On7 43 . 22 . 10 :: 100 : x = 5 per 100.

Q. 305. Un Capitano d' infanteria ha dato On7 4260 a interesse al danaro 24 = 4. 1/6 per 100 all'anno. Egli è stato assente per 7 anni; si domanda qual somma dovrà ricevere per gl' interessi arretrati. R. On7 1242 . 15.

(154. 1.°) 24 : On7 4260 :: 7 : x = On7 1242 . 15.
(157) 100 : 4. 1/6 :: On7 4260 : x = On7 177 . 15. interesse d' un anno.
e On7 177 . 15 × 7 anni = On7 1242 . 15.

Q. 306. Un Signore avendo contratto un debito di On7 1242 . 15, vuol pagarlo in 7 anni senza nulla sborsare; a qual danaro, ossia a quanto per 100 l' anno dovrà egli dare un capitale destinato a fare un tal

pagamento, se questo capitale è di On7 4260? R. Al danaro 24 = 4. 1/6 per 100 l' anno.

(154. 2.°) On7 1242 . 15 : 7 :: 4260 : x = 24 = 4. 1/6 per %

(157) Giacchè On7 1242 . 15 sono l' interesse di 7 anni, un anno produrrà la settima parte di questa somma = On7 177 . 15.

e 4260 : On7 177 . 15 :: 100 : x = 4. 1/6

Q. 307. Un viaggiatore avendo dato ad interesse una certa somma al danaro 24, ossia 4. 1/6 per 100 l' anno, ritornò dopo 7 anni e ricevette per gl' interessi arretrati On7 1242 . 15; qual capitale aveva egli sborsato? R. On7 4260.

(154. 3.°) 7 : On7 1242 . 15 :: 24 : x = On7 4260.
(157) On7 1242 . 15 diviso per 7 anni = On7 177 . 15 per un anno.

e 4. 1/6 : 100 :: On7 177 . 15 : x = On7 4260.

Q. 308. Un giovane avendo fatto una piccola fortuna nel commercio, ha dato On7 4260 ad interesse al denaro 24 = 4. 1/6 per 100; egli ha quindi intrapreso un viaggio pell' America. Al suo ritorno egli ha ricevuto per interessi arretrati On7 1242 . 15; quanto tempo è stato assente? R. 7 anni.

(154. 4.°) 4260 : 24 :: On7 1242 . 15 : x = 7 anni.
(157) Si cerchi l' interesse di un anno con questa proporzione

100 : 4. 1/6 :: On7 4260 : x = On7 177 . 15.

e dividendo la somma totale degl' interessi arretrati On7 1242 . 15 per l'interesse di un anno On7 177 . 15, il quozieute darà il tempo, cioè 7 anni.

Q. 309. Un Mercante contento della sua fortuna vuol ritirarsi dal commercio; pria d' ogni altro si è formato una rendita, sborsando Ducati 14500 al 4

per 100 l'anno. S'egli resta 6 anni, 6 mesi, 15 giorni senza riscuoterne la rendita, qual somma riceverà per questi interessi arretrati? R. Duc. 3794 . 16. 2/3 .

100 diviso per 4 = denaro 25.
(154.1.°) 25.14500 :: anni 6.6.15 : x = Duc. 3794.16. 2/3
(157) 100 : 4 :: 14500 : x = Duc. 580 per un anno.
e D. 580 × 6 anni, 6 mesi, 15 gior. = D. 3794. 16. 2/3

Q. 310. Fulano deve a Martino Duc. 3794 . 16. 2/3; egli si è obbligato di pagare questa somma a Martino in 6 anni, 6 mesi e 15 giorni. Fulano per pagare questo debito vorrebbe dare una somma ad interesse al 4 per 100 l'anno; qual dovrà essere questo capitale? R. Duc. 14500.

(154. 3.°) anni 6 . 6 . 15 : Duc. 3794 . 16 . 2/3 :: 25 : x = Duc. 14500.

(157). Giacchè Duc. 3794 . 16 . 2/3 esser debbono l'interesse di 6 anni, 6 mesi, 15 giorni, si divida l'interesse totale per il detto tempo; e ne risulteranno Duc. 580 per l'interesse d' un anno. Quindi per trovare il capitale, si faccia la proporzione seguente:
4 : 100 :: 580 : x = Duc. 14500.

Q. 311. A quanto per 100 l'anno si dovrebbe dare la somma di Duc. 14500 per ricevere Duc. 3794 . 16. 2/3 per interessi di 6 anni, 6 mesi, 15 giorni? R. Al 4 per 100.

(154. 2.°) Duc. 3794 . 16 . 2/3 : an. 6. 6 . 15 :: Duc. 14500 : x = denaro 25, e 100 diviso per 25 = 4 per 100.

(157). Si cerchi l'interesse di un anno, dividendo Duc. 3794 . 16 . 2/3 per 6 anni, 6 mesi, 15 giorni, e ne risulterà Duc. 580 per l'interesse di un anno. Si faccia poi questa proporzione:

14500 : 580 :: 100 : x = 4 per 100.

Q. 312. Un Capitano di bastimento dovendo fare un lungo viaggio, ha dato ad interesse Duc. 14500 al 4 per 100 l' anno; al suo ritorno egli ha ricevuto per gl' interessi decorsi Duc. 3794 . 16 . 2/3; si domanda quanto tempo questo capitano è stato assente. R. 6 anni, 6 mesi e 15 giorni.

(154. 4.°) 14500 : 25 :: Duc. 3794 . 16. 2/3 : x
R. x= 6 anni, 6 mesi e 15 giorni.

Operazione secondo il n.° 106

```
       14500 : 25 :: Duc. 3794 . 16 . 2/3 : x
o(127) 580 : 1   :: Duc. 3794 . 16 . 2/3 : x
     × 3              ×              3
     -----            ---------------
      1740             11382 . 50 .
     × 2              ×        2
     -----            -----------
      3480             22765 } 3480
                        1885 { -----
                       × 12  } 6 anni 6 mesi 15 gior.
                       -----
                       22620
                        1740
                       × 30
                       -----
                       52200
                       17400
                        0000
```

Operazione Secondo il n.° 157.

100 : 4 :: Duc. 14500 : x = Duc.580 per 1 anno.
4

Duc. 580|00

Il capitano è stato assente tanti anni quante volte Duc. 580 entrano in Duc. 3794 . 16 . 2/3 che sono gli interessi del tempo della sua assenza; si dividano dunque Duc. 3794 . 16 . 2/3 per 580.

Duc. 3794 . 16. 2/3 | 580
× 3
11382 . 50 | 1740
× . 2 | × 2
22765 | 3480
1885
× 12 | 6 anni, 6 mesi, 15 giorni
22620
1740
× 30
52200
17400
0000

Q. 313. Michele essendo sul punto di fare una speculazione vantaggiosa impresta Duc. 8000 ad un negoziante il quale gli promette per risarcimento del suo lucro cessante il 5 per 100 d' interesse per un anno; alla fine dell' anno il negoziante gli rende il suo capitale insieme coll' interesse convenuto; qual somma dovrà ricevere Michele? Duc. 8400.

(154.1°) 20 : 8000 :: 1 : x = Duc. 400 interesse d'un anno
Capitale Duc. 8000 + 400 per interesse = Duc. 8400.
(157) 100 : 5 :: 8000 : x = 400 interesse di un anno
e Duc. 8000 + 400 = Duc. 8400 per risposta.

Osservazione. Quando nelle questioni proposte, si dà o si domanda l' interesse col capitale, egli è sempre facile il separarli o riunirli, così prima come dopo l'operazione, locchè si fa egualmente secondo uno dei metodi precedenti.

Quest' ultima questione può risolversi direttamente (129) con questa proporzione.

100 : 105 :: Duc. 8000 : x = Duc. 8400 Capitale e interesse

In appresso ci contenteremo di dare le risposte alle questioni proposte, acciocchè gli studenti s' esercitino essi medesimi a trovare le proporzioni che debbonsi adoperare per risolverle.

Q. 314. Un uomo ha dato On7 6600 ad interesse al denaro 22 = 4. 6/11 per cento l' anno; dopo un certo tempo gli è stato restituito il capitale con On7 216 . 20 d' interesse; quanto tempo è restato ad interesse questo capitale? R. 8 mesi, 20 giorni.

Q. 315. Si è ricevuta la somma di On7 1365 per l' interesse di On7 6500 alla ragione del 5 per 100 l' anno; dite per quanto tempo si è pagato l' interesse? R. Per 4 anni, 2 mesi, 12 giorni.

Q. 316. Un Officiale avendo dato Duc. 9000 a interesse, si è imbarcato per le Indie. Egli è ritornato dopo 8 anni, ed ha ricevuto per gl' interessi arretrati Duc. 3600; si domanda a quanto per 100 l' anno è stato calcolato l' interesse. R. A 5 per 100.

Q. 317. Un capitale di Duc. 2046 ha prodotto Duc. 1023 in 11 anni; a quanto per 100 l' anno, ossia a qual denaro risulta l' interesse? R. Denaro 22 = 4. 6/11 per 100 l' anno.

Q. 318. Un censo annuo di Duc. 121 . 94 è redimibile alla ragione del denaro 20 = 4 per 100; quale è la somma che richiedesi per estinguerlo? R. Duc. 3048 . 50.

Q. 319. Una vigna data a fitto per Duc. 450 all' anno deve vendersi; si domanda qual dovrà essere il prezzo di questa vigna, per profittare tanto quanto potrebbe ritrarsi, prestando la somma al 10 per 100. R. Duc. 4500.

Q. 320. Un Mercante ha comprato del frumento ad On7 3 . 20 la salma; egli lo vuole rivendere in modo che faccia un guadagno del 5 per 100; a qual prezzo dovrà egli venderlo? R. On7 3 . 25 . 10.

Q. 321. Un particolare vuol comprare una rendita annua di On7 658 al 5 per 100; qual somma dovrà egli pagare? R. 13160.

Q. 322. Un particolare vuol rimborsare On7 827. 18 . 10 con gl' interessi di questa somma per 3 anni, 7 mesi, alla ragione del 5 per 100 all' anno; qual somma dovrà pagare in tutto? R On7 974 . 26 . 18.19/24.

Q. 323. Si sono ricevuti Duc. 5049 d' un capitale di Duc. 11880 al danaro 20= 5 per 100 l' anno, per 8 anni e 6 mesi. Si domanda a qual denaro ossia a quanto per 100 l' anno si dovrebbero dare Duc. 8910, per ricevere la stessa somma pel medesimo tempo. R. Denaro 15 = 6. 2/3 per 100.

Per risolvere questa questione, bisogna sapere che quando la rendita è la stessa, i capitali sono tra essi come i denari ai quali sono dati, che è quanto a dire, il capitale grande è al capitale piccolo come il denaro più alto è al denaro più basso; poichè per ricevere da un piccolo capitale, e durante il medesimo tempo una rendita eguale a quella d' un capitale più grande, bisogna che il denaro ne sia più basso. Si farà dunque questa proporzione, 11880 : 8910 :: 20 : x = Dan. 15= 6. 2/3 per 100 l' anno, in cui si vede che nè la rendita, nè il tempo espressi nella questione entrano nell' operazione (136).

Se si facesse questa operazione per via del tanto per 100, senza fare uso delle formole, la proporzione sarebbe inversa, perchè più il capitale è grande, meno deve essere grande il tanto per 100, (138).

Q. 324. Un officiale avendo l' intenzione di abbandonare il servizio ha dato ad interesse Duc. 3450 al 6 per 100 l' anno. Le circostanze della guerra avendolo impegnato a starsene parecchi anni nel suo reggimento, egli ha ricevuto dopo questo tempo Duc. 954 . 50 per gl' interessi arretrati del suo capitale; si domanda quanto tempo egli ha servito dopo aver dato l' anzidetta somma a interesse. R. 4 anni, 7 mesi, 10 giorni.

Q. 325. Un Gentiluomo dopo aver dato Duc. 3450 ad interesse si è assentato durante 4 anni, 7 mesi 10 giorni; al suo ritorno egli ha ricevuto Duc. 954 . 50 per gl' interessi; si domanda a quanto per 100 l'anno egli aveva dato il suo denaro. R. A 6 per 100 l'anno = Dan. 16. 2/3 .

Q. 326. Un Signore avendo contratto un debito di Duc. 954 . 50 vuol ritirarsi in campagna presso un suo amico, il quale gli concede la sua casa per 4 anni, 7 mesi e 10 giorni, ed inoltre gli offre di mettere all' interesse del 6 per 100 l' anno il capitale idoneo ad estinguere il suo debito; si domanda qual sarà questo capitale. R. Duc. 3450.

Q. 327. Tre Giovani si son proposti di viaggiare. Prima della loro partenza hanno imprestato Duc. 3450 ad un negoziante il quale ha promesso di pagarne loro gl' interessi al 6 per 100 l' anno. Essendo ritornati al capo di 4 anni, 7 mesi e 10 giorni, han domandato la restituzione del loro denaro insieme con gl' interessi loro promessi dal negoziante; qual somma dovranno ricevere per gl' interessi? R. Duc. 954 . 50.

Q. 328. Un Negoziante avendo bisogno di Duc. 3450, va a trovare un particolare che glieli promette, mediante un interesse del 6 per 100 all' anno. Se questo negoziante trattiene la detta somma per 4 anni, 7 mesi e 10 giorni, qual somma dovrà pagare per gl' interessi oltre il capitale? R. Duc. 954 . 50.

Dalle cinque ultime questioni, si vede come da una sola proposizione ne possono sorgere molte altre, le quali si servono a vicenda di prova: ciò darà molta facilità ad un maestro, e nel medesimo tempo eserciterà l'intelletto degli studenti.

Q. 329. Un particolare si è formata una rendita con On7 12000 al 5 per 100 = denaro 20; si domanda quale somma annuale ne riceverà, fatta la deduzione delle imposizioni che si suppongono essere i tre ventesimi della rendita e 2 grani per tari sopra i due primi ventesimi. R. On7 504.

Si calcola prima la rendita intiera nel modo prescritto al n.° 154. 1.°, e al n.° 157. Essa è di On7 600; quindi si cerca a quanto ascendono le imposizioni per questa rendita.

	On7 600	
2/20 . . .	60	
1/20 . . .	30	On7 600—96 = On7 504 netto
2 gr. 1/10. .	6	
totale delle imp.	On7 96	

Per tutte le questioni di questa natura, si potrebbero prendere le imposizioni sopra 100; e per mezzo d'una proporzione, si troverebbe sempre la rendita. Perciò per la presente questione, si trova che le imposizioni ascendono a 16 per 100; si farà dunque una regola del tre di cui il primo termine sarà 100, il secondo la rendita lorda (*), ed il terzo 16; il quarto termine sarà quello che bisognerà scemare dalla ren-

(*) Chiamasi *rendita lorda* o intiera, quella che produce il capitale, senza diminuzione delle imposizioni, e *rendita netta* quella che resta dopo aver dedotto le imposizioni.

dita intiera per avere la rendita netta; ovvero si prenderà 100—16 = 84 per terzo termine, allora il quarto darà la rendita netta.

100 : 600 :: 16 : x = On7 96, e 600—96 = On7 504
100 : 600 :: 84 : x = On7 504.

Q. 330. Un Signore vuol farsi una rendita annua di On7 504 franca e libera delle imposizioni che si suppongono di tre ventesimi, e di grani 2 a tarì sopra i primi due ventesimi. Si domanda a qual denaro, o a quanto per cento l' anno egli deve dare il suo capitale che è di On7 12000. R. Denaro 20 = 5 per 100.

Se si conoscesse la rendita intiera, si dividerebbe il capitale per questa rendita, e ne risulterebbe il denaro; dunque per avere la rendita intiera, si prenderà la medesima proporzione che per la questione precedente, cambiando il luogo dei termini, e si dirà 84 : 100 :: 504 : x=600, rendita lorda; e dividendo il capitale On7 12000 per 600, ne risulterà 20 che è il denaro.

Q. 331. Un negoziante volendosi ritirare alla campagna e procurare una rendita annuale di On7 860 netta, cioè dedotte le imposizioni che si suppongono essere di tre ventesimi, più grani 2 a tarì per i due primi ventesimi, gli vien fatto d' impiegare il suo capitale al 6. 1/4 per 100= denaro 16; si domanda qual dovrà essere questo capitale. R. On7 16380. 28. 11. 3/7.

Si cerca la rendita lorda la quale moltiplicata per il denaro produrrà il capitale.

84 : 860 :: 100 : x

```
   100
  ------
  86000 ) 84
    200 } ----------
   .320 } On7 1023 . 24 . 5. 5/7 , rendita intiera.
    68
    30               On7  1023 . 24 . 5 . 5/7
  ------        × 16 , ossia (101) per 4 e per 4
   2040         ---------------------------------
    360                  4095 . 7 . 2 . 6/7
     24                  ×                  4
     20         ---------------------------------
  ------        Capitale On7 16380 . 28 . 11 . 3/7
    480                  --------------------------
  60/84
```

	On7	1023	24	5	5/7
2/20 = 1/10		102	11	8	4/7
1/20		51	5	14	2/7
gr. 2.		10	7	2	6/7
Imposizioni . . .	On7	163	24	5	5/7
Rendita lorda .	On7	1023	24	5	5/7
Imposizioni . .		163	24	5	5/7
Prova . . .	On7	860 .			

Q. 332. Un servitore avendo dato un certo capitale a interesse al danaro 20= 5 per 100, ha ricevuto al termine di tre anni, si per capitale che per la rendita Duc. 6440 ; si vuol sapere qual sia questo capitale. R. Duc. 5600.

Avendosi la proporzione (154. 1.°) $D : C :: T : R$, si avrà questa ancora (128) $D + T : C + R :: D : C$.

Or più non trattasi che di scrivere i valori in vece delle lettere : si avrà dunque.

$20+3=23 : 6440 :: 20 : x =$ Duc. 5600 per capitale.

Se si avesse voluto conoscere l' interesse ossia la rendita ; si sarebbe formata quest' altra proporzione $D+T : C+R :: T : R$, nella quale sostituendo alle lettere. il loro valore, si avrebbe,

$20+3=23 : 6440 :: 3 : x =$ Duc. 840 per la rendita.

In fatti l' interesse di Duc. 5600 a 5 per 100 l'anno, per tre anni, produce Duc. 840.

Q. 333. Un particolare ha dato ad interesse una somma non conosciuta ; si sa però che al capo di 3 anni, 5 mesi e 15 giorni, egli ha ricevuto per capitale e per gl' interessi Duc. 5464 ; qual sarà questo capitale, se l' interesse era convenuto al denaro 25 = 4 per 100 ? R. Duc. 4800.

Bisogna osservare che nel calcolo (21) si considera l' anno composto di 360 giorni; quindi un giorno è 1/360 dell' anno, e 5 mesi e 15 giorni = 165 giorni fanno 165/360 d' un anno.

Operazione

$D+T : C+R :: D : C.$

25 + 3 anni, 5 mesi, 15 giorni : 5464 :: 25 : *C*.

$25+3.165/360 = 28.165/360 : 5464 :: 25 : x =$ Duc. 4800.

Q. 334. Un Proprietario avendo una somma inoperosa, dalla quale vuol ritrarre qualche profitto, l'ha prestata ad un negoziante al denaro 24 = 4. 1/6 per 100 l' anno. Dopo 7 mesi e 15 giorni il negoziante gli ha restituito il suo capitale insieme cogl' interessi, e gli ha pagato in tutto Duc. 37758 . 33 . 1/3 ; si vuol sapere qual guadagno gli ha prodotto il suo denaro. R. Duc. 958 . 33 . 1/3 .

$$D + T : C + R :: D : C.$$

24 + 7 mesi 15 giorni : Duc. 37758 . 33 . 1/3 :: 24 : *C*.

7 mesi, 15 giorni fanno 225 giorni, ossia 225/360 di un anno = 5/8 . si avrà dunque questa proporzione per ottenere il capitale,

24 . 5/8 :Duc. 37758 . 33 . 1/3 :: 24 := *x* Duc.36800.
Dunque Duc. 37758 . 33 . 1/3 — Duc. 36800=Duc. 958 . 33 . 1/3 . che è la risposta della regola.

Si sarebbe trovato immediatamente il guadagno con una proporzione, la quale avesse avuto per terzo termine la frazione indicante il tempo, e ciò nel modo seguente, cioè dicendo $D + T : C + R :: T : R$.

24. 5/8 : Duc. 37758.33. 1/3 :: 5/8 :*x*=D. 958.33. 1/3

Della regola di Sconto

159. Lo *Sconto* è un rilascio che fa il creditore sopra un debito, sopra un biglietto, sopra una cambiale ec., o una diminuzione ch' egli accorda sul prezzo delle mercanzie da lui vendute in credito, per essere pagato prima della scadenza.

Lo sconto deve essere proporzionato alla somma da pagarsi ed alla maggiore o minore anticipazione del pagamento. Esso si calcola a 4, 5, 6 ec. per 100 l'anno; ad a 1/2, 1/3, 1/4, 1/6 ec. per 100 al mese, secondo che il debitore ed il creditore ne han convenuto.

160. Lo sconto dei pagamenti e delle mercanzie

vendute in credito dovrebbe prendersi oltre il cento (*a*) imperciocchè la somma dalla quala si vuol levare lo sconto dovrebbe considerarsi come composta d'un capitale, (151) che si deve pagare dopo averne sottratto lo sconto, più l'interesse ch'è questo stesso sconto.

Nel regno delle due Sicilie, è uso di prelevare lo sconto entro o sopra il cento (*b*), quantunque in questo modo si prenda l'interesse del capitale, e l'interesse dell'interesse, locchè non dovrebbe essere. Frattanto essendo questo metodo convenzionale, permesso ed adottato in questo paese, è d'uopo conformarvisi.

161. Per ispiegare e dimostrare ciò, supponghiamo che On7 420 contengano un capitale più l'interesse di un anno al 5 per 100; se si vuol conoscere questo capitale, bisogna dire: se On7 105, capitale ed interesse sono prodotte da On7 100, capitale, da cui saran prodotte On7 420? La risposta sarà: da On7 400, perciocchè 105 : 100 :: 420 : 400.

Secondo il modo usato nel regno delle due Sicilie, si dice così: se 100 si riducono a 95, a quanto si ridurranno On7 400? Il risultato sarà On7 399, cioè una unità meno del vero capitale che è On7 400: in effetto un oncia alla ragione di 5 per 100 è precisamente l'interesse di On7 20 che sono esse stesse l'interesse di On7 400.

Quest'ultimo metodo è a danno del creditore, ed a vantaggio del debitore.

162. Impiegheremo per le regole di sconto delle formole come per quelle d'interesse; rappresenteremo la somma che si deve pagare al tempo convenuto, e

---

(*a*) Secondo questo metodo, se si scemano 4 per 100, si dirà: se 104 si riducono a 100, a quanto si ridurrà la somma tale? ovvero se sopra 104 si scemano 4; quanto si scemerà sopra tale somma.

(*b*) E seguendo questo metodo, si dirà: se 100 si riducono a 96, a quanto si ridurrà la tale somma? ovvero se sopra 100 si diffalcano 4, quanto si diffalcherà sopra la somma tale?

che chiameremo *grande somma* colla lettera G; la piccola somma, cioè quella che pagasi, fatta la deduzione dello sconto, sarà indicata colla lettera P; il segno *per* $^{o}/_{o}$ significherà il tanto per 100, sia all'anno, sia al mese; il segno 100—*per* $^{o}/_{o}$ vuol dire 100 meno il tanto per 100, lo che sarà una piccola somma relativamente al 100, ed il numero 100 indicherà pure una grande somma; la lettera T accennerà il tempo per cui si deve scontare, prendendo un anno per l'unità; e quando il pagamento non si fa in contanti, per avere il valore di T, bisogna esaminare di quanto tempo è preceduta la scadenza del termine. Onde, per esempio, se avendo ottenuto un anno di credito, si paga al capo di 3 mesi, bisogna scemare lo sconto per 9 mesi, o per $9/_{12}$ di un anno $= 3/4$; in conseguenza allora $T = 3/4$. Quando si paga in contanti, T è l'unità, e (35) non moltiplica. Se lo sconto è proposto a tanto per 100 al mese, si può far valere T tante unità quanti mesi si debbono scontare.

Avremo dunque le tre proporzioni seguenti.

1.ª $100 : G :: 100 - per\ ^{o}/_{o} \times T : P.$

2.ª $100 - per\ ^{o}/_{o} \times T : P :: 100 : G.$

3.ª $G : 100 :: P : 100 - per\ ^{o}/_{o} \times T.$

163. Queste proporzioni daranno anche quattro equazioni, nelle quali trovasi ciò ch'è da farsi per ciascuna parte, cioè:

1.ª $P = G - \frac{G \times per\ ^{o}/_{o} \times T}{100}$, cioè la piccola somma è uguale alla grande, meno il prodotto della grande per il tanto per 100 moltiplicato per il tempo, e questo prodotto diviso per 100.

2.ª $G = \frac{100 \times P}{100 - per\ ^{o}/_{o} \times T}$, cioè la grande somma è uguale a 100 volte la piccola, divisa per 100 di-

minuito del tanto per 100 moltiplicato per il tempo.

3.ª *per* $\% = \frac{(100 \times G)-(100 \times P)}{G \times T}$, cioè il tanto per 100 è uguale a 100 volte la grande somma, meno 100 volte la piccola, e il resto diviso per il prodotto della grande somma per il tempo.

4.ª Finalmente. $T = \frac{(100 \times G)-(100 \times P)}{G \times per\ \%}$, cioè il tempo è uguale a 100 volte la grande somma, meno 100 volte la piccola, e la differenza divisa per lo prodotto della grande somma per il tanto per 100.

164. Quantunque queste formole abbraccino tutte le questioni possibili, nulladimeno quando si tratterà di trovare uno sconto semplice, cioè quando si deve scemare da una somma qualunque il tanto per 100 all'anno, o al mese, per più anni, o per più mesi, sarà meglio di operare (157) come nelle regole d' Interesse; e se si vorrà conoscere la somma da pagarsi si sottrarrà dalla grande somma lo sconto trovato.

Q. 335. Un particolare ha comprato delle mercanzie per On7 960 pagabili in un anno; s' egli paga in contanti, gli si farà una diminuzione ossia sconto del 4 per 100; qual somma dunque pagare in contanti? R. On7 921 . 18.

(162. 1.ª) 100 : 960 :: 100 — 4 : x
10 : 96 :: 96 : x = On7 921 . 18. da pagarsi.

In questa questione, giacchè si paga in contanti, T = l' unità, e non moltiplica.

Ovvero(164)100 : 4 :: On7 960 : x=On7 38.12,sconto.
e On7 960—On7 38 . 12 = On7 921 . 18. da pagarsi.

Q. 336. Un Mercante ha fatto una compra con un anno di credito, a condizione che se pagasse prima

della scadenza, gli si accordasse 4 per 100 all' anno di sconto. Egli ha pagato On7 921 . 18 in contanti; si domanda quanto avrebbe pagato alla fine dell'anno. R. On7 960.

(161. 2.ª) 100—4 : On7 921 . 18 :: 100:x=On7 960.

Q. 337. Un Mercante ha venduto delle mercanzie per On7 960 con un anno di credito, colla condizione dello sconto, nel caso che si anticipasse il pagamento. Egli è stato pagato al capo di 4 mesi, e non ha ricevuto che On7 934 . 12; si domanda a quanto per 100 l' anno si è calcolato lo sconto. R. A 4 per 100 l' anno.

(162. 3.ª) 960:100::On7 934.12 :100— $8/_{12}$ × *per* °/₀
cioè 960:100::On7 934.12 :100— $8/_{12}$ × x.

In questa proporzione, il tanto per 100 che si cerca è confuso con altri termini conosciuti ai quali è unito con varj segni; per averlo in risposta, bisogna sottrarre da 100 il risultato del quarto termine della proporzione, e dividere il resto per $8/_{12} = 2/3$, perchè avendo pagato al capo di 4 mesi, si deve scontare per 8 mesi, ossia $8/_{12}$ di un anno.

Egli è facile il comprendere la ragione per cui si sottrae da 100 quello che risulta per il quarto termine, essendo chiaro che questo quarto termine sia la piccola somma (162) relativamente a 100, e quel che si dovrebbe pagare, se la grande somma fosse 100. Questo quarto termine differisce dunque da 100 tante volte il tanto per 100 quanti anni vi sono nello spazio di tempo per cui si sconta. Ma siccome lo sconto non è stato calcolato che per $8/_{12} = 2/3$ dell'anno, la differenza tra il quarto termine e 100 è il tanto per 100 moltiplicato per $2/3$; e poichè si conosce uno dei fattori, il quale in questa proporzione è $8/_{12} = 2/3$, si otterrà l' altro che indicherà lo sconto, operando coi principj sopra indicati (52).

Operazione.

$$G : 100 :: P : 100 - T \times per\ {}^{0}/_{0}$$
$$960 : 100 :: On7\ 934 . 12 : 100 - 2/3 \times x$$

```
         100
     ---------
     93400
       33 10
        6 20
     ---------
     93440 ) 960
      7040 { ----
       320 ) 97. 320/960 = 1/3 .
```

$100 - 97.\ 1/3 = 2.\ 2/3$; e $2\ 2/3$ diviso per $2/3 = 4$ R.

2.ª *Operazione* (163. 3.ª)

$$per\ {}^{0}/_{0} = \frac{(100 \times G) - (100 \times P)}{G \times T}$$

$$\text{Il tanto per } 100 = \frac{(100 \times On7\ 960) - (100 \times On7\ 934 . 12}{960 \times 2/3}$$

On7 960 × 100 = On7 96000 ; e On7 934 . 12 × 100 = 93440

96000 — 93440 = 2560 Dividendo
e 960 × 2/3 = 640 Divisore

```
2560 ) 640
 000 { ----
     ) 4 per 100
```

3.ª *Operazione* (164)

La vendita era di	On7	960 .
Si son pagate		934 . 12
lo sconto è stato	On7	25 . 18.

Questa somma si è scemata per lo sconto di 8 mesi; per un anno intiero si sarebbero scemate On7 38 . 12.

Finalmente se On7 960 guadagnassero On7 38 . 12 in un anno, quanto guadagnerebbero On7 100.

$$960 : 100 :: \text{On7 } 38 . 12 : x = 4 \text{ per } 100.$$

Q. 338. Un Mercante sartore ha comprato dei panni per On7 960 con un anno di credito a condizione del 4 per 100 l' anno di sconto. Avendo egli ricevuto del denaro pria che 'l credesse, ha pagato il venditore e non ha sborsato che On7 937 . 18; si desidera sapere in qual tempo egli ha fatto il pagamento del suo debito. R. 5 mesi dopo la compra.

1.ª *Operazione* (162. 3.ª)

$$G : 100 :: P : 100 - \textit{per}\ {}^{0}\!/_{0} \times T.$$
$$960 : 100 :: \text{On7 } 937 . 18 : 100 - 4 \times x.$$

```
          100
        -------
        93700
           50
           10
        -------
        93760 ) 960
         7360 {-------
          640 ) 97 . 2/3
```

Il quarto termine, cioè $100 - 4 \times x = 97 . {}^{2}/_{3}$; e per avere il valore di x, cioè la risposta, si farà l' operazione seguente,

$$100 - 97 . {}^{2}/_{3} = 2 . {}^{1}/_{3} \text{ ; e } 2 . {}^{1}/_{3} \text{ D. } 4 = {}^{7}/_{12} = 7 \text{ mesi.}$$

Lo sconto è stato calcolato per 7 mesi; dunque si è pagato 5 mesi dopo la compra.

2.ª *Operazione* (163. 4.°)

$$\text{Tempo} = \frac{100 \times 960 - 100 \times \text{On7}\ 937 . 18}{960 \times 4}$$

100 × On7 960 = On7 96000; e
100 × On7 937. 18 = On7 93760.
96000—93760 = 2240 Dividendo
960 × 4 = 3840 Divisore

$$\begin{array}{r} 2240 \\ \times \quad 12 \\ \hline 26880 \\ 0000 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 3840 \\ \hline 7 \text{ mesi} \end{array} \right.$$

Siccome il dividendo è più piccolo del divisore, si è moltiplicato per 12 mesi, e il quoziente è stato 7 mesi.

3.ª *Operazione* (164).

La differenza tra la somma dovuta e quella pagata è On7 22 . 12, giacchè On7 960 — On7 937 . 18 = On7 22 . 12. Questa somma di On7 22 . 12 è dunque lo sconto di On7 960 al 4 per 100 l'anno per il tempo che si cerca. E giacchè la somma grande ed il tanto per 100 son conosciuti, bisogna trovare qual somma si fosse scontata per un anno, la qual somma sarà il quarto termine della seguente proporzione,

100 : 4 :: On7 960 : x = On7 38 . 12 sconto di un anno

Non resta più che a trovare il tempo per cui si sono scontate On7 22 . 12; questo tempo si otterrà con questa proporzione, On7 38 . 12 : 12 mesi :: On7 22 . 12 : x = 7 mesi.

Q. 339. Il giorno 25 Dicembre 1825, un Nego-

ziante trovasi possessore d'un biglietto di cambio di On7 754 pagabile a 15 Maggio 1826. Essendo egli nel bisogno di denaro, va a trovare un banchiere e gli offre il suo biglietto; se il banchiere glielo sconta a 1. 2/3 per 100 al mese, qual somma dovrà ricevere il negoziante, e a quanto ascenderà lo sconto? R. Il negoziante riceverà On7 695 . 10 . 13. 1/3, e lo sconto sarà di On7 58 . 19. 6. 2/3.

Primieramente bisogna conoscere quanto tempo vi sia tra il giorno 25 Dicembre 1825 ed il giorno 15 Maggio 1826, il quale è 4 mesi e 20 giorni. Quindi si ricercherà l'interesse d'un mese con questa proporzione:

100 : 1. 2/3 :: On7 754 : x = On7 12 . 17 per un mese.

Avendo veduto che l'interesse, ossia lo sconto di un mese sia On7 12 . 17, resta soltanto a conoscere qual sia lo sconto di 4 mesi e 20 giorni, locchè si ottiene moltiplicando l'interesse d'un mese per lo numero dei mesi.

	On7 12 . 17
×	4 mesi, 20 giorni
	50 . 8
	6 . 8 . 10
	2 . 2 . 16 . 23
On7	58 . 19 . 6 . 2/3 sconto di 4 mesi e 20 giorni

Finalmente per conoscere la somma che il negoziante dovrà ricevere dal banchiere pel suo biglietto di On7 754, si dovrà sottrarre da questa somma lo sconto trovato, ed il resto che è On7 695 . 10 . 13. 1/3 sarà la somma che il negoziante dovrà ricevere.

Q. 340. Un Capitano ha fatto vestire la sua compagnia con On7 1890. Egli aveva ottenuto di non pa-

gare che dopo due anni: se paga in contanti collo sconto del 5 per 100 l'anno, quanto dovrà pagar meno? R. On7 189.

Bisogna cercare la piccola somma e sottrarla dalla grande (162. 1.ª)

$100 : On7\ 1890 :: 100 - 5 \times 2 : P = On7\ 1701.$
e $On7\ 1890 - On7\ 1701 = On7\ 189$ per la risposta.

Altra Operazione (164).

```
1890            Sconto per un anno On7 94 . 15
   5                               ×       2
-----                              ------------
94|50                              On7   189 .
  30
-----
15|00
```

Q. 341. Un Mercante vende delle mercanzie per la somma di On7 870 . 15 con 14 mesi di credito, e promette 1/2 per 100 di sconto al mese, nel caso che si pagasse pria della scadenza: il compratore paga 4 mesi dopo la compra; qual somma dovrà egli dunque pagare? R. On7 826 . 29 . 5.

Giacchè il compratore malgrado di avere ottenuto 14 mesi di credito, ha pagato 4 mesi dopo la compra; egli ha antipato il pagamento 10 mesi; dunque

(162. 1.ª) $100 : On7\ 870 . 15 :: 100 - \frac{1}{2} \times 10 : x = On7\ 826 . 29 . 5.$

Altra Operazione (164).

On7 870 . 15	Sconto per 1 mese On7 4.10.11. ½
	per 10 mesi × 10
½ 435. 7. 10	
30	Sconto di 10 mesi On7 43 . 15 . 15
10|57	
20	grande somma On7 870 . 15 .
11|50	sconto . . . . 43 . 15 . 15
	Somma da pagarsi On7 826 . 29 . 5

Q. 342. A quanto ascenderà lo sconto di On7 1900 per 8 mesi, alla ragione del 5 per 100 l'anno? R. On7 63 . 10.

(164) Si cerchi lo sconto di un anno.

1900	Sconto di un anno	On7 95 .
× 5		
95|00	mesi 4	31 . 20
	4	31 . 20
	Sconto di 8 mesi	On7 63 . 10

Q. 343. Martino avea comprato delle mercanzie per On7 1900 con un anno di credito, colla condizione del 5 per 100 di sconto all'anno in caso di anticipazione del pagamento. Egli ha pagato On7 63 . 10 meno per lo sconto; quale è stata dunque l'epoca in cui ha egli fatto il suo pagamento? R. Egli ha pagato 8 mesi pria della scadenza.

Si scemi lo sconto dalla grande somma per aver la piccola.

On7 1900—On7 63 . 10 = On7 1836 . 20

(163.4ª) $T = \frac{100 \times 1900 - 100 \times \text{On}7\ 1836.20}{1900 \times 5} = 8/_{12} = 8\text{mesi}$

(164) Si cerchi lo sconto della grande somma per un anno.

$$\begin{array}{r} 1900 \\ 5 \\ \hline 95|00 \end{array}$$

Sconto di un anno On7 95.

Giacchè On7 63 . 10 sono lo sconto del tempo che si cerca, ed On7 95 lo sconto di un anno, si faccia la seguente proporzione:

On7 95 : On7 63 . 10 :: 12 : x = 8 mesi precedenti alla scadenza.

Q. 344. Un proprietario avendo contratto un debito di On7 374, il suo creditore, per bontà, gli fa un rilascio di 12 gr. siciliani per On7; si domanda quale sarà la diminuzione totale che otterrà il proprietario. R. On7 7 . 14 . 8.

On7	374
×	12 gr.
	4488 gr.
tt.	224 . 8
On7	7 . 14 . 8. Risposta

Q. 345. Qual è la somma da cui, dopo aver scemato 12 gr. siciliani per On7, sieno rimaste On7 366. 15 . 12? R. On7 374.

Poichè si sono levati 12 grani d'una On7, On7 1 = 600 gr.—12 = gr. 588. Se dunque gr. 588 restano da gr. 600, da qual somma resteranno On7 366 . 15 . 12?

588 : 600 :: On7 366 . 15 . 12 : x= On7 374. **Risposta.**

165. Dietro quel che abbiam detto sopra la regola di sconto, secondo il modo praticato nel regno delle due Sicilie, sarà facile operare la medesima regola secondo il metodo usato in diverse piazze di commercio, metodo da noi sopra spiegato (160 e 161). Tutto il cambiamento da farsi nelle formole consiste nel prendere per termine di comparazione alla grande somma, il 100 aumentato dello sconto moltiplicato per il tempo, ed il semplice 100 per termine di comparazione della piccola somma; quindi avremo $G : 100 + per\ ^{0}/_{0} \times T :: P : 100$.

Le quattro questioni seguenti saranno operate sopra questa formola.

Q. 346. Un Negoziante di Palermo deve al suo corrispondente di Messina On7 5800 pagabili in un anno; ma siccome egli ha pagato in contanti, ha ottenuto il 5 per 100 di sconto; si domanda qual somma ha dovuto egli pagare? R. On7 5523 . 24 . 5. $^{5}/_{7}$.

$100+5=105:100::$On7 $5800:x=$On7 $5523.24.5.\ ^{5}/_{7}$

Q. 347. Un particolare ha comprato delle mercanzie con 14 mesi di credito, col patto del 5 per 100 l'anno di sconto nel caso di anticipazione di pagamento. Quattro mesi dopo la compra il debitore paga al mercante On7 403, dicendogli essere questa la somma che gli spetta a tenor della loro convenzione; si domanda a quanto ascendeva il valore totale delle mercanzie. R. On7 419 . 23 . 15.

Giacchè il particolare ha ottenuto un credito di 14 mesi, ed ha pagato 4 mesi dopo la compra, egli ha anticipato 10 mesi il pagamento. On7 403 sarà dunque il resto d'una somma dalla quale si è levato lo sconto di questa stessa somma per 10 mesi alla ragion del 5 per 100 l'anno. Si farà dunque un calcolo pro-

porzionale sopra 100; e poichè On7 105 guadagnano On7 5 in un anno, le stesse On7 105 in 10 mesi guadagneranno i $^{10}/_{12}$ di On7 5 = On7 4 . 5. Dunque se On7 100 restano da On7 104 . 5, da qual somma resteranno On7 403.

100 : On7 104 . 5 :: On7 403 : x = On7 419 . 23 . 15. R.

Q. 348. Di quanto tempo bisogna anticipare il pagamento di On7 4800 pagabili in 18 mesi per non isborsare che On7 4500, dato che si fosse ottenuto il 6 per 100 di sconto all' anno? R. 1 anno $^{1}/_{9}$.

4500 : 4800 :: 100 : 100 + 6 × T; = 1 anno $^{1}/_{9}$ Risposta.

Nel far l' operazione indicata; il risultato è 106. $^{6}/_{9}$ valore dell' intiero quarto termine 100 + 6 × T; quindi togliendone 100, e dividendo il resto 6. $^{6}/_{9}$ per il tanto per 100 il che è 6, ne risulterà per il valore di T 1. $^{1}/_{9}$ cioè un anno ed un nono.

Q. 349. Un Mercante vende delle mercanzie per On7 930 a 8 mesi di credito; ma il debitore gli promette di pagarlo a contanti se si contenta di ricevere soltanto On7 900. Si domanda a quanto per 100 l'anno ascenda lo sconto che questo debitore pretende. R. 5 per 100.

900 : 930 :: 100 : 100 + *per* °/₀ × $^{8}/_{12}$ = R. 5 per 100.

Il quarto termine di questa proporzione è 103. $^{1}/_{3}$ per intiero valore di 100 + *per* °/₀ × $^{8}/_{12}$. Levandone 100, e dividendo il resto 3. $^{1}/_{3}$ per $^{8}/_{12}$, il quoziente darà 5 per risposta, cioè 5 per 100 l' anno.

Della regola del Cambio

166. Il *Cambio* è un commercio di denaro, col quale si dà in un luogo una certa somma per rimetterla o riceverla in un altro. Il cambio è ancora il profitto o l'interesse che un banchiere d'una città prende per una somma ch'egli riceve e per la quale egli dà una cambiale pagabile in un altro paese e da un altra persona.

Banchiere chiamasi un negoziante il cui principale commercio è di dare e di ricevere delle cambiali sopra la città di diversi paesi.

167. Una *cambiale*, ossia *lettera di cambio*, è un ordine o un mandato di pagamento che fa un banchiere ad un altro, o ad un negoziante d'un luogo qualunque, o ad un debitore, od a un corrispondente col quale li previene di corrispondere a colui che ne sarà il latore il denaro ch'egli ha ricevuto nel luogo della sua dimora.

Un *biglietto di cambio* è una obbligazione di pagare una somma ad un tempo determinato, e ciò per il valore ricevuto in una cambiale fatta o da farsi, o per causa di mercanzie vendute da pagarne il valore in un tempo qualunque.

168. Il cambio si calcola come gl'interessi (148) a tanto per 100, esso varia a misura che vi sono più o meno cambiali.

Q. 350. Un Negoziante di Palermo deve pagare in Messina On7 364; un banchiere gli offre una cambiale di tal somma, mediante il cambio di 1. 1/4 per 100; qual somma dovrà pagare il negoziante al banchiere? R. On7 368 . 16 . 10.

Sopra ogni On7 100 il negoziante dovrà pagare On7 1. 1/4 di più, cioè On7 101. 1/4; dunque

100 : 101. 1/4 :: On7 364 : x = On7 368 . 16 . 10

101 . 1/4

364

3640 .

91

368|55

|30

16|50

|20

10|00

Questa regola può risolversi ancora, calcolando il cambio convenuto, ed aggiungendo questa somma a quella della cambiale.

100 : 1. 1/4 :: On7 364 : x = On7 4 . 16 . 10.

× 1 . 1/4

364

91

4|55

|30

16|50

|20

10|00

Il cambio sarà dunque On7 4 . 16 . 10, la qual somma aggiunta ad On7 364 farà On7 368 . 16 . 10 che il negoziante dovrà pagare al banchiere, e questi gli darà una cambiale di On7 364 pagabile in Messina.

Q. 351. Un Negoziante di Messina vuol rimettere

in Palermo la somma di On7 568, ma non volendola rischiare per mare, ne meno affidarla ad un uomo per portarla, egli va a trovare un banchiere che gli promette una cambiale della somma domandata sopra Palermo, mediante il cambio del giorno, che è 3/4 per 100; qual somma dovrà ricevere il banchiere dal negoziante? R. On7 572 . 7 . 16.

100 : 100 . 3/4 :: On7 568 : x = On7 572 . 7 . 16.

```
        100 . 3/4
      ------------
      56800
        284
        142
      ------------
      572|26
         | 30
        7|80
         | 20
       16|00
```

Ovvero si cerchi il cambio che ritrovato si aggiungerà alla somma della cambiale.

100 : 3/4 :: On7 568 : x = On7 4 . 7 . 16

```
      ×       3/4
  -------------
  2/4 . . 284
  1/4 . . 142
  -------------
        4|26
         | 30
        7|80
         | 20
       16|00
```

Q. 352. Un mercante di Napoli volendo inviare in Cosenza Duc. 794, un banchiere gli domanda 5/8 per 100 di cambio; qual somma dovrà pagare al banchiere? R. Duc. 798 . 91 . 1/4 .

100 : 100 . 5/8 :: Duc. 794 : x = Duc. 798 . 91 . 1/4 .

	100 . 5/8
	79400
4/8 . . .	397
1/8 . . .	94 . 1/4
Duc.	798,91 . 1/4

Q. 353. Un mercante di Reggio dovendo ad un mercante di Lecce Duc. 972, per tabacco inviatogli, e volendogli mandare questa somma, un banchiere gli offre una cambiale della somma dovuta sopra Lecce, mediante il cambio del 7/8 per 100; qual somma si dovrà pagare al banchiere di Reggio? R. Duc. 980. 50 . 1/2 .

	Duc. 972	
	× 7/8	
4/8	486	il cambio è Duc. 8 . 50 . 1/2 .
2/8	243	
1/8	121 . 1/2	
Duc.	8,50 . 1/2	

e Duc. 972 + 8 . 50 . 1/2 = Duc. 980 . 50 . 1/2 .

Q. 354. Un Negoziante ricevendo da un altro On.7 386, mediante il cambio del 7 . 1/2 per 100, di qual somma dovrà fare il suo biglietto? R. On7 414 . 28 . 10.

100 : 107 . 1/2 :: On7 386 : $x =$ On7 414 . 28 . 10

```
              107 . 1/2
              ---------
               2702
              3860 .
                193
              ---------
    On7  414|95
            | 30
            ------
          28|50
            | 20
            ------
          10|00
```

Q. 355. Un Negoziante trovandosi in un bisogno urgente di denaro, e dovendo far un pagamento, gli vien offerta da un usurajo la somma di On7 495 mediante il cambio del 16 per 100; di qual somma dovrà fare il negoziante il suo biglietto? R. On7 574 . 6.

100 : 116 :: On7 495 : $x =$ On7 574 . 6.

```
              116
              -------
              2970
              495 .
             495 . .
             --------
    On7   574|20
             | 30
             ------
             6|00
```

Q. 356. Un Negoziante di Palermo volendo rimettere in Siracusa una cambiale di On7 375, un banchiere pretende On7 5 di cambio per tale cambiale; a quanto per 100 ascende questo cambio? R. 1. 1/3 per 100.

$$375 : 100 :: 5 : x = 1 . 1/3$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ \hline 500 \\ 125 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 375 \\ \hline 1 . 125/375 = 1/3 . \end{array} \right.$$

Della regola di Commissione, Provvisione, Senseria ec.

169. *Commissionarj* chiamansi coloro che comprano, o vendono delle mercanzie, o fanno altri affari per conto altrui, mediante un salario convenuto che si nomina *Commissione* o *Provvisione*.

Un *Sensale* è quegli che s' intromette fra i contraenti per la conclusione d' un negozio e particolarmente tra il venditore e 'l compratore, mediante uno stipendio che dicesi *Senseria*.

Procuratore, *Agente* son quelli che sono incaricati della gestione dei beni o degli affari d' un Signore, mediante un emolumento chiamato *dritto*.

Tutti i dritti o salarj sopraccennati son regolati secondo la natura degli affari, il rischio che corre il commissionario, le sue fatiche ec., e si computano ordinariamente a tanto per 100.

Q. 357. A quanto ascende la commissione per la compra di 4794 quintali di zolfo al 2 per 100, se lo zolfo è stato comprato a tt.' 16 il quintale? R. On7 51 . 4 . 1 . 3/5 .

Bisogna prima conoscere l' ammontare dello zolfo.

$$q.^{li}\ 4794 \times tt.\ 16 = tt.\ 76704 = On7\ 2556 . 24.$$

Lo zolfo è costato On7 2556 . 24 sopra la quale somma si deve prendere la commissione al 2 per 100.

100 : 2 :: On7 2556 . 24 : $x =$ On7 51 . 4 . 1. 3/5 .

Q. 358. Un commissionario ha ricevuto da Inghilterra 2954 pezze di mussolino per venderle per conto del fabbricante, col patto però che qualora gli riuscisse di venderle al prezzo *A*, la sua commissione dovesse regolarsi alla ragione di tt. 4 siciliani per ogni pezza; e se le vendesse al prezzo *B*, alla ragione di tt. 5 . 10. Il commissionario ha venduto tutta la partita al prezzo *B*; si domanda quanto gli spetta per la sua commissione. R. On7 541 . 17.

Questa operazione si riduce ad una semplice moltiplicazione, poichè il commissionario riceverà tante volte tt. 5 . 10, quante pezze egli avrà vendute; dunque,

tt. 5 . 10 × 2954 pezze = tt. 16247 = On7 541 . 17. Commissione.

Q. 359. Il procuratore d'un Marchese alla fin dell'anno vuol render conto al suo costituente della sua gestione. Le somme da lui esatte ascendono ad On7 3745 . 15, qual sarà il dritto del procuratore, se il Marchese gli ha promesso il 3 per 100 sopra le somme esatte? R. On7 112 . 10 . 19.

100 : 3 :: On7 3745 . 15 : $x =$ On7 112 . 10 . 19 . Dritto.

Q. 360. Un sensale ha fatto vendere 279 Sal. di frumento. La senseria di tal genere è tt. 2 siciliani per ogni salma, sì per lo compratore che pel venditore; qual somma riceverà da ciascuno dei contraenti per senseria? R. On7 18 . 18 dal compratore ed altrettanto dal venditore.

tt. 2 × Sal. 279 = tt. 558 = On7 18 . 18 Senseria.

Q. 361. Un sensale ha fatto vendere 50 botti di caffè che ammontano a Duc. 57400. A quanto ascenderà l' intiera sua senseria la quale è $1/3$ per 100 per lo compratore, ed altrettanto pel venditore? R. Duc. 382 . 66 . $2/3$.

La senseria intiera sarà dunque $2/3$ per 100.

100 : $2/3$ :: Duc. 57400 : x = Duc. 382 . 66 . $2/3$

Q. 362. A quanto ascende la senseria di On7 9500 al $1/2$ per 100? R. On7 47 . 15.

Della Regola d' Assicurazione

170. *L' Assicurazione* è un contratto, ossia una convenzione colla quale uno o più particolari si assumono l'obbligo di riparare la perdita, il furto, il danno ec. che possono avvenire ad una nave, durante la navigazione, o a delle mercanzie nel loro trasporto d' un paese ad un altro, e ciò mediante una indennità anticipatamente convenuta tra gli assicurati e gli assicuratori. Il prezzo dell' indennità vien chiamato *Prima d' assicurazione*, perchè si deve pagare anticipatamente, esso è ragguagliato a tanto per cento sul valore delle cose assicurate.

Q. 363. Un Negoziante di Palermo ha caricato sopra un bastimento per Marsiglia delle mercanzie per On7 3454; egli le ha fatto assicurare al 3 . $1/2$ per 100, si domanda a quanto ascende la prima d' assicurazione? R. On7 120 . 26 . 14.

100 : 3 . $1/2$ :: On7 3454 : x = On7 120 . 26 . 14.

Q. 364. Un Negoziante di Mistretta ha caricato dell'olio per Londra per la somma di On7 2745. Ma non trovando assicuratori nel suo paese, ha incaricato un suo corrispondente in Marsiglia di fare assicurare il suo olio; se questo corrispondente l'ha fatto assicurare al 3. 7/8 per 100, a quanto ascenderà la prima d'assicurazione? R. On7 106 . 11 . 1 . 1/4 .

100 : 3 . 7/8 :: On7 2745 : $x =$ On7 106 . 11 . 1. 1/4

Q. 365. Un assicuratore pretende On7 120 . 26 . 14 per l'assicurazione di On7 3454, valore di alcune mercanzie caricate in Messina per l'America; a quanto per 100 ascende la prima d'assicurazione? R. 3. 1/2 per 100.

3454 : On7 120 . 26 . 14 :: 100 : $x =$ 3. 1/2 per 100.

Q. 366. L'assicurazione da Palermo per Boston è fissata a 3. 1/2 per 100. Un negoziante di Palermo offre On7 120 . 26 . 14 per prima d'assicurazione di certe mercanzie caricate per Boston; si domanda qual sia il valore totale di queste mercanzie. R. On7 3454.

3. 1/2 : 100 :: On7 120 . 26 . 14 : $x =$ On7 3454.

Della regola di grossa avventura.

171. Dicesi *grossa avventura* o *cambio marittimo* una convenzione mediante la quale si danno ad un negoziante del denaro o delle mercanzie per caricarli sopra una nave. Se la nave arriva a buon porto, il denajo o le mercanzie son restituiti con un benefizio convenuto, ma se questi vengono a perire per naufragio o altro accidente, la perdita corre a danno di chi l' ha prestati, senza aver dritto contro il negoziante che l' ha ricevuti.

Questo interesse benchè talvolta grossissimo è permesso dalle leggi, e si calcola ordinariamente a tanto per 100.

Q. 367. Il capitano d' una Bombarda palermitana volendo partire per Marsiglia, e non avendo denaro abbastanza per comprare alcune mercanzie dalle quali crede dover ricavare qualche lucro, va a trovare un negoziante che gli dà On7 246 a cambio marittimo al 18 per 100 per lo accesso in Marsiglia e recesso in Palermo. Se questo capitano ritorna in buon salvamento, qual somma dovrà pagare al negoziante pel cambio marittimo, oltre la somma da lui ricevuta? R. On7 46 . 8 . 8.

$$100 : 18 :: \text{On7 } 246 : x = \text{On7 } 46 . 8 . 8.$$

Q. 368. Un Mercante ha dato ad un capitano di bastimento al cambio marittimo del 12 . $^1/_2$ per 100, 12 quintali d' olio fino al prezzo di On7 6 . 15 il quintale, per portarlo a Filadelfia. Se questo capitano arriva felicemente in quel porto, qual somma dovrà pagare al mercante, sì per prezzo dell' olio ricevuto, che pel cambio marittimo? On7 87 . 22 . 10.

Onz 6 . 15 × 12 quintali = Onz 78, prezzo dell' olio.
e 100 : 112 . 1/2 :: Onz 78 : x = Onz 87 . 22 . 10.

Q. 369. Un Capitano di bastimento avendo bisogno di denaro per una speculazione che crede vantaggiosa, domanda ad un negoziante Onz 145 al cambio marittimo; se questo negoziante pretende Onz 26 . 24 . 15 per detto cambio, a quanto per 100 è stato calcolato? R. A 18 1/2 per 100.

Onz 145 : Onz 26 . 24 . 15 :: 100 : x = 18. 1/2 per 100.

Q. 370. Un Capitano di bastimento vorrebbe pagare Onz 26 . 24 . 15 per cambio marittimo calcolato al 18. 1/2 per 100 sopra una somma di cui ha bisogno per una speculazione che gli sembra vantaggiosa; si domanda qual sarà questa somma. R. Onz 145.

18. 1/2 : 100 :: Onz 26 . 24 . 15 : x = Onz 145.

Della regola d' Avaria.

172. Chiamasi *Avaria* il danno avvenuto ad un bastimento durante il suo viaggio, o alle mercanzie di cui è carico; cioè per alberi rotti dalla tempesta, per gomene rotte o perdute, per ancore perdute, per vele lacerate dal vento ec., o per mercanzie gettate in mare per alleggerire il bastimento in un temporale ec. *L'avaria* è ancora la spesa straordinaria e non preveduta che un bastimento è obbligato a fare in un viaggio. Si dà pure il nome d' avaria al dritto che paga un bastimento pel mantenimento del porto o dei porti in

cui il vento contrario l' obbligasse ad approdare, e ad ancorare.

E siccome succede quasi sempre che un bastimento sia carico di mercanzie appartenenti a diverse persone, l' avaria si calcola a tanto per 100 sul valore delle mercanzie che ciascun individuo vi ha caricato.

Chiamasi *grossa avaria* il danno sofferto insieme e dal bastimento e dalle mercanzie; e *semplice avaria* quello sofferto dal bastimento soltanto, o dalle mercanzie.

Q. 371. Un bastimento colle mercanzie in esso caricate è stato stimato On7 19350. Esso nel corso del viaggio, si per lo getto e danno delle mercanzie, come per la perdita e rottura di gomene, ancore, vele, alberi ec., e ristaurazione del bastimento, ha sofferte delle avarie che sono state stimate On7 3460. Un negoziante era interessato in questo carico per On7 2460 di mercanzie; si domanda 1.° quanto dovrà corrispondere questo negoziante per la sua parte all' avaria; e 2.° quanto per 100 dovranno pagare tutti gl' interessati a questo carico. R. 1.° Il negoziante dovrà pagar per la sua parte On7 439 . 26 . 5 . 25/43. 2.° La parte all' avaria per gl' interessati sarà 17 . 341/387 per 100.

1.ª Operazione.

$$19350 : 3460 :: 2460 : x = \text{On7 } 439 . 26 . 5 . {}^{25}/_{43}.$$

2.ª Operazione.

$$19350 : 3460 :: 100 : x = 17 . {}^{341}/_{387} \text{ per } 100.$$

Prova.

Giacchè ogni interessato dovrà perdere 17 . 341/387 per 100 sopra il valore delle mercanzie da lui caricate sopra questo bastimento, con una semplice pro-

porzione si troverà la perdita di ciascuno di essi. Facciamone l' applicazione al negoziante interessato per On7 2460 di mercanzie, la cui parte all' avaria è stata trovata nella prima operazione di On7 439 . 26 . 5. $^{25}/_{43}$.

$$100 : 17 . {}^{341}/_{387} :: \text{On}7\ 2460 : x$$

per la frazione

```
  2460
   341
 -----
  2460
 9840.
7380..
 -----
838860 ) 387
 .648  {-------
 2616  ) 2167 . 17 . 18.
  2940
   231
    30
 -----
  6930
  3060
   351
    20
 -----
  7020
  3150
  .54/387 = 6/43
```

```
        17 . 341/387
   ------------------
   17220
   2460.
     2167 . 17 . 18 . 6/43
   ------------------
On7 439|87 . 17 . 18 . 6/43
       |30
tt  26|27
      |20
gr. 558
      |43
     180
    232
   -----
   2500/4300 = 25/43
```

Della regola del guadagno e della perdita.

173. Questa regola serve a far conoscere al negoziante o al mercante quel che guadagna, o quel che perde per 100 sopra una mercanzia; e a qual prezzo dovrà rivendere le sue mercanzie per guadagnare un tanto per 100; ciò si ottiene ordinariamente con una regola del tre semplice.

Q. 372. Sei casse di zucchero sono state comprate per la somma di On7 543. 16; quindi sono state rivendute per On7 564 . 24; quanto si è guadagnato per 100? R. 3. 7441/8153.

On7 564 . 24 — On7 543 . 16 = On7 21 . 8.

Sottraendo dal prodotto della vendita, il quale è On7 564 . 24, quello della compra che consiste in On7 543 . 16, resta per guadagno On7 21 . 8. Se questa somma dunque è stata guadagnata sopra On7 543 . 16, quanto si è guadagnato sopra On7 100.

On7 543. 16 : On7 21 . 8 :: 100 : x = 3. 7441/8153 per 100

Q. 373. Un Negoziante ha comprato 3 botti di caffè per la somma di On7 429 . 6; egli le ha rivendute per On7 412 . 24; si domanda quanto ha perduto par 100. R. 3. 881/1073.

On7 429 . 6 — On7 412 . 24 = On7 16 . 12. perdita
On7 429 . 6 : On7 16 . 12 :: 100 : x = 3. 881/1073 per 100

Q. 374. Una partita d' olio è stata comprata ad On7 5 . 12 il quintale; si domanda quanto si dovrà rivendere per farvi un guadagno di 5 . 1/2 per 100. R. On7 5 . 20 . 18 . 1/5 .

100 : 105 . 1/2 :: On7 5 . 12 : x = On7 5 . 20 . 18 . 1/5

Della regola di Baratto.

174. Il *Baratto* è un cambio che si fa di mercanzie con altre mercanzie.

La regola di baratto è una regola del tre, colla quale si proporziona il valore d' una mercanzia col prezzo che si vorrebbe avere di un' altra mercanzia.

Q. 375. Un Droghiere ha del caffè che vende ad On7 16 . 24 il quintale, e del quale pretende in baratto il prezzo di On7 18 a quintale. Volendolo cambiare con dello zucchero, che vendesi da altri ad On7 12 . 15 il quintale, si domanda quanto dovrà questi valutare il suo zucchero in baratto, a proporzione di quanto stima quegli il suo caffè. R. On7 13 . 11 . 15 . $^5/_7$

On7 16 . 24 : 18 :: On7 12 . 15 : x = On7 13.11.15. $^5/_7$

Q. 376. Un Mercante ha dell' olio che vende in contanti ad On7 5 . 12 . 10. il quintale; egli vorrebbe barattarlo con frumento, che vendesi pure incontanti ad On7 3 . 4 . 12 la salma; se il mercante di frumento pretende avere l' olio per On7 4 . 26 il quintale, quanto dovrà stimare a proporzione il suo frumento? R. On7 2 . 24 . 19. $^{289}/_{325}$.

On7 5 . 12 . 10 : On7 3 . 4 . 12 :: On7 4 . 26 : x = On7 2 . 24 . 19 . $^{289}/_{325}$.

Q. 377. Due Mercadanti voglion fare un baratto; il primo ha del panno di Sedan che vende in contanti On7 5 . 22 . 10. la canna, ma che in baratto ne pretende On7 6 . 15. Il secondo ha del caffè che vende in contanti On7 12 . 7 . 10 il quintale, ma di cui in ba-

ratto ne vuole On7 15 . 15; si chiede 1.° chi dei due guadagnerà in questo baratto, e 2.° qual sia il guadagno. R. 1.° Il guadagno sarà fatto dal secondo. 2.° Esso sarà On7 1 . 19 . 11. 7/23 per ogni quintale di caffè.

On7 5 . 22 . 10 : On7 6 . 15 :: On7 12 . 7 . 10 : x
= On7 13 . 25 . 8 . 16/23

Il secondo, per avere un aumento proporzionale a quello del panno, dovrebbe vendere il suo caffè in baratto On7 13 . 25 . 8. 16/23; ma giacchè ne pretende On7 15 . 15, egli guadagnerà On7 1 . 19 . 11. 7/23 per ogni quintale di caffè.

Q. 378. Un Mercante panniere ha del panno inglese che vende ad On7 4 . 18 la canna; ma volendolo barattare con tela Costanza, egli ne pretende On7 5 la canna, ed un terzo lo vuole in contanti. L'altro mercante vende la sua tela a tt. 23 . 10 la canna; si domanda a quanto dovrà darla questi a proporzione, in questo baratto. R. A tt. 26 . 14. 1/11 la canna.

Poichè il secondo paga 1/3 in contanti, egli non deve in baratto che i due terzi di On7 5; bisogna dunque sottrarre On7 1 . 20 dai due valori On7 4 . 18 e On7 5; il resto sarà On7 2 . 28, e On7 3 . 10 in baratto. Poscia,

On7 2 . 28 : On7 3 . 10 :: tt. 23 . 10 : x.
x = tt. 26 . 14 . 1/11 la canna.

Della regola di Tara.

175. La *tara* è il peso delle botti, dei barili, delle casse, degl' involti ec., dentro i quali sono poste le mercanzie. La tara è ancora nel commercio il defalco o la diminuzione che si fa sopra le mercanzie, a cagion dei loro difetti, o del peso delle cose in cui sono involte, come tela incerata, corde ec.

176. La tara non si diffalca sempre nella stessa maniera; ma vien regolata a tanto per balla, per botte, per sacco, per cassa ec., o a tanto per 100, o sopra cento ec., secondo il genere delle mercanzie, e le convenzioni.

Chiamasi *peso lordo* il peso totale d' una mercanzia insieme colle cose in cui essa è ravvolta, e *peso netto* il peso solo della mercanzia depurata dalle cose che la involgono.

Se la tara sarà ragguagliata a tanto per 100, essa si potrà prendere dentro il cento, od oltre il cento. Se la tara, per esempio, è di 4 per 100; da 100 lordo, non resterà che 96 netto; e se si prenderà oltre il cento, da 104 lordo, resterà 100 netto. Il compratore trova il suo vantaggio nel primo caso, ed il venditore nel secondo.

La vera maniera di calcolare la tara si rilieva dai termini con cui sono espressi i negozj e le convenzioni.

Q. 379. Un Mercante ha comprato 3 casse di zucchero che pesano lordo, cioè colla tara, rot. 2550. La tara è convenuta al 13 per 100; si domanda quale è il peso netto? R. rot. 2218. $^1/_2$.

$$100 : 87 :: 2550 : x = \text{rot. } 2218.\ ^1/_2 .$$

Q. 380. Un Mercante ha comprato 6 balle di tabacco seghedino, che pesano insieme lordo q.li 14 . 75, con dover levare 16 rotoli di tara per ogni balla; quale è il peso netto che gli resterà a pagare? R. q.li 13 . 79.

16 × 6 = 96; e rot. 1475 — 96 = rot. 1379. Risposta.

Q. 381. Un Negoziante ha comprato 6 botti di tabacco di Verginia, che pesano lordo cioè: la 1.a rot. 736, la 2.a rot. 694, la 3.a rot. 814, la 4.a rot. 745, la 5.a rot. 763, e la 6.a rot. 698, colla tara di rot. 80 per ogni botte. Qual somma dovrà egli pagare, se l'ha comprato ad On7 7 . 15 il quintale? R. On7 297 . 22 . 10.

rot. 736	tara	rot. 4450 peso lordo
694	rot. 80	480 tara
814	× 6	
745		rot. 3970 peso netto
763	480	
698		
rot. 4450		

rot. 3970 peso netto
× On7 7 . 15 il quintale

27790
1985

On7 297|75
30

22|50
20

10|00

Q. 382. Quanto costeranno 4 sacchi di riso ad On7 2 . 12 il quintale, se pesano di lordo rot. 197, rot. 204, rot. 184, e rot. 179, colla tara di rot. 2. 1/2 per ogni sacco? R. On7 18 . 2 . 17. 3/5.

rot. 197	rot. 764	rot. 754
204	tara 10	× On7 2 . 12
184		
179	netto 754	1508
		251 . 10
rot. 764 lordo		50 . 8
		On7 18|09 . 18
		30
		2|88
		20
		17|60

Q. 383. Un Mercante ha comprato 4 botti di zucchero che pesano in tutto di lordo rot. 2440 colla tara di rot. 18 per ogni botte, ad On7 12 . 15 il quintale. Ma siccome lo zucchero non è conforme alla mostra, si conviene che sopra ogni quintale vi sieno 15 rotolī, sopra i quali 4 rotoli non dovessero calcolarsi che per 3; si domanda qual somma si dovrà pagare.. R. On7 284 . 27.

rot. 2440 — rot. 72 di tara = rot. 2368 di netto.
$4 : 3 : 15 : x =$ rot. 11 . 1/4 che si pagheranno per rot. 15 sopra ogni quintale.
$100 - 15 = 85$; e $85 + 11$. 1/4 = 96 . 1/4 a che si riducono 100
100 : 96. 1/4 :: 2368 : x = rot. 2279. 1/5 pagabili.
e rot. 2279. 1/5 × On7 12 . 15 il q.le = On7 284. 27. R.

Q. 384. Michele ha comprato una botte di mercanzia che pesa rot. 440, a condizione di averne 10 per 100 di buon peso; quanti gliene resteranno a pagare? R. rot. 400.

Q. 385. Un fruttajuolo ha comprato 1200 melarancie a condizione che gliene dassero 5 di più sopra ogni cento; quante melarancie dovrà egli ricevere? R. 1260 melarancie.

$100 : 105 :: 1200 : x = 1260.$

Q. 386. Un individuo ha comprato 1000 canne di tela a condizione che sopra ogni 25 canne, dovesse ricevere una canna di più; quante canne riceverà in tutto? R. 1040 canne.

$25 : 26 :: 1000 : x = 1040.$

Q. 387. Un bottajo ha comprato 2040 cerchi per la somma di On7 24; ma non trovandoli conformi alla mostra, non vuol riceverli a meno che non gliene dassero 10 per 100 sopra il mercato; se questi gli sono accordati, quanti cerchi dovrà ricevere? R. 2244 cerchi.

$100 : 110 :: 2040 : x = 2244$

Q. 388. Si son venduti 2400 cerchi, a condizione di doverne dare 4 di più in ogni cento, o sopra ogni 100; qual di queste condizioni sarà la più vantaggiosa al compratore?

1.ª condizione $96 : 4 :: 2400 : x = 100.$
2.ª condizione $100 : 4 :: 2400 : x = 96.$

Al compratore sarà più vantaggiosa la prima condizione, poichè il medesimo riceverà 100 cerchi in sopra, laddove colla seconda non ne riceverebbe che 96.

Della regola di Vettura.

177. Per regola di vettura, s' intende l' operazione che bisogna farsi per sapere quanto si debba pagare per lo trasporto delle mercanzie o d' altre cose per terra o per acqua. Il prezzo si ragiona a tanto a quintale, a tonnellata, a salma ec., secondo la distanza dei luoghi, ed i pericoli da correre.

Q. 389. Quanto si pagherà per nolo di 37 quintali di mercanzie da Palermo in Napoli a tt. 7 il quintale. R. On7 8 . 19.

q.li 37 × tt. 7 = tt. 259 = On7 8 . 19. Risposta.

Q. 390. Un bastimento di 237 tonnellate è andato in Licata a caricare dello zolfo per trasportarlo in Londra, alla ragione di On7 2 . 24 la tonnellata; quale somma dovrà ricevere il capitano per lo suo intiero nolo? R. On7 663 . 18,

On7 2 . 24 × 237 = On7 663 . 18.

Q. 391. Un bastimento ha caricato in Girgenti 2350 salme di frumento per portarlo in Ispagna, alla ragione di tt. 9 siciliani per ogni salma; qual somma dovrà pagarsi al capitano pel suo nolo? R. On7 705.

Sal. 2350 × tt. 9 = tt. 21150 = On7 705.

Q. 392. Il trasporto del sapone da Marsiglia in Parigi costa 12 franchi il quintale. Se un negoziante vi vuol mandare 79 quintali di sapone, quanto pagherà egli per trasporto? R. 948 franchi.

q.li 79 × 12 franchi = 948 franchi.

Della regola del tempo pei pagamenti.

178. Questa regola serve a far conoscere di qual somma esser debbono i pagamenti, ed i tempi ai quali devono esser fatti, secondo le convenzioni dei debitori e dei creditori. Questa regola è tanto più necessaria, perchè i mercanti comprano sovente in credito, e prendono varj tempi pei pagamenti.

Due casi diversi posson proporsi sopra questa regola; il primo quando si tratta d'una sola somma, la quale deve esser pagata in diversi tempi, secondo le convenzioni, ed allora bisogna prendere le parti proposte soltanto sopra la somma, per esempio, 1/2, 1/3, 1/4 ec.

Q. 393. Martino ha venduto a Michele una quantità di frumento per la somma di On7 1476 . 15 pagabili in quattro rate uguali, e di mese in mese; si domanda qual è la somma che Michele dovrà pagare ogni mese. R. On7 369 . 3 . 15.

Q. 394. Un Mercante trovasi debitore della somma di On7 5347 . 15, e non potendo pagare alla scadenza, ottiene una dilazione coll' obbligo di pagare 1/4 della somma in 5 mesi, 1/3 in 10 mesi, 1/6 in 16 mesi, ed il resto in due anni; si domanda di qual somma costerà ogni pagamento. R. Il primo pagamento sarà On7 1336 . 26 . 5; il secondo On7 1782 . 15; il terzo On7 891 . 7 . 10: ed il quarto On7 1336 . 26 . 5.

179. Il secondo caso è quando, dovendosi più somme pagabili a diverse epoche, si conviene di fare un sol pagamento; allora per avere il tempo dell' unico pagamento, bisogna moltiplicare ogni somma per lo tempo del suo credito, far la somma di questi prodotti e dividerla per lo debito totale, il quoziente indicherà il tempo del pagamento. La ragione si è che essendo

formata la somma dei prodotti dalla moltiplicazione di tutte le somme pei diversi tempi che ne sono come due fattori, ed essendo la medesima divisa per la somma da pagarsi, deve evidentemente (52) risultare al quoziente il tempo medio del pagamento.

È questa pure la ragione per cui si moltiplica ciascuna somma per lo tempo del suo pagamento. Supponendo nel calcolo che il denaro sia sempre fruttifero nelle mani di chi lo possiede, e che il profitto sia proporzionato alla sua quantità, ed al tempo durante il quale il possessore lo tiene in sua disposizione, egli è cosa evidente, che dovrà guadagnarsi con On7 3 in quattro mesi la stessa somma, che con On7 12 in un mese, supposto che tutte le altre circostanze sieno uguali.

Q. 395. Un calzolajo debitore di On7 24 ottiene di pagare On7 4 in 2 mesi, On7 8 in 5 mesi, ed On7 12 in 8 mesi; ma avendo ricevuto poscia del denaro, vuol fare un solo pagamento; si domanda in qual tempo dovrà farlo. R. in 6 mesi.

Soluzione. Se si moltiplicano On7 4 per 2 mesi, il prodotto sarà On7 8, che in un mese darebbero un lucro uguale a quello di On7 4 per 2 mesi; moltiplicandosi quindi le due altre somme per il loro tempo, ne risulta per totale dei prodotti On7 144 le quali darebbero in un mese lo stesso profitto, che darebbero le somme particolari nei tempi indicati nella questione.

On7 4 × 2 = 8
8 × 5 = 40
12 × 8 = 96

On7 24 144) 24
00) ——
6 mesi. Risposta.

Q. 396. Un Mercante panniere deve al fabbricante dei panni On7 600 pagabili in 5 mesi, On7 900 in 8 mesi ed On7 1000 in 14 mesi. Il medesimo vuol fare un solo pagamento, ma in modo che il suo creditore riceva gl' interessi di queste diverse somme corsi pel tempo che dovevano restare in suo potere; si domanda in qual tempo dovrà fare il pagamento totale. R. In 9 mesi, 20 giorni $^{2}/_{5}$.

On7 600 × 5 mesi = 3000
900 × 8 . . . = 7200
1000 × 14 . . = 14000

On7 2500 — 242,00) 25,00
17
30) 9 mesi, 20 giorni $^{2}/_{5}$
510
. 10/25 = $^{2}/_{5}$

Per far conoscere meglio l' esattezza di quest' operazione, proponghiamo, per esempio, un' altra questione: un Negoziante ha impiegato nel commercio On7 24200 per un mese, e ne ha ottenuto un certo guadagno. Volendo egli trarre lo stesso profitto da On7 2500, quanto tempo dovrà lasciare quest' ultima somma nel commercio? R. 9 mesi, 20 giorni $^{2}/_{5}$.

Dovendosi fare per questa operazione una regola inversa (138) si avrà:

On7 2500 : 24200 :: 1 mese : $x =$ 9 mesi, 20 giorni $^{2}/_{5}$.

Per far la prova della regola in questione, bisogna osservare che il pagamento d' una parte della somma dovuta è ritardato, e che l' altro è anticipato: bisogna dunque che il profitto che si farebbe sopra una parte sia bilanciato dalla perdita che si farebbe sopra l' altra; imperciocchè l' ugualità deve essere osservata.

Le questioni seguenti provano che non vi è perdita nè guadagno nè pel creditore, nè pel debitore.

1.ª On7 600 Sono state date a interesse al 5 per 100 l'anno per 4 mesi, 20 giorni 2/5, ed On7 900 al medesimo prezzo per 1 mese, 20 giorni 2/5; a quanto ascendono gl' interessi di queste due somme? R. La 1.ª ad On7 11 . 21; la 2.ª ad On7 6 . 9. In tutto On7 18.

2.ª Si domanda qual sia l' interesse di On7 1000 al 5 per 100 l'anno per 4 mesi, 9 giorni 3/5 R. On7 18.

L' egualità di queste due risposte prova che nè il creditore nè il debitore soffrono alcuna perdita con questo cambiamento di pagamenti, perchè se il pagamento è stato ritardato per le due prime somme, egli è stato anticipato a proporzione per la terza, e l'interesse deve essere perciò lo stesso. In fatti, avendo fatto il pagamento totale in 9 mesi, 20 giorni 2/5, quello delle On7 600, che doveva farsi in 5 mesi, è stato ritardato di 4 mesi, 20 giorni 2/5, e quello delle On7 900, che doveva farsi in 8 mesi, lo è stato di un mese, 20 giorni 2/5; e poichè l' interesse di queste somme corso per questi tempi ha prodotto On7 18, il creditore ha perduto On7 18. Però le On7 1000 pagabili in 14 mesi essendo state pagate in 9 mesi, 20 giorni 2/5, cioè 4 mesi, 9 giorni 3/5 prima del tempo convenuto, l' interesse di On7 1000, pel tempo che si è anticipato ascende ad On7 18, le quali sono guadagnate dallo stesso creditore; dunque il guadagno è uguale alla perdita.

Q. 397. Un Negoziante deve Duc. 5600 pagabili una metà in sei mesi, ed ogni terzo dell' altra metà posteriormente di 6 in 6 mesi; il medesimo vuol pagare in una sol volta; in qual tempo dovrà farlo? R. In un anno.

Siccome ogni terzo della seconda metà che resterà a pagare dopo i sei mesi della prima, vale 1/6 della somma, il negoziante dovrà soddisfare perciò quella seconda metà = 3/6, pagando un sesto per volta, di 6 in sei mesi dopo il pagamento della prima metà.

$$\begin{array}{rl} 1/2 = 3/6 \times & 6 \text{ mesi} = 3 \\ 1/6 \times & 12 \text{ mesi} = 2 \\ 1/6 \times & 18 \text{ mesi} = 3 \\ 1/6 \times & 24 \text{ mesi} = 4 \\ \hline 6/6 & \text{Risposta } 12 \text{ mesi} = \text{un anno} \end{array}$$

180. Ma quando le somme da pagarsi sono eguali, per aver il tempo medio ed unico del pagamento, basterà far la somma dei numeri che indicano il tempo dei diversi pagamenti, e dividere la medesima per lo numero che esprime quanti pagamenti vi sono: imperciocchè in tal caso la differenza del profitto o della perdita non può venire che dal tempo, essendo chiaro che le somme sopra le quali si sarà stimato perdere coll'anticipare il pagamento, saranno le stesse che quelle sopra le quali si sarebbe guadagnato col differirlo.

Q. 398. A un Negoziante di Napoli è dovuta la somma di Duc. 4000 pagabili 1/4 in contanti, 1/4 in 6 mesi, 1/4 in 9 mesi, ed 1/4 in 13 mesi; il debitore ha dichiarato voler fare un sol pagamento totale, in guisa che però nulla perda lui, nè tampoco il negoziante; quando dovrà fare questo pagamento? R. In 7 mesi.

$6 + 9 + 13 =$ 28 mesi D. per $4 = 7$ mesi, tempo del pagamento.

Q. 399. Pietro di Palermo deve a Carlo di Messina On7 340 pagabili in 7 mesi, On7 340 pagabili in un anno e 3 mesi, e On7 340 pagabili in 2 anni, 5 mesi; Pietro ha ottenuto di fare questi tre pagamenti in una sol volta, ma in modo che non perda nè guadagni; in qual tempo dovrà egli fare questo unico pagamento? R. In un anno e 5 mesi.

Q. 400. Un artigiano deve al suo albergatore On7

24, e gli domanda 6 mesi di credito, a condizione che pagando una parte della somma dovuta prima della dilazione accordatagli, egli possa a proporzione ritardare il pagamento del resto. Egli ha pagato On7 4 due mesi dopo la convenzione, e tre mesi dopo ha pagato altre On7 8; si domanda quanto dovrà pagare le On7 12 restanti. R. in 8 mesi.

Questa questione serve di prova alla questione 395.

Vi sono varj metodi per risolvere queste specie di questioni, ma per conservare l' ordine che abbiam seguito nelle questioni precedenti, bisogna operare come quì appresso diremo, cioè:

Primieramente si moltiplica la somma dovuta per lo tempo del suo credito, inoltre si moltiplicano le somme anticipate pel loro tempo e si fa la somma dei loro prodotti. Poscia sottraendo questa somma dal prodotto della somma dovuta pel suo tempo, si dividerà il resto per la somma che resta a pagare, ed il quoziente darà allora il tempo del pagamento del resto del debito.

La ragione di questo metodo è la stessa di quello descritto nel n.° 179.

Quindi per farne l' applicazione alla questione proposta diremo: On7 24 ad interesse per 6 mesi producono quanto On7 144 per un mese; ma giacchè si è già fatto un guadagno sopra On7 4 per lo spazio di 2 mesi, (o sopra On7 8 per un mese), e sopra On7 8 per 5 mesi, (o sopra On7 40 per un mese), si è dunque tratto profitto sopra On7 48 per lo spazio d' un mese; e On7 144 — 48 = On7 96. Or più non resta che il lucro di On7 96 per un mese; e giacchè si vuol far lo stesso guadagno colle On7 12 che rimangono a pagarsi, bisogna dividere (178) On7 96 per 12, ed il quoziente darà 8, cioè 8 mesi.

Q. 401. Un agricoltore ha comprato 2 paja di bovi per Duc. 180 pagabili in 8 mesi. Quattro mesi dopo questa compra, egli ha pagato Duc. 30, e due mesi dopo questo primo pagamento ha pagato altri Duc. 40;

si domanda quanto tempo dovrà tenere il resto, per compensare i pagamenti anticipati. R. 9 mesi 9/11.

Duc. 30 × 4 mesi = 120		Duc. 180 × 8 mesi = 1440	
40 × 6 = 240		levate 70	360
Duc. 70 360		110	1080

1080 } 110
90 } ——
} 9 mesi 9/11

Q. 402. Un Mercante ha comprato delle mercansie per On7 2400 pagabili in un anno. Il suo creditore acconsente a ricevere delle somme anticipate, a condizione però che il mercante non pretenda sconto, ma che soltanto si trattenga il resto, a proporzione delle anticipazioni che avrà fatte. Conchiusa questa convenzione, il mercante ha pagato On7 1000 al termine di 6 mesi, e 3 mesi dopo altre On7 700; si domanda quanto tempo dovrà trattenersi la On7 700 restanti. R. 23 mesi 4/7.

On7 1000 × 6 = 6000	Da On7 2400 × 12 = 28800		
700 × 9 = 6300	levate	1700 e	12300
On7 1700 . . . 12300	restano	700 e	16500

165,00 } 7,00
25 } ——
4 } 23 mesi 4,7

Q. 403. Michele ha venduto dei panni per On7 3600 con 15 mesi di credito; il suo debitore gli ha pagato On7 1200 dopo 3 anni a 9 mesi, per compensare l' anticipazione che avea fatta dell' altra parte del-

la somma; si domanda in qual tempo l' avesse pagata.
R. In contanti.

Operazione

On7	3600	×	15	=	54000
	1200	×	45	=	54000
On7	2400	. . .			0

L' operazione fa vedere che Michele ha pagato On7 2400 in contanti, poichè le On7 54000 che in un mese produrrebbero lo stesso interesse che le On7 1200 trattenutesi per 45 mesi, sono una somma pari a quella che produrrebbe in un mese un guadagno eguale a quello della somma intiera pel tempo del suo credito.

---

*

Della regola d' Alligazione e di mescolanza

181. Per questa operazione s' intende il mescuglio che si fa di diverse derrate o mercanzie, o di diversi metalli, a varj prezzi od a varj titoli.

Chiamasi titolo dell' oro e dell' argento, il grado di finezza o di purità di questi metalli.

182. L' oro e l' argento impiegato pei diversi usi della vita umana è tutto mescolato con rame; questo rame così mescolato e fuso insieme coll' oro, e coll'argento è talvolta in maggiore, e talvolta in minor quantità, e da questa diversa quantità di rame risulta il titolo dell' oro e dell' argento.

Sonovi due maniere di esprimere il titolo dell'oro e dell' argento; l' antica e la nuova.

Anticamente l' oro puro era detto del titolo di 24

carati, divisione immaginaria; il carato era diviso in $^{32}/_{32}$. Il numero che esprimeva il titolo indicava il numero delle parti dell' oro puro, che esisteva nell' oro come, per esempio, dicendo a 18 carati, intendevasi che sopra 24 parti di metallo, vi erano 18 parti d'oro puro e 6 parti di lega, ossia di rame; ovvero $^{3}/_{4}$ d' oro puro ed $^{1}/_{4}$ di lega; a 21 carati, che vi erano 3 carati di lega; e a 22. $^{24}/_{32}$ carati, che vi era 1 carato $^{3}/_{32}$ di lega ec.

Il più alto titolo dell' argento era 12 once (i francesi adoperavano la denominazione di *denari* in vece di once) l' oncia si divideva in $^{24}/_{24}$. Quando l' argento si diceva al titolo di 9 once, s' intendeva esservi $^{1}/_{4}$ di lega e $^{3}/_{4}$ d' argento puro; a 10 once, vi erano $^{5}/_{6}$ d' argento puro ed $^{1}/_{6}$ di lega ec.

Queste due divisioni esistono tuttora, ma dacchè è stato introdotto il sistema metrico, il titolo dell' oro e dell' argento si divide in millessimi, in modo che quando si dice che l' oro o l' argento è al titolo di 1000 millesimi, questo significa che questi metalli sono purissimi; quando son detti al titolo di 750 millesimi, che vi è un quarto di rame, perchè da 750 (che indica la quantità delle parti dell' oro puro contenute nell' oro di cui si parla) a 1000, mancano 250 parti, che sono la quarta parte di mille ec., in guisa che 750 millesimi corrisponde a 18 carati per l' oro, e a 9 once per l' argento. Le monete d' oro di questo regno di Duc. 30 e di Duc. 15 sono del titolo di 996 millesimi, cioè che hanno soltanto 4 millesimi di lega.

183. La regola di mescolanza e d' alligazione s' adopera 1.° per determinare il prezzo medio e comune di diverse mercanzie mescolate insieme; o il titolo medio di diverse quantità d' oro o d' argento, di titoli diversi e fuse insieme; 2.° per trovare la quantità di ogni specie di mercanzia o di metallo di diversi prezzi o titoli, per farne un mescuglio d' un prezzo o d' un titolo determinato.

Per trovare il prezzo medio di diverse mercanzie mescolate insieme, e che si vendono a peso o a misura, bisogna moltiplicare la quantità di ciascuna mercanzia per il prezzo del peso o della misura, e poscia dividere la somma dei prodotti per il totale dei pesi o delle misure delle mercanzie mescolate.

Pei metalli, in vece del prezzo si adopera il titolo.

Q. 404. Un Mercante di vino ha mescolato insieme 20 quartucci di vino di gr. 6 il quartuccio, e 40 quartucci di gr. 8; egli brama sapere a qual prezzo deve vendere un quartuccio di questo mescuglio. R. A gr. 7. 1/3.

20 quartucci × gr. 6 = gr. 120 | 440 } 60
40 . . . . × 8 = 320 | 20 { ——
——————————— | } gr. 7. 1/3
60 quartucci costano gr. 440

Q. 405. Un Mercante ha quattro qualità di frumento del prezzo cioè, la 1.ª di On7 2 . 24, la 2.ª di On7 2 . 29, la 3.ª di On7 3 . 6, e la 4.ª di On7 3 . 12 la salma. Egli vuol mescolarle insieme, ma ponendo di ciascuna qualità una quantità uguale; si domanda qual sarà il prezzo di una salma di frumento risultato da tal mescuglio. R. On7 3 . 2 . 15.

Si riuniscono i quattro prezzi, se ne divide la somma per 4, ed il quoziente darà il prezzo della salma mescolata.

On7 2 . 24
2 . 29
3 . 6
3 . 12
————
On7 12 . 11
————
1/4 On7 3 . 2 . 15. prezzo della salma.

Q. 406. Se si fondessero insieme 3 verghe d'argento, la prima del peso di 4 libbre e 7 once al titolo di 700 millesimi, la seconda di 5 libbre e 9 once di 794 millesimi, e la terza di 6 libbre e 4 once di 925 millesimi, qual sarebbe il titolo dell'argento cosi mescolato? R. 817 millesimi.

Si riducano le libbre in once

on. 55 × 700 = 38500
69 × 794 = 54786
76 × 925 = 70300

on. 200 163586) 200
.358 { ———
1586) 817 millesimi
186

Se queste tre verghe fuse insieme saranno poi gettate in una sola verga, questa peserà 16 libbre 8 once = 200 once, e sarà del titolo di 817 millesimi. In tali operazioni, quando vi è un resto alla divisione, questo si trascura assolutamente, perchè sarebbe una frazione d'un millesimo, e la divisione in millesimi è già piccola abbastanza.

Q. 407. Un argentiere avea 4 verghe d'argento di diversi pesi e titoli; la prima pesava 5 libbre 4 once ed era del titolo di 8 once $^{6}/_{24}$, la seconda 3 libbre 8 once del titolo di 9 once $^{2}/_{24}$, la terza 4 libbre 10 once del titolo di 10 once, e la quarta 6 libbre 4 once del titolo di 11 once $^{8}/_{24}$. Egli ha fuso insieme queste quattro verghe e ne ha fatto una sola; si domanda quale è il peso ed il titolo della medesima? R. La verga pesa 20 libbre e 2 once, del titolo di 9 once $^{18}/_{24}$.

Per operare più facilmente questa operazione conviene ridurre le libbre in once, ed i diversi titoli in ventiquattresimi, il titolo poi che risulterà per risposta si dividerà per 24 per avere il medesimo espresso in once.

5 libbre	4 once = on.	64	8 once	$^6/_{24}$	= 198
3 . . .	8 . . =	44	9 . .	$^2/_{24}$	= 218
4 . . .	10 . . =	58	10 . .		= 240
6 . . .	4 . . =	76	11 . .	$^8/_{24}$	= 272

on. 64 × 198 ventiquattresimi = 12672
44 × 218 . . . . = 9592
58 × 240 . . . . = 13920
76 × 272 . . . . = 20672

on. 242 . 56856) 242
.845) ——
1196) 234
228

Il titolo che risulta in risposta è 234 ventiquattresimi dell' oncia, e dividendolo per 24 si avrà 9 once $^{18}/_{24}$ per titolo della verga che pesa 242 once = 20 libbre e 2. once.

La frazione $^{228}/_{242}$ che è rimasta alla divisione è stata trascurata, perchè la medesima non è che una frazione d'un ventiquattresimo. Quando però la frazione è grossa, si conta una unità di più al quoziente; in tal caso il titolo sarebbe stato 235 ventiquattresimi = 9 once $^{19}/_{24}$: il primo titolo sarà un poco minore, il secondo sarebbe un poco più grande.

Le due maniere di esprimere il titolo dell' oro e dell' argento sono le stesse nel fondo, la seconda viene espressa in frazioni decimali, e rimandiamo a questo articolo per conoscere il modo con cui si riducono le frazioni decimali in frazioni relative e reciprocamente.

Q. 408. Un Orefice ha comprato tre partite d'oro di diversi pesi e titoli; la prima pesa 2 libbre 5 once del titolo di 16. $^{24}/_{32}$ carati, la seconda 3 libbre 7 once di 18. $^{12}/_{32}$ carati, e la terza di 4 libbre 10 once di 22. $^{16}/_{32}$ carati; egli ha fuso insieme tutto

quest'oro, e ne ha fatto una sola verga; qual è il peso ed il titolo della medesima? R. 10 libbre e 10 once di 19. $^{27}/_{32}$ carati.

Si riducano i carati in trentaduesimi.

on. 29 $\times$ 536 $=$ 15544
43 $\times$ 588 $=$ 25284
58 $\times$ 720 $=$ 41760

on. 130	82588	130
	.458	——
	.688	635 trentaduesimi.
	.38	

E 635 trentaduesimi divisi per 32 $=$ 19. $^{27}/_{32}$ carati.

184. Per trovare la quantità delle mercanzie di diversi valori, o dei metalli di diversi titoli, che bisognerà prendere per farne un mescuglio d'un prezzo medio dato, o d'un titolo determinato, è d'uopo osservare che questo prezzo medio farebbe comparire una perdita sopra le mercanzie il cui prezzo è maggiore, e un guadagno sopra quelle il cui prezzo è minore. (Lo stesso ragionamento può applicarsi ai metalli, perchè (182) il titolo indica il numero delle parti d'oro puro che vi sono contenute). Ad evitar ciò, bisognerà dunque prendere di queste ultime una certa quantità il cui guadagno sia eguale alla perdita che comparirebbe sopra una data quantità delle altre. Ciò si farà così: 1.° Si prenderà la differenza tra 'l prezzo medio ed i prezzi inferiori a questo, si scriveranno queste differenze rimpetto ai prezzi eccedenti, locchè indicherà la quantità che bisogna prendere di ciascuna mercanzia eccedente il prezzo medio. 2.° Si metterà la differenza dei prezzi eccedenti il prezzo medio rimpetto ai prezzi minori; la cui differenza è stata portata rimpetto a questo prezzo minore, locchè farà conoscere la quantità che bisogna prendere di ciascuna

mercanzia di prezzo minore. 3.° Finalmente quando il numero dei prezzi maggiori e minori del prezzo medio non è uguale da ambe le parti, si metteranno più differenze rimpetto al medesimo prezzo fra quelli che sono in minor numero, e la differenza di questo prezzo col prezzo medio si ripeterà lo stesso numero di volte, come si vedrà nella questione 413.

La ragione di questo metodo sarà spiegata dalla dimostrazione seguente.

Si mette la differenza tra 'l prezzo maggiore ed il prezzo medio rimpetto al prezzo minore e reciprocamente, perchè la quantità che si deve prendere della specie del prezzo maggiore, paragonata con quella della specie del prezzo minore, è in ragione inversa (137) della differenza tra i loro prezzi ed il prezzo medio; e di fatti affinchè non comparisca alcuna perdita, bisogna che la quantità della specie maggiore che deve entrare nel mescuglio, moltiplicata per la differenza tra il suo prezzo ed il prezzo medio, sia uguale alla quantità che si prende della specie minore, moltiplicata parimente per la differenza tra 'l suo prezzo ed il prezzo medio; per esempio: se si volesse mescolare dell'olio di gr. 31 con altro di gr. 24, e si volesse vendere questo mescuglio a gr. 28 il rotolo, per sapere la quantità che dovrà prendersi di ciascuna qualità, per non perdere nè guadagnare, dovrà farsi, secondo il metodo, la seguente operazione:

31 4 Egli è chiaro che la differen-
prezzo medio 28 za del prezzo maggiore essendo
24 3 più piccola di quella del prezzo
minore, bisognerà prendere una più gran quantità della prima specie, e questa quantità deve essere tanto più grande quanto la differenza del suo prezzo è più piccola di quella del prezzo minore. Si avrà dunque questa regola inversa: *la differenza del prezzo minore è alla differenza del prezzo maggiore come la quantità della specie maggiore è alla quantità della specie minore.*

Se si vuol prendere dalla specie maggiore una quantità eguale alla differenza tra il prezzo minore ed il prezzo medio, dovrà prendersi dalla specie minore una quantità uguale alla differenza tra il prezzo maggiore ed il prezzo medio; inperciocchè secondo la proporzione sopraccennata, si avrà

$$4 : 3 :: 4 : x = 3$$

Perciò la differenza d' un prezzo è proporzionale alla quantità che si prenderà dell' altra specie, e la differenza del prezzo di questa specie è parimente proporzionale alla quantità dell' altra specie.

Rendiamo questo metodo ancor più intelligibile. Dalla operazione della presente questione risulta, che per fare il mescuglio domandato, si dovranno prendere 4 rotoli dell' olio di gr. 31, e 3 rotoli di quello di gr. 24, e quest' olio mescolato dovrà vendersi a gr. 28 il rotolo. Egli è evidente che se l' olio di gr. 31 si venderà gr. 28, si perderanno gr. 3 sopra ogni rotolo, e poichè se ne prendono 4 rotoli, la perdita totale sarà di gr. 12. Ma siccome l' olio di gr. 24 dovrà vendersi pure a gr. 28, si guadagneranno gr. 4 sopra ogni rotolo, e giacchè se ne mettono 3 rotoli nel mescuglio, il guadagno totale sarà di gr. 12 che sono uguali alla perdita sofferta nell' olio della prima specie.

Quindi è chiaro che mettendo nel mescuglio 4 rotoli dell' olio di gr. 31 il rotolo, e 3 rotoli di quello di gr. 24 il rotolo, la prima quantità costa gr. 124, e la seconda gr. 72, la cui somma fa gr. 196; del pari il mescuglio totale essendo formato di 7 rotoli, che venduti a gr. 28 il rotolo produrranno pure gr. 196; la somma sarà dunque eguale a quella delle due quantità e qualità dell' olio mescolato.

Le regole più composte dell' alligazione e della mescolanza non essendo che la repetizione delle più semplici, per dimostrarle, basterà soltanto ripetere il ra-

gionamento sopraddetto, il quale è sufficiente a convalidare il metodo insegnato.

Q. 409. Un mercante di vino ha due qualità di vino, del prezzo di gr. 12 e di gr. 18 il quartuccio. egli ha provato che queste due qualità mescolate ne fanno una buonissima, la quale vuol vendere a gr. 14 il quartuccio; quanto dovrà prenderne da ciascuna? R. 4 quartucci della prima e 2 della seconda.

12		4
prezzo medio	14	
18		2
		——
		6

La differenza tra 18 e 14 è 4 che si scrive rimpetto al prezzo minore. e la differenza tra 12 e 14 è 2 che si scrive rimpetto al prezzo minore.

Questa operazione addimostra che per formare 6 quartucci di questo mescuglio, si devon prendere 4 quartucci del vino di gr. 12, e 2 quartucci di quello di gr. 18, o che per fare un quartuccio di gr. 14 bisogna prendere $4/6 = 2/3$ del vino di gr. 12 il quartuccio. e $2/6 = 1/3$ di quello di gr. 18. Questa ripartizione è ben bilanciata, perciocchè se il vino mescolato si vende gr. 14 il quartuccio, sopra 4 quartucci di quello di gr. 12 si guadagneranno gr. 8, e sopra 2 quartucci di quello di gr. 18 si perderanno gr. 8; il guadagno è dunque uguale alla perdita.

Q. 410. Un Mercante ha quattro qualità di vino, del prezzo di gr. 12, gr. 13, gr. 17, e gr. 21 il quartuccio. Un particolare sapendo che dalla mischianza di queste diverse qualità ne risulterebbe una eccellente pel proprio uso, ne domanda 780 quartucci; ma s'egli vuol pagarlo soltanto a gr. 16 il quartuccio, quanto se ne dovrà prendere di ciascuna qualità?

12	1	Sopra ogni 13 quartucci, bisogna prenderne 1 di gr. 12; 5 di gr. 13, 4 di gr. 17, e 3 di gr. 21, ovvero prenderne sopra la quantità totale $^1/_{13}$ di gr. 12, $^5/_{13}$ di gr. 13, $^4/_{13}$ di gr. 17, e $^3/_{13}$ di gr. 21.
13	5	
prezzo medio 16		
17	4	
21	3	
quart. mescolati 13		

$^1/_{13}$ di 780 quart.	= 60 quart.	a gr. 12	= On7	1 . 6.
$^5/_{13}$	= 300 . . .	a gr. 13	=	6 . 15.
$^4/_{13}$	= 240 . . .	a gr. 17	=	6 . 24.
$^3/_{13}$	= 180 . . .	a gr. 21	=	6 . 9.
Quartucci	780 . . .	a gr. 16	= On7	20 . 24.

185. Siffatte questioni posson risolversi, facendo tante regole del tre quanti prezzi differenti vi sono, prendendo per primo termine, la somma delle differenze; per secondo, il numero che esprime la quantità del mescuglio che vuol farsi; e per terzo, ciascuna differenza. La ragion di questo si è, che la differenza che si trova rimpetto ad un prezzo è, riguardo alla quantità che bisogna prendere di questo prezzo, per comporre il mescuglio, nel medesimo rapporto in cui sono le altre differenze paragonate colla quantità che bisogna prendere dei prezzi rimpetto ai quali queste differenze si trovano. Dunque vi saranno tanti rapporti eguali quanti prezzi differenti vi sono. Quindi per l'esempio qui sopra si avrà

1 : la quantità che bisogna prendere di gr. 12.
5 : quella di gr. 13.
4 : quella di gr. 17.
3 : quella di gr. 21.

Or (128) la somma degli antecedenti di questi rapporti eguali (cioè la somma delle differenze) è alla somma dei conseguenti (cioè alla totalità del mescuglio) come ciascuno antecedente è al suo conseguente: dunque,

13 : 780 ::	1	:	60 quartucci di gr. 12.
	5		300 . . . di gr. 13.
	4		240 . . . di gr. 17.
	3		180 . . . di gr. 21.
		Prova	780 quartucci di gr. 16.

186. Queste questioni si possono risolvere pure d'una altra maniera, cioè col mettere le differenze rimpetto ai prezzi ugualmente distanti dal prezzo medio, e ciò nel seguente modo.

12 . . .	5
13 . . .	1
prezzo medio 16	
17 . . .	3
21 . . .	4
quartucci mescolati	13

13 : 780 ::	5	:	300 quartucci di gr. 12.
	1		60 . . . di gr. 13.
	3		180 . . . di gr. 17.
	4		240 . . . di gr. 21.
			780 quartucci di gr. 16.

Prova

300 quartucci	a gr. 12 =	On7	6 .
60 . . .	a gr. 13 =	«	1 . 9.
180 . . .	a gr. 17 =	«	5 . 3.
240 . . .	a gr. 21 =	«	8 . 12.
780 quartucci	a gr. 16 =	On7	20 . 24.

Si può fare uso dell' uno o dell' altro metodo, a seconda che si vuol fare entrare nel mescuglio più o meno d' una certa qualità a tale o tal prezzo.

187. Quando i prezzi son composti d' intieri e frazioni, o d' intieri e sotto-specie, bisognerà prima ridurre i prezzi, come anche il prezzo medio, in frazioni, o in sotto-specie, e poi operare sopra le frazioni o le sotto-specie come si è operato sopra gl' intieri.

Q. 411. Un Negoziante ha nei suoi magazzini del frumento di quattro qualità; al prezzo di On7 2 . 24, di On7 2 . 28, di On7 3 . 6, e di On7 3 . 8 la salma. Un fornajo, persuaso che queste qualità mescolate insieme produrrebbero un buono pane, ne domanda 55 salme, ma non vuol pagarlo che On7 3 la salma; quante salme si dovran prendere di ogni qualità?

Operazione

On7 2 . 24 . . .	= tt. 84	. . .	8
2 . 28 . . .	= 88	. . .	6
On7 3 prezzo medio	= tt. 90		
3 . 6 . . .	= 96	. . .	2
3 . 8 . . .	= 98	. . .	6
Salme mescolate			22

22 : 55 ::	8	:	20 Sal. ad On7	2 . 24.
	6		15	2 . 28.
	2		5	3 . 6.
	6		15	3 . 8.
			55 Sal. ad On7 3 .	

Prova

Sal. 20 ad On7 2 . 24 .	. . . =	On7	56.
15 ad On7 2 . 28 .	. . =		44.
5 ad On7 3 . 6 .	. . =		16.
15 ad On7 3 . 8 .	. . =		49.
Sal. 55 ad On7 3 .	. . . . =	On7	165.

Q. 412. Un Orefice avendo ricevuto un comando dal Re per varj giojelli d'oro, vuol formare una verga del peso di 24 libbre, al titolo di 750 millesimi. Questo orefice tiene quattro verge d'oro di 690 millesimi, di 720 millesimi, di 780 millesimi, e di 840 millesimi; quante libbre dovrà prendere di ciascuna di queste verge, per formare la verga di cui egli ha bisogno?

Operazione

	690	90
	720	30
titolo medio 750		
	780	30
	840	60
		210

In questa operazione si può troncare uno zero a tutte le differenze, come pure alla somma delle differenze; e si avrà:

21 : 24 ::	9	:	10 lib. 2/7 al tit. di 690 mill.i	
	3		3 . 3/7 . . . 720	
	3		3 . 3/7 . . . 780	
	6		6 . 6/7 . . . 840	
		Prova	24 libbre al titolo di 750 mill.i	

Q. 413. Un Negoziante ha del caffè di 5 qualità; al prezzo di On7 15, di On7 17, di On7 20, di On7 24, e di On7 28 il quintale; egli ne vuol fare un mescuglio di 18 quintali, ma in modo che non perda niente, vendendolo ad On7 22 il quintale; quanto ne dovrà prendere di ciascuna qualità?

1.°

15	. . . .	6
17	. . . .	6
20	. . . .	2
22.		
24	. . . .	2
28	. . 7 + 5 =	12
		28

2.°

15	. . . .	6
17	. . . .	2
20	. . . .	2
22.		
24	. . 2 + 5 =	7
28	. . . .	7
		24

3.°

15	. . . .	2
17	. . . .	6
20	. . . .	6
22		
24	. . . .	7
28	. . 5 + 2 =	7
		28

4.°

15	. . . .	2
17	. . . .	2
20	. . . .	6
22		
24	. . 7 + 5 =	12
28	. . . .	2
		24

Quando il numero dei prezzi è dispari, come nella presente questione, in cui vi sono tre prezzi minori e due maggiori del prezzo medio, la differenza d'uno qualunque dei prezzi minori si dovrà scrivere rimpetto ad uno qualunque dei prezzi maggiori, e così reciprocamente; e come resteranno due prezzi minori, ed un prezzo maggiore, le differenze dei due prezzi minori si sommeranno e si scriveranno rimpetto al prezzo maggiore, e la differenza del prezzo maggiore si scriverà rimpetto a ciascuno dei prezzi minori, come si osserverà nelle quattro operazioni quì sopra, locchè darà sempre delle quantità proporzionali alla quantità totale, come quì appresso la dimostriamo.

Nella prima operazione, per avere 28 quintali di caffè ad On7 22 il quintale, se ne debbon prendere

6 quintali ad On7	15	il q.le che fanno On7	90.
6	17		102.
2	20		40.
2	24		48.
12	28		336.
28 quintali ad On7	22	il q.le producono On7	616.

Nella seconda operazione per averne 24 quintali ad On7 22 il quintale, se ne debbon prendere

6 quintali ad On7	15	il quintale che fanno On7	90.
2	17		34.
2	20		40.
7	24		168.
7	28		196.
24 quintali ad On7	22	il q.le producono On7	528.

Lo stesso potrà osservarsi sopra le altre due operazioni.

Giacchè queste operazioni han dato delle quantità proporzionali, resta ora a conoscere, per por fine alla questione, la quantità che dee prendersi di ciascuna qualità, per formarne 18 quintali ad Onz 22 il quintale.

Prima Operazione

28 : 18 ::	6	:	q.li 3 . $^{6}/_{7}$	ad Onz 15.
	6		3 . $^{6}/_{7}$	. . . 17.
	2		1 . $^{2}/_{7}$	. . . 20.
	2		1 . $^{2}/_{7}$	. . . 24.
	12		7 . $^{5}/_{7}$	. . . 28.

Prima risposta q.li 18 ad Onz 22 il q.le

Seconda Operazione

24 : 18 ::	6	:	q.li 4 . $^{2}/_{4}$	ad Onz 15.
	2		1 . $^{2}/_{4}$	. . . 17.
	2		1 . $^{2}/_{4}$	. . . 20.
	7		5 . $^{1}/_{4}$	. . . 24.
	7		5 . $^{1}/_{4}$	. . . 28.

Seconda risposta. q.li 18 ad Onz 22 il q.le

Q. 414. Un Direttore di zecca vuol comporre 250 libbre d' argento per fabbricare monete, le quali a seconda dell' ordinanza del Re esser debbono del titolo di 11 once. Questo direttore tiene diverse verghe d'argento di differenti titoli; alcune sono di 8. $^{16}/_{24}$ once, altre di 9 . $^{8}/_{24}$ once, ed altre di 10 . $^{16}/_{24}$ once; e siccome le tre qualità che possiede non arrivano al titolo prescritto, egli vuol ridurle a questo titolo col-

l' aggiungervi l' argento di coppella necessario; (*) ma volendo egli adoperare le diverse qualità sopraddette, si chiede quanto dovrà prenderne di ciascuna di esse, e quanto argento di coppella dovrà egli aggiungervi per fare la quantità e qualità richiesta.

Operazione

208	. . . .	24
224	. . . .	24
256	. . . .	24
titolo	264 medio	
288	. 56 + 40 + 8 =	104
		176

176 : 250 ::	24	: 34 . $^{1}/_{11}$ lib.	di 8 . $^{16}/_{24}$ once
	24	34 . $^{1}/_{11}$	di 9 . $^{8}/_{24}$
	24	34 . $^{1}/_{11}$	di 10 . $^{16}/_{24}$
	104	147 . $^{8}/_{11}$	di 12 . 0 di coppella
Risposta		250 libbre	di 11 once

In questa operazione, essendovi tre titoli minori, e un sol titolo maggiore, le tre differenze dei titoli minori si sono sommate, e la somma si è scritta rimpetto al titolo maggiore, e la differenza del titolo maggiore si è scritta rimpetto a ciascun dei titoli minori; e dall' operazione risulta che si dovrà prendere 34. $^{1}/_{11}$ libbre di ciascuna delle qualità d' argento che avea il direttore, ed a questo mescuglio egli dovrà aggiungere 147. $^{8}/_{11}$ libbre d' argento di coppella.

(*) La Coppella è una operazione chimica, colla quale si purifica l' argento, facendone svanire tutte le parti eterogenee a questo metallo; l' argento di coppella è dunque puro, e si esprime col titolo di 12 once (182).

Q. 415. Il primo Gennajo 1826, un Mercante ha comprato delle mercanzie per Duc. 8554 pagabili al primo di Ottobre seguente; ma siccome prevede l'impossibilità di adempiere in tutto alla sua obbligazione all'epoca fissata, egli ottiene una maggiore dilazione per una o più parti della somma, colla condizione di pagare una o più parti prima del tempo stabilito. Avendo quindi calcolato i suoi introiti avvenire, egli vede che potrà dare una somma al primo di Marzo, un'altra al primo di Giugno, una terza al primo di Agosto, una quarta al primo di Febbrajo 1827, ed il resto al primo di Luglio seguente. Si domanda qual somma dovrà pagare ogni volta.

È cosa evidente che questo mercante ha tenuto la prima somma 2 mesi, la seconda 5 mesi ec., e che la dilazione accordatagli è di 9 mesi; dunque,

2	9
5	9
7	4
9	
13	2
18 . 7+4 =	11
	35

Cioè che sopra Duc. 35, egli dovrà pagare Duc. 9 in 2 mesi, Duc. 9 in 5 mesi, Duc. 4 in 7 mesi, Duc. 2 in 13 mesi, e Duc. 11 in 18 mesi; si farà dunque la proporzione seguente.

35 : Duc. 8554 :: { 9, 9, 4, 2, 11 } :

Duc. 2199.21/35. 1.° pagam.to
2199.21/35. 2.°
977.21/35. 3.°
488.23/35. 4.°
2688.14/35. 5.°

Duc. 8554. 105/35 = 3 Duc.

Della regola del Tre dritta doppia.

188. La *Regola del Tre dritta doppia* è quella che contiene più regole del tre dritte semplici, e che si può risolvere con altrettante regole di queste ultime, quante volte vi sono due termini omogenei tra essi nella questione proposta.

La prima regola avrà pei suoi due primi termini due numeri della medesima specie, e per terzo termine il numero che esprime delle quantità simili a quelle del termine domandato.

La seconda regola avrà pei suoi due primi termini due altri numeri della medesima specie fra essi, e per terzo termine la risposta della prima regola: se abbisognassero soltanto due regole, questa darà la vera risposta; ma se ne abbisognassero di più, si seguiterebbe sempre nella stessa maniera, prendendo pei due primi termini due numeri omogenei, e per terzo termine la risposta della regola precedente.

Q. 416. Un capomaestro muratore ha fatto travagliare 15 operaj, i quali in 12 giorni han fatto 105 canne d' una certa opera, si domanda quante canne ne potran fare 18 operaj, travagliando soltanto 3 giorni. R. 45 canne.

Proporzioni

15 operaj : 18 operaj :: 150 canne : $x =$ 180 canne.
12 giorni : 3 giorni :: 180 canne : $x =$ 45 canne.

Si comincia dal determinare il terzo termine; questo è sempre della medesima specie di quello (137) che si cerca: in questa questione il terzo termine è

150 canne. Poscia paragonando a questo terzo termine i due numeri che esprimono gli operaj, si dirà: più vi saranno operaj, più travaglio faranno; la regola (135) è dunque dritta; quindi 15 operaj : 18 operaj :: 150 canne : $x = 180$ canne. Nel fare questa operazione, si suppone che gli operaj avessero travagliato uno spazio di tempo eguale; se questo fosse, il quarto termine 180 canne sarebbe la risposta; ma poichè gli uni han travagliato un numero di giorni maggiore degli altri, abbisogna necessariamente una seconda operazione che proporzioni il travaglio al tempo che si è impiegato. Quindi si prendono nella questione i due termini che esprimono i giorni, e comparandoli alla risposta della prima regola, la quale è il terzo termine di questa, si dirà: giacchè gli operaj han travagliato per più giorni, han dovuto fare maggior travaglio; la regola è dunque dritta. Quindi 12 giorni : 3 giorni :: 180 canne : x = Risposta 45 canne.

189. Il metodo, che quì sopra abbiam seguito essendo lunghissimo, si può abbreviare nel modo che siegue. Dopo aver determinato il terzo termine, si cercano, col medesimo ragionamento di sopra, tutte le regole che la questione proposta esigge, e senza operarle, ciascuna in particolare, si fa il prodotto degli antecedenti, e quello dei conseguenti, e questi due prodotti saranno i due primi termini della regola. Per esempio, se dopo aver supposto che 6 uomini in 8 giorni, travagliando 9 ore al giorno avessero fatto 48 canne di panno, si domandasse quante canne dello stesso panno potessero fare 4 operaj in 5 giorni, travagliando 10 ore al giorno, la questione si dovrebbe risolvere mediante le tre proporzioni seguenti, cioè:

6 uomini :	4 uomini ::	48 canne :	x
8 giorni :	5 giorni ::	x	: y
9 ore :	10 ore ::	y	: Risposta

$6 \times 8 \times 9 : 4 \times 5 \times 10 :: 48$ canne $: x$.

$\times\ 8 \qquad\qquad \times\ 5$

$72 \qquad\qquad 50$

$\times\ 6 \qquad\qquad \times\ 4$

$432 : \qquad 200 :: 48\ C. : x = R.\ 22.\ 2/9\ C.$

Il terzo termine è 48 canne, perchè è omogeneo a quello che si domanda: quindi si prendono nella questione i termini omogenei a due a due, cominciando da quelli che esprimono gli operaj, dicendo: più vi saranno degli operaj, più sarà il travaglio che essi faranno: qui la regola è dritta. Si scrive dunque al primo termine la causa di cui l' effetto è conosciuto, cioè 6 operaj; ed al secondo, 4 che rappresenta la causa di cui l' effetto è incognito. Si prendono poscia i numeri che indicano i giorni, dicendo: più giorni gli operaj travaglieranno. più travaglio faranno; qui la regola è anche dritta: onde si scriverà $8 : 5 :: x$ che rappresenta il quarto termine della proporzione e a y, che indica il quarto termine. Finalmente si dirà: più ore gli operaj travaglieranno, più travaglio faranno; la regola essendo ancor dritta si scriverà $9 : 10 :: y$ quarto termine della seconda proporzione e alla risposta. Per fare una sola regola, si formerà il primo termine col prodotto dei tre antecedenti, ed il secondo col prodotto dei tre conseguenti, poichè moltiplicando queste proporzioni per ordine, ne risulta (130)

$$6 \times 8 \times 9 : 4 \times 5 \times 10 :: 48 \times x \times y : x \times y \times R.$$

Ma siccome x e y son fattori del terzo e del quarto termine, nei quali rappresentano i medesimi numeri, essi si potranno togliere senza alterare la proporzione, essendo ciò lo stesso che dividere i due termini d' un rapporto per un medesimo numero (123); ed in tal

caso resterà soltanto nel terzo termine il numero conosciuto, e nel quarto la lettera R, che indica la risposta; dunque,

$6 \times 8 \times 9 : 4 \times 5 \times 10 :: 48 : R.$
ovvero $432 : 200 :: 48 : R.$
ovvero $9 : 200 :: 1 : R = 22.\ ^2/_9$ canne.

Queste due maniere di risolvere le regole del Tre dritte doppie, han pur luogo per le inverse doppie, e per le composte.

Q. 417. Un particolare ha fatto intavolare una sala lunga 20 palmi, e larga 18 palmi per Duc. 135; si domanda quanto gli sarebbe costata, se la medesima fosse stata larga quanto è lunga. R. Duc. 150.

$18 : 20 :: 135 : x$
$20 : 20 :: x : R.$
ovvero $18 : 20 :: 135 : R$, ovvero $2 : 20 :: 15 : R.$
ovvero $1 : 10 :: 15 : R =$ Duc. 150.

Q. 418. Qual sarà la mercede dovuta a 22 operaj che han travagliato durante 36 giorni, a 10 ore per giorno, supposto che 17 operaj impiegati nel medesimo lavoro abbian ricevuto On7 347 . 15 per 27 giorni, durante i quali avessero travagliato 11 ore per giorno? R. On7 543 . 4 . 2. $^6/_{17}$.

$17 : 22 ::$ On7 $347 . 15 : x$
$27 : 36 :: x : y$
$11 : 10 :: y : R.$
$17 \times 27 \times 11 : 22 \times 36 \times 10 ::$ On7 $347 . 15 : x$
ovvero $17 \times 3 : 2 \times 4 \times 10 ::$ On7 $347 . 15 : x$
ovvero $51 : 80 ::$ On7 $347 . 15 : x =$ On7 $543.4.2.\ ^6/_{17}$

190. Una sola regola del tre dritta sarà sufficiente a risolvere queste differenti questioni, e quella ancor fossero più complicate; per ciò fare, basterà soltanto

esaminare quali sieno i numeri che concorrono a formare una medesima causa, e quelli che concorrono a produrre un medesimo effetto, poichè in qualsivoglia regola del tre, per quanto composta si fosse, non vi son giammai che due cause e due effetti, e così quelle come questi possono esser composti di più fattori.

Q. 419. Supposto che 45 canne di muro sieno state fabbricate da 18 uomini in tre giorni, si domanda quante canne dello stesso muro si potrebbero fabbricare in 12 giorni da 15 uomini. R. 150 canne.

Egli è facile osservare che 18 uomini e 3 giorni son la causa dell' opera, e che se un uomo solo travagliasse 18 volte 3 giorni, ossia 54 giorni, egli farebbe lo stesso lavoro che fanno 18 uomini in 3 giorni, ossia 54 uomini in un giorno, bisogna dunque moltiplicare 18 per 3, onde avere il primo termine 54.

Lo stesso ragionamento ha luogo per la seconda causa: un uomo solo travagliando 15 volte 12 giorni, ossia per 180 giorni, farebbe tanto lavoro quanto ne fanno 15 uomini in 12 giorni; bisogna dunque molticare 15 per $12 = 180$ pel secondo termine, e si avrà questa proporzione:

$$18 \times 3 : 15 \times 12 :: 45 : x$$

18	15	180
3	12	45..
54	180	3600
		8100

$$\begin{array}{r|l} 8100 & 54 \\ 270 & \overline{150 \text{ canne.}} \\ 000 & \end{array}$$

Q. 420. Con Duc. 240 si son guadagnati Duc. 48 in 4 anni, quanto si guadagnerà con Duc. 380 in 7 anni? R. Duc. 133.

```
240 × 4 : 380 × 7 :: 48 : x
  4         7
----      ----
960       2660
            48
      --------
         21280
        10640.
      --------
        127680 ⎫ 960
          3168 ⎨ -----
          2880 ⎭ 133 Ducati.
           000
```

Q. 421. Un Mercante ha convenuto di pagare On7 24 pel trasporto di 15 botti di tabacco in un luogo distante 30 miglia; si domanda quanto dovrà pagare a proporzione per far trasportare 7 botti dello stesso peso in un luogo distante 20 miglia. R. On7 7.14.

```
15 × 30 : 7 × 20 :: On7 24 : x
     30        20
   ----      ----
    450       140
            × 24
           -----
             560
            280.
           -----  ⎫ 450
            3360  ⎨ -----
             210  ⎭ On7 7.14. Risposta.
              30
           -----
            6300
            1800
             000
```

In appresso non ridurremo i termini nella loro più piccola espressione, stimando sufficiente l' averne insegnata la pratica (128), la quale non dovrà per altro trascurarsi, giacchè questo richiama alla mente i principj, e facilita il calcolo e la soluzione delle questioni. Noi ricordiamo ancora una volta che il primo ed il secondo termine, o il primo ed il terzo possono dividersi sempre per un medesimo numero, e che se si troveranno in essi dei zeri, questi si potran troncare, togliendone ugual numero (18) ai termini sopraddetti.

Q. 422. Se 40 uomini guadagnano On7 459 in 9 giorni, quanto ne guadagneranno a proporzione 21 uomini in 3 mesi? R. On7 2409 . 22 . 10.

3 mesi si considerano composti di 90 giorni.
$40 \times 9 : 21 \times 90 :: On7\ 459 : x =$ On7 2409 . 22 . 10.

Q. 423. Un Ingegnere ha pagate On7 1200 a tre carpentieri, i quali impiegando cadauno 17 operaj, han fatto una certa opera in 7 mesi, 10 giorni; si domanda quanto dovrà pagarsi a proporzione a 5 carpentieri, i quali hanno inpiegato ciascuno 20 operaj, travagliando insieme durante 4 mesi e 20 giorni. R. On7 1497 . 9 . 15. $^{135}/_{187}$.

7 mesi 20 giorni = 220 giorni, e 4 mesi 20 giorni = 140 giorni
$3 \times 17 \times 220 : 5 \times 20 \times 140 :: On7\ 1200 : x =$ On7 1497 . 9 . 15. $^{135}/_{187}$.

Q. 424. Si sa che 9 operaj, lavorando per 15 giorni, a 10 ore al giorno, hanno fatto 270 pezze di nastro, ognuna della lunghezza di 40 canne; si domanda quante pezze di nastro, ognuna della lunghezza di 30 canne potran farsi da 15 operaj che travagliassero per 45 giorni a 12 ore per giorni. R. 2160 pezze.

Siccome gli operaj, i giorni e le ore concorrono

a formare le due cause, di essi si faranno i due primi termini; il terzo termine dovrà formarsi dei numeri che indicano l' effetto della prima causa, ed i quali sono le 270 pezze di nastro moltiplicate per le 40 canne della lunghezza di ciascuna, cioè 270 volte 40 canne = 16800 canne, ed il quarto termine dovrà esprimere il numero delle canne contenute dal numero delle pezze, che sono l' oggetto della questione; e poichè ogni pezza deve essere lunga 30 canne, bisognerà dividere questo quarto termine per 30, che è un fattore conosciuto; quindi,

$9 \times 15 \times 10 : 15 \times 45 \times 12 :: 270 \times 40 : x \times 30 = 64800$
$x = 64800$ diviso per $30 = 2160$ pezze.

Q. 425. Si dice che 8 muratori travagliando 10 ore al giorno, han fatto in 17 $^1/_2$ giorni un muro lungo 13 canne e 4 palmi, alto 14 palmi, e grosso 2 palmi e 6 once; si domanda quale sarà la lunghezza d' un altro muro alto 12 palmi, e grosso 2 palmi, il quale è stato fatto in 4 mesi da 7 muratori che travagliavano 8 ore al giorno. R. 94 canne e 1 palmo.

4 mesi fanno 120 giorni.
$8 \times 17 . ^1/_2 \times 10 : 7 \times 120 \times 8 ::$ Can. $13 . 4 \times 14 \times 2 . ^1/_2 : x \times 12 \times 2.$

Se si faranno le moltiplicazioni indicate, risulterà per quarto termine 18072 . $^4/_7$ palmi cubici, i quali divisi per lo prodotto delle due dimensioni 12 palmi e 2 palmi = 24 (che moltiplicano x nella proporzione) daranno per lunghezza del muro 753 palmi ed una piccolissima frazione = 94 canne, 1 palmo di lunghezza.

N. B. Quando in siffatte operazioni havvi una frazione di giorno, bisogna considerar questa come facente parte del numero delle ore in cui gli operaj travagliano ogni giorno, e non già di 24 ore; perciò

nella presente questione, dei 17 giorni è 1/2, la 1/2 val soltanto 5 ore, e non già 12 ore, perchè gli operaj non travagliavano che 10 ore ogni giorno.

Q. 426. In una fabbrica di panni, si son fatte in due camere 246 canne di panno; nella prima camera eranvi 12 operaj che travagliarono durante 20 giorni a 8 ore al giorno; e nella seconda 10 uomini che durante 14 giorni travagliarono 9 ore al giorno; si domanda quante canne ne potran fare 24 uomini in 30 giorni, lavorando 11 ore al giorno. R. Canne 612. 36/53.

Poichè 246 canne son l'opera di due camere; gli operaj, i giorni, e le ore del lavoro concorrono a produrre una medesima causa; ma siccome in ogni camera il tempo del lavoro non era eguale, bisogna moltiplicare in particolare i numeri che rappresentano gli uomini, i giorni, e le ore di ciascuna camera, e far poi la somma dei prodotti; da ciò si avrà:

$$12 \times 20 \times 8 + 10 \times 14 \times 9 : 24 \times 30 \times 11 :: 246 : x = 612 \,.\, 36/53.$$

Q. 427. Dodici muratori impiegati da un architetto per lo spazio di 3 mesi han fatto due mura; il primo è lungo 24 canne, alto 9 palmi, e grosso 2 palmi; il secondo è lungo 28 canne, alto 10 palmi, e grosso 1 palmo e 6 once. Si domanda quanti uomini si son dovuti impiegare per fare nel medesimo tempo due altre mura, uno dei quali è lungo 54 canne, alto 11 palmi, e grosso 1 palmo e 8 once; e l'altro lungo 16 canne, alto 12 palmi, e grosso 1 palmo e 6 once. R. 18 uomini.

24 × 9 × 2 + 28 × 10 × 1 pal. 6 onc. : 54 × 11 × 1 pal. 8 onc. + 16 × 12 × 1 pal. 6 onc. :: 12 : x = R. 18 uomini.

Q. 428. Due mura, il primo dei quali ha 54 canne di lunghezza, 11 palmi di altezza, e 1 palmo e 8 once di grossezza; e il secondo 16 canne di lunghezza, 12 palmi di altezza, e 1 palmo e 6 once di grossezza sono state fatte da 18 uomini; altri 12 uomini han fatto due altre mura, uno lungo 24 canne, alto 9 palmi, e grosso 2 palmi; l' altro alto 10 palmi, e grosso un palmo e 6 once; si domanda qual dovrà essere la lunghezza di quest' ultimo muro. R. 28 canne.

Le due ultime mura non sono che un medesimo effetto, e poichè una dimensione d' uno di queste mura fa l' oggetto della questione, è d' uopo qui trovarla. L' operazione dando per quarto termine la somma dei prodotti delle dimensioni delle due mura, bisognerà sottrarne il prodotto delle tre dimensioni del muro conosciuto, ed il resto sarà il prodotto delle tre dimensioni dell' altro muro, la cui lunghezza è incognita; questo resto diviso per lo prodotto dell' altezza e della grossezza darà al quoziente la lunghezza domandata.

18 : 12 :: (54 × 11 × 1 pal. 8 onc. + 16 × 12 × 1 pal. 6 onc.) : (24 × 9 × 2 + x × 10 × 1 pal. 6 onc.)

$x = 28$ canne per risposta.

Della regola del Tre inversa semplice.

191. La regola del Tre *indiretta o inversa semplice* è una operazione, che si applica ad una questione che contiene quattro termini, tre dei quali son noti; e in cui il primo antecedente contiene il secondo, nella stessa maniera che il secondo conseguente contiene il primo; ovvero essa è una operazione in cui la 1.ª causa : 2.ª causa :: 2.° effetto : 1.° effetto. Ed affinchè il 2.° effetto venga collocato al quarto termine, si metteran-

no (128) i medj al luogo degli estremi, e così si avrà la seguente proporzione, 2.ª causa : 1.ª causa :: 1.° effetto : 2.° effetto.

Per conoscere se una questione esigga una regola del tre dritta o inversa, bisogna osservare (138) che nella dritta le cause sono tra esse come i loro effetti; cioè che la causa più grande deve produrre il più grande effetto, e la causa più piccola il più piccolo effetto; ovvero che il più grande effetto esigge la causa più grande; in una parola il più dà il più, e il meno dà il meno.

Nell' inversa al contrario, le cause sono tra esse (138) in ragione inversa dei loro effetti, cioè; la causa più grande produce il più piccolo effetto, e la causa più piccola produce il più grande effetto; ovvero il più grande effetto proviene dalla causa più piccola, e il più piccolo effetto dalla causa più grande; finalmente il più dà il meno, e il meno dà il più.

192. Allorchè trovasi un numero superfluo nelle questioni proposte, è facile conoscerlo, perchè ordinariamente è il solo della sua specie. ovvero egli è ripetuto nella questione, e non è della specie del termine che si cerca.

Q. 429. Si sa che 8 uomini han fatto un certo lavoro in 15 giorni; si domanda quanto tempo abbisognerebbe a 24 uomini per fare lo stesso lavoro? R. 5 giorni.

Egli è evidente che più uomini saranno impiegati a questo lavoro, meno tempo abbisognerà loro, e che meno uomini vi saranno, più tempo impiegheranno, dunque (138) la regola è inversa; onde bisogna dire:

2.ª causa : 1.ª causa :: 1.° effetto : 2.° effetto
24 : 8 :: 15 : x = 5 giorni.

Q. 430. Si sono impiegati 8 operaj per fare una certa opera in 15 giorni; si domanda quanti operaj

abbisogneranno per fare lo stesso lavoro in 5 giorni. R. 24 operaj.

5 : 8 :: 15 : x = 24

Giacchè si vuole che il lavoro venga più presto a compimento, bisognerà impiegare un maggior numero di operaj: la regola è dunque inversa.

Q. 431. Un Signore ha fatto intavolare gli appartamenti della sua casina; il falegname incaricato di questo lavoro travagliando soltanto 8 ore al giorno ha fatto in 6 mesi di tempo 75 canne di tavolato; si vuol sapere quante ore al giorno dovrebbe travagliare il medesimo falegname per fare un travaglio eguale al primo in 4 mesi. R. 12 ore al giorno.

Facile è lo scorgere che 75 canne sono superflue nella questione; e poichè si vuole che il lavoro sia fatto in minor tempo, abbisogna che il falegname travagli ogni giorno un maggior numero di ore; l'operazione essendo dunque inversa, bisogna mettere, per primo termine la 2.ª causa, e per secondo la 1.ª causa.

4 : 8 :: 6 : x = 12 ore ogni giorno.

Q. 432. Un Capitano incaricato della difesa d'una fortezza guernita di 400 uomini, ha del denaro sufficiente per dare ad ogni soldato 15 grani ogni giorno durante 3 mesi; ma siccome prevede che l'assedio potrà esser lungo, egli vuol far durare il denaro per 5 mesi; si domanda in tal caso quanto dovrà dare ogni giorno a ciascun soldato. R. 9 grani.

5 : 3 :: 15 : x = 9 grani ogni giorno.

Q. 433. Seicento uomini rinchiusi in una fortezza assediata han consumato la metà dei loro viveri in 60 giorni, ma come l'assedio è ostinato, il comandante ha trovato il mezzo di far sortire 200 uomini per pro-

lungare la durata dei viveri; si domanda quanto tempo potran vivere i 400 uomini che son rimasti, avendo l'altra metà dei viveri, e ricevendo la stessa razione. R. 90 giorni.

$$400 : 600 :: 60 : x = 90 \text{ giorni.}$$

Q. 434. In una guarnigione vi sono 12000 uomini aventi 3 mesi di vettovaglie; volendo far durare le stesse per 4 mesi, e dar sempre la medesima razione; si domanda quanti uomini si dovranno far sortire dalla piazza. R. 3000.

$$4 : 3 :: 12000 : x = 9000.$$

Come la proporzione dà per risposta non potersi alimentare che 9000 uomini, abbisognerà farne sortire 3000, poichè 12000—9000=3000.

Q. 435. Se il frumento costa ad On7 3 . 6 la salma, e un pane d'un tarì pesa 2 rotoli e 2 once (di 12 a rotolo); quanto dovrà pesare lo stesso pane allorquando il frumento vale ad On7 2 . 20 la Sal.? R. 2 rotoli 7 once 1/5 (*).

Un tarì è evidentemente il numero superfluo.
On7 2 . 20 : On7 3 . 6 :: rot. 2 . 2 : x = rot. 2 . 7 . 1/5

Q. 436. Un fornajo comprando il frumento ad On7 2 . 20 la salma fa il pane d'un tarì del peso di rot. 2 . 7. 1/5; si vuol sapere quanto dovrà pesare il pane

(*) Questa risposta che sembra giusta in apparenza è falsa in realtà, poichè la medesima è proporzionale insieme al prezzo del frumento, al dritto del macino, alle spese della panizzazione, alla crusca che si leva ec., laddove la proporzione dovrebbe riguardare soltanto la variazione del prezzo del frumento, stantechè il dritto del macino, le spese della panizzazione, la crusca, il dritto di vendita ec. ec. son sempre gli stessi, qualunque sia il prezzo del frumento.

dello stesso prezzo, quando il frumento costa On7 3 . 6. R. 2 rotoli 2 once.

On7 3 . 6 : On7 2 . 20 : : rot. 2 . 7. 1/5 : x = rot. 2 . 2.

Q. 437. Quante canne di panno si dovranno vendere ad On7 3 . 2 . 5 . 5/7 la canna, per ricevere la stessa somma che si riceverebbe, vendendone 5 canne ad On7 4 . 9 . 4 la canna? R. 7 canne.

On7 3 . 2 . 5. 5/7 : On7 4 . 9 . 4 : : 5 C. : x = 7 Canne.

Q. 438. Un particolare ha comprato 5 canne di panno ad On7 4 . 9 . 4 la canna, egli vorrebbe avere, colla stessa somma pagata pel detto panno, 7 canne di castorina; si domanda quanto dovrà pagarla a canna. R. On7 3 . 2 . 5 . 5/7 .

7 canne : 5 canne : : On7 4 . 9 . 4 : x = On7 3 . 2 . 5. 5/7

Q. 439. Un Officiale ha dato a mutuo al 5 per 100 l' anno Duc. 2000, i quali gli han prodotto in 4 anni Duc. 400 di benefizio, egli vorrebbe ricevere collo stesso capitale il medesimo interesse in 3 anni; a quanto per 100 l' anno dovrà dare il suo denaro? R. Al 6. 2/3 per 100.

Si vede che i numeri 2000 e 400 sono inutili per risolvere questa questione.

3 : 4 : : 5 per °/₀ : x = R. 6. 2/3 per 100.

Q. 440. Si vuol sapere quante canne di saja larga 4 palmi abbisognino per foderare intieramente un mantello che contiene 2 canne 7/8 di panno, largo 6 palmi. R. Can. 4 . 5/16.

4 : 6 : : 2 canne 7/8 : x = R. 4 canne 5/16

Q. 441. Un particolare per farsi un abito ha comprato 7 palmi di panno largo 6 palmi; egli vuole farsene un altro della medesima forma e grandezza, ma con una stoffa larga 3 pal. 1/4; qual dovrà esser la lunghezza della stoffa? R. 12 pal. 12/13.

$$3.\ 1/4 : 6 :: 7 \text{ pal.} : x = \text{R. } 12 \text{ pal. } 12/13.$$

Q. 442. Un Mercante panniere si è preso l'incarico di fornire il drappo necessario per vestire 896 soldati. Egli ha già consegnato 1589 canne di panno largo 5/4; quante canne di fodera dovrà dare, se questa non è larga che 3/4? R. 2648 canne 1/3.

$$3/4 : 5/4 :: 1589 : x$$
$$\text{o (Q. 273). } 3 : 5 :: 1589 : x = \text{R. } 2648 \text{ canne } 1/3.$$

Della regola del Tre inversa doppia

193. La regola del Tre inversa doppia è quella che contiene due o più regole inverse semplici, le quali si riducono, riguardo alle operazioni, al metodo insegnato (191) e alla pratica d'una sola regola dritta semplice (138).

Q. 443. La guarnigione d'una piazza consistente in 6000 uomini ha per 6 mesi del frumento sufficiente per fare la razione del pane del peso di 18 once; se si vorrà aumentare questa guarnigione di 500 uomini, e far che il frumento duri 10 mesi, di qual peso dovrà farsi la razione del pane di ciascun soldato? R. Di 9 once 63/65.

Gli uomini ed i mesi concorrono a formare le due cause. questi saranno dunque i due primi termini (137); ma più uomini vi saranno, meno grande sarà la ra-

zione; quindi la questione è inversa a questo riguardo. Similmente più tempo si vorran far durare i viveri, meno se ne dovrà dare a ciascuno; questa circostanza esigge anche una regola inversa; qui dunque essendovi due regole inverse, si dovran porre per primo termine i numeri che concorrono a formare la 2.ª causa, e per secondo termine quelli che formano la prima causa ec.

Se si vuole aumentare la guarnigione di 500 uomini, questi riuniti ai 6000 che vi erano formeranno 6500 uomini.

$6500 \times 10 : 6000 \times 6 :: 18$ once : $x =$ R. 9 once $^{63}/_{65}$.

Q. 444. In una fabbrica, 35 operaj travagliando 9 ore al giorno han fatto 450 canne di stoffa in 20 giorni; quanti giorni abbisogneranno a 60 uomini per farne la stessa quantità, non travagliando che 5 ore al giorno? R. 21 giorni.

$60 \times 5 : 35 \times 9 :: 20 : x =$ R. 21 giorni.

Q. 445. Coi viveri che sono in una piazza, le razioni si posson fare del peso di 24 once, per 3500 uomini, e per la durata di 3 mesi; di quanto si dovrebbero diminuire le razioni, se si riducesse la guarnigione a 2100 uomini, e se si volessero far durare i viveri per 6 mesi? R. Di 4 once, cioè; che ogni razione dovrà essere di 20 once.

$2100 \times 6 : 3500 \times 3 :: 24 : x =$ R. 20 once. Bisognerà diminuire le razioni di 4 once.

Q. 446. Se 9 uomini lavorando 10 ore al giorno fanno una certa opera in 35 giorni, quanto tempo sarà necessario a 13 uomini per fare lo stesso lavoro, travagliando 12 ore al giorno? R. 20 giorni $^{5}/_{26}$.

$13 \times 12 : 9 \times 10 :: 35$ giorni : $x =$ R. 20 giorni $5/26$.

Queste operazioni si potrebbero fare con due operazioni, seguendo i principj insegnati (188). Esempio per la questione 444, in cui 450 è un numero superfluo (192).

1.ª proporzione. 5 ore : 9 ore :: 20 gior. : $x =$ 36 giorni.
2.ª proporzione. 60 uom. : 45 uom. :: 36 gior. : x = 21 giorni.

Della regola del Tre composta

194. Nella regola del Tre composta son comprese le regole già descritte, di cui si posson vedere le definizioni (136, 138, 191). Questa dicesi composta, non per altro che per contenere delle regole dritte e delle inverse, poichè si è sempre ad una regola del tre dritta semplice che si riduce l' operazione; quindi qui si tratta soltanto di ben disporre i numeri che concorrono a formare una medesima causa, od un medesimo effetto, dipendendo tutto dal primo termine ben compreso e ben disposto. Se la parte della questione che si esamina esigge una regola dritta, e se vi siano due cause conosciute, la prima di queste sarà il primo termine. Se la cosa ricercata è una causa, e se vi sieno due effetti conosciuti, il primo effetto sarà il primo termine ec. Per le parti che esiggeranno una regola inversa, si farà tutto al contrario (191), il primo termine sarà la seconda causa, cioè la causa di cui l' effetto è incognito; il secondo termine la prima causa ec.

Q. 447. Se 2 uomini in 6 giorni fanno 30 canne

di tela, quanti uomini abbisogneranno per farne 90 canne in 4 giorni? R. 9 uomini.

Più canne si dovran fare, più uomini abbisogneranno; in questa parte la regola è dritta; meno giorni si travaglierà, più operaj saranno necessarj; a questo riguardo essa è inversa.

1.ª propor. per la dritta. $30 : 90 :: 2 : x = 6$ uomini
2.ª propor. per l' inversa. $4 : 6 :: 6 : x = 9$ uomini
in una sola propor. $30 \times 4 : 90 \times 6 :: 2 : x = 9$ uomini

Q. 448. Nove uomini han dovuto travagliare 4 giorni per fare 90 canne di tela; quanti uomini abbisogneranno per farne 30 canne in 6 giorni? R. 2 uomini.

$$90 \times 6 : 30 \times 4 :: 9 : x = \text{R. } 2 \text{ uomini}$$

Q. 449. Si sa che 9 uomini han fatto 90 canne di drappo in 4 giorni; quanti giorni abbisognerebbero a 2 uomini per farne 30 canne? R. 6 giorni.

$$90 \times 2 : 30 \times 9 :: 4 : x = \text{R. } 6 \text{ giorni}$$

Q. 450. Sapendo che 30 canne di stoffa sono state fabbricate in 6 giorni da 2 operaj, si vuol sapere quanti giorni abbisogneranno a 9 operaj per farne 90 canne. R. 4 giorni.

$$30 \times 9 : 90 \times 2 :: 6 : x = \text{R. } 4 \text{ giorni.}$$

Le tre questioni precedenti son formate dalla questione 447.

Q. 451. Un Architetto ha impiegato 30 muratori i quali in 60 giorni han fatto 1317 canne di muro; quanto tempo abbisognerà a 20 muratori per farne 439 canne? R. 30 giorni.

$$1317 \times 20 : 459 \times 30 :: 60 : x = \text{R. } 30 \text{ giorni.}$$

Q. 452. Un Negoziante ha pagato On7 12, per lo trasporto di 15 quintali di mercanzie in un luogo distante di 30 leghe; si vuol sapere quanti quintali a proporzione ne potrà far portare per On7 3 . 22, in un luogo distante di 20 leghe. R. 7 quintali.

On7 12 × 20 : On7 3 . 22 × 30 :: 15 q.li : x = R. 7 q.li

Per istabilire la proporzione, si vede che il numero 15 quintali, essendo omogeneo (137) al numero domandato, deve essere il terzo termine; poi si dice: più la somma che si paga è grande, più quintali di mercanzie si faranno portare: la regola è dritta a questo riguardo (138); si scrive dunque nel primo termine On7 12 parte della prima causa. Poscia si osserva che più la distanza sarà grande, meno quintali si potranno portare per un dato prezzo; sotto questo rapporto la questione esigge una regola inversa (191), si scrive dunque nel primo termine 20 leghe, che sono parte della seconda causa. Pel secondo termine, si prende On7 3 . 22, parte della seconda causa, e 30 leghe parte della prima, ed il prodotto di questi due numeri forma il secondo termine.

Q. 453. Se On7 490 di capitale han prodotto in un anno e 9 mesi On7 38 . 22 . 10 d'interesse, qual sarebbe il capitale che produrrebbe On7 70 . 18 . 15 d'interesse in 2 anni, 1 mese e 15 giorni? R. On7 735 . 13 . 18. 494/527.

Considerando esser composto l'anno di 360 giorni (21), un anno e 9 mesi = 630 giorni; e 2 anni, 1 mese e 15 giorni = 765 giorni.

On7 38 . 22 . 10 × 765 : On7 70 . 18 . 15 × 630 :: On7 490 : x = On7 735 . 13 . 18 . 494/527.

Q. 454. Se in 4 anni si ricevono On7 48 per interesse d'un capitale di On7 240, quanto tempo abbisognerà per ricevere On7 133 per interesse d'un

capitale di On7 380 dato al medesimo interesse? R. 7 anni.

$48 \times 380 : 133 \times 240 :: 4 : x =$ R. 7 anni.

Q. 455. Si sa che 4 operaj in 9 giorni han fatto 108 canne d' un certo lavoro; si sa parimente che 72 canne d' un opera simile sono state fatte in 3 giorni; si domanda quanti uomini sono stati impiegati a quest' ultimo lavoro. R. 8 operaj.

$108 \times 3 : 72 \times 9 :: 4 : x =$ R. 8 operaj.

N. B. Per risolvere le questioni sulla regola composta, gioverà adoperare il terzo metodo che abbiam seguito nella regola del tre dritta doppia, non perdendo però di vista ciò che abbiam detto nel n.° 190, e nelle soluzioni delle questioni 419 e 424.

Q. 456. Se in un anno si è guadagnato il 5 per 100, con qual capitale si potranno guadagnare On7 30 in 16 mesi? R. Con On7 450.

$5 : 30 :: 100 \times 12 : x \times 16$ mesi = On7 7200
On7 7200 diviso per 16 = R. On7 450.

Q. 457. Se 50 uomini spendono On7 408.15 in 19 giorni; quanti giorni dureranno a proporzione On7 817 a 25 uomini? R. 76 giorni.

On7 408.15 : On7 817 :: $50 \times 19 : 25 \times x$; $x = 76$ giorni.

Q. 458. Per far trasportare 7 quintali di mercanzie e 20 leghe di distanza, si son pagate On7 3.22; si domanda a qual distanza si potranno far portare 15 quintali per la somma di On7 12. R. A 30 leghe.

On7 3.22 : On7 12 :: $20 \times 7 : x \times 15$; $x = 30$ leghe.

Questa ultima questione può servire di prova alla questione 432, quantunque la risposta di questa non sia omogenea alla risposta di quella.

Sarebbe buono per esercitare gli scolari, di far lor comporre e risolvere tutte le questioni che si posson formare da una questione qualunque, che è stata loro proposta.

Se si vorrà soltanto la prova dell'operazione, basterà cambiare il luogo dei due primi termini (139), e prendere per terzo termine la risposta della questione proposta; se la prova darà il terzo termine della regola, l'operazione sarà ben fatta.

Della regola congiunta

195. La regola congiunta è così nominata perchè essa riunisce diverse regole del tre, che si posson risolvere con una sola operazione.

Questa regola serve a risolvere le proposizioni più difficili del banco (*), dei cambj esteri, della combinazione od unione dei cambj detta *arbitrato* e dai fran-

---

(*) Chiamasi *Banco* un luogo autorizzato dalle potenze, o dai magistrati delle città di commercio in cui queste case sono stabilite, e nel quale i particolari possono depositare il loro denaro per esservi in sicurezza. Il banchiere è un negoziante il cui principale commercio è di prendere o dare delle cambiali sopra diversi paesi, o sopra diverse piazze o città.

Cambj esteri. Questa è la corrispondenza ed il rapporto che le monete, le misure di lunghezza e di capacità, i pesi dei differenti regni hanno tra loro: Si danno di queste cose in una piazza per farle avere in un altra.

Arbitrato, è l'unione o combinazione di diversi cambj che si fa per sapere qual è quello tra essi, che offre maggior profitto, per trarre o per rimettere.

Pari, è questa l'egualità che si trova tra le misure, i titoli delle monete di diversi paesi che fanno tra loro de' cambj di queste cose.

eesi *arbitrage*; a scoprire il pari delle piazze di commercio, a ridurre le misure ed i pesi d' un paese in misure e pesi d' un altro paese ec.

196. L' analogia o proporzione delle regole congiunte si fa così: prima si determina il terzo termine, il quale è sempre eguale in valore al quarto termine, che è l' oggetto della questione; poscia si prende per primo antecedente parziale un termine omogeneo al terzo termine, e per primo conseguente parziale il numero che è uguale in valore a questo antecedente. Il secondo antecedente parziale è della medesima specie del primo conseguente, ed il secondo consequente è uguale in valore al secondo antecedente ec., facendo sempre ciascun antecedente della medesima specie del consequente che lo precede, e ciascun consequente uguale in valore al suo antecedente: l' ultimo consequente sarà della medesima specie del termine domandato.

Bisogna osservare che nella regola congiunta non si contano che tre termini conosciuti, per quanto composta essa sia, ed il quarto termine che si cerca. Il primo termine o antecedente del primo rapporto (130) è formato dal prodotto di tutti i numeri scritti gli uni sotto gli altri, e che noi chiamiamo *antecedenti parziali*; il secondo termine o consequente del primo rapporto vien formato similmente dalla moltiplicazione dei numeri scritti pure gli uni sotto gli altri, e che diciamo *consequenti parziali*; il terzo termine è un numero solo incomplesso o complesso (7); il quarto termine finalmente è omogeneo all' ultimo consequente parziale, e forma la risposta della proposizione.

Siccome ci siam proposti di dare nella seconda parte di questo trattato un corso completo del cambio delle monete estere, daremo quà poche questioni sopra questa regola, per insegnare soltanto la disposizione dei termini, e tratteremo a suo luogo questa parte quanto essa n' è suscettibile.

Q. 459. Il prescintto costa in Napoli Duc. 32 il q.^le; si domanda quanto costerà in Palermo il rotolo di

quel presciutto, sapendo che il quintale napolitano vale 111 rotoli di Palermo, e che il cambio tra Napoli e Palermo è a 122 Ducati per 100 pezzi di 12 tarì, e supponendo inoltre che al prezzo suddetto di Duc. 32, il venditore di Napoli sia obbligato a far portare in Palermo il detto presciutto franco di qualsivoglia spesa. R. tt. 2 . 16 . $^{1608}/_{2257}$.

Operazione

111	rotoli di Palermo fanno	1 q.^{le} di Napoli
1	q.^{le} di presciutto costa	32 Ducati
122	Duc. fanno	100 pezzi di 12 tarì
1	pezzo vale. . . .	12 tarì
	quanti tarì costerà .	1 rotolo di presciutto.

122	32
111	× 12
122	384
122 .	× 100
122 . .	
13542	38400 ⎫ 13542
	11316 ⎬ ———
	20 ⎭ tt. 2 . 16. $^{1608}/_{2257}$.
	226320
	. 90900
	9648

Q. 460. Il summacco costa in Palermo On 7 3 . 14 il quintale; le spese di nolo, di responsale, di facchini ec. Sono calcolate a tt. 12 il quintale siciliano; si domanda quanto si dovrà vendere in Napoli il quintale di questo summacco, sapendo che il quintale napolitano vale 111 rotoli siciliani, e che il cambio tra Napoli e Palermo è a 122, e volendo fare col rivenderlo un guadagno di 8 per 100. R. Duc. 14 . 13. $^{7849}/_{10000}$.

Operazione

1	q.le napoletano vale. . .	111	rot. siciliani
100	rot. sic. di sum. colle spese On7	3 . 26.	
40	On7 fanno.	122	Ducati
100	devono produrre col guadagno	108	Ducati
	quanti Duc. costerà in Nap.	1	q.le di sum.

```
     100                     122
×    100                     108
  ———————                   —————
   10000                     976
×     40                    1220.
  ———————                   —————
  400000                    13176
                              111
                           ———————
                            13176
                           13176.
                          13176..
                          ———————
                          1462536
                      × On7    3.26
                        ————————————
                          4387608
                           731268
                           487512
                            48751 . 6
                        ————————————
                         5655139 . 6 } 400000
                         1655139     { ——————
                          .55139     } Duc. 14.13
                              100
                          ——————————
                          55139 60
                          15139 60
                           313960/400000
                        = 7849/10000
```

Q. 461. Il frumento si vende in Napoli 15 carlini il tumolo napoletano del peso di 48 rotoli pure napoletani. Se ne sono caricati in Napoli sopra un bastimento siciliano 364 tumoli; il nolo da Napoli in Palermo è stato convenuto a tt. 7 siciliani per ogni salma; la commessione alla compra è di 2 per 100; il cambio di Napoli e Palermo è di Ducati 122 per 100 pezzi = On7 40; 100 rotoli napoletani fanno 111 rotoli siciliani. Si domanda 1.° quante salme siciliane di frumento dovrà consegnare il capitano in Palermo se 2 tumoli siciliani pesano 35 rot.; 2.° quanto vien costata la salma siciliana di questo frumento; 3.° quanto si dovrà pagare in Palermo per la compra dei sopraddetti 364 tumoli napoletani.

1.ª *Operazione*

1 tumolo napoletauo pesa	48 rot. napoletani
100 rotoli napoletani fanno	111 rot. in Palermo
35 rot. palermitani fanno	2 tumoli siciliani
16 tumoli siciliani fanno	1 salma siciliana
quante salme siciliane per	364 tumoli napolitani.
35	111
16	48
210	888
35	444
560	5328
100	2
56000	10656

```
56000 : 10656 :: 364 : x
          364
        -----
        42624
       63936.
      31968..
      -------
      3878784 )   56000
       518784 {  -------
        14784 ) Sal. 69 . 4 . 0 . 3 . 511/875
    ×      16
      -------    quantità di frumento che
        88704    il capitano dovrà conse-
       14784     gnare in Palermo.
      -------
       236544
       ,12544
    ×       4
      -------
        50176
    ×       4
      -------
       200704
        32704
```

2.a *Operazione*

1	Sal. siciliana vale	16 tumoli siciliani
2	tumoli siciliani pesano	35 rot. siciliani
111	rot. siciliani fanno	100 rot. napoletani
48	rot. napolitani fanno	1 tumolo napoletano
1	tum. napoletano costa	15 Carlini napoletani
100	per commessione fanno	102.
10	carlini napoletani fanno	1 Ducato
122	Duc. per cambio fanno On7 40	
	Quante On7 costerà	1 Sal. siciliana ?

```
   122
×   48
------
   976
  488
------
  5856
× 111
------
  5856
 5856
5856
------
650016
×    2
---------
1300032000
```

```
     16
×    35
------
     80
    48
------
    560
×    15
------
   2800
   560
------
   8400
×   102
------
  16800
 84000
------
 856800
×    40
--------
34272000
×     100
---------
3427200,000 }  1300032,000
 827136     { -------------
×     30    }  On7 2 . 19 . 1 .
---------
24814080
11813760
 .113472
×     20
---------
 2269440
 969408/1300032 = 15147/20313.
```

La Sal. siciliana costa	On7 2 . 19 . 1 . 15147/20313.
Il nolo per ogni salma	7
La Sal. col nolo costa	On7 2 . 26 . 1 . 15147/20313.

3.ª *Operazione*

Poichè una salma siciliana di frumento costa con tutte le spese On7 2 . 26 . 1 . 15147/20313, e che 364 tumoli napoletani fanno 69 Sal. 4 tum. 0 mon. 3 car. 511/875, 364 tumoli napoletani costeranno tanto quanto il numero delle salme siciliane corrispondenti moltiplicate per lo prezzo della salma cioè per On7 2 . 19 . 1 15147/20313.

Sal.	69 . 4 . 0 . 3 . 511/875.	
× On7	2 . 19 . 1 . 15147/20313.	
	138	
tt. 15 . .	34 . 15	
3 . .	6 . 27	
1 . .	2 . 9	
gr. 1 . .	0 . 3 . 9	
15147/20313 .	0 . 2 . 11 .	9180/20313
tum. 4 . .	0 . 19 . 15 .	8865/20313
car. 2 . .	0 . 2 . 9 .	17451/40626
1 . .	0 . 1 . 4 .	58077/81252
511/875 . .	0 . 0 . 14 .	246519/568764
	182 . 21 . 4 .	

Le frazioni producono 2 grani ed una piccola frazione trascurata.

Risposta. 1.° Il capitano dovrà consegnare in Palermo 69 Sal. 3 tum. o mon. 2 car. $^{511}/_{875}$.
2.° La salma costa in Palermo On7 2 . 19 . 1. $^{15147}/_{20313}$
più pel nolo 7

On7 2 . 26 . 1. $^{15147}/_{20313}$.

3.° I 364 tumoli napoletani = Sal. 69 . 4 . o . 3 . $^{511}/_{875}$ costeranno in Palermo On7 182 . 21 . 4 , ed una piccola frazione. Questa è la somma che si dovrà pagare a colui che è stato commessionato di comprare il frumento in Napoli; sopra la quale somma non è compresa quella dovuta al capitano pel suo nolo.

N.B. Nei calcoli di questa natura, vengono per ordinario delle frazioni con termini grossissimi, le quali si sogliono trascurare, o si può prendere una piccola frazione approssimativa, locchè produce una differenza insensibile che non suol calcolarsi. Sarà buono però che i discenti calcolino queste frazioni in tutta la loro estenzione, la qual cosa non contribuirà poco a fortificarli nel calcolo.

197. Per facilitare le operazioni della regola congiunta, si potranno dividere (123) gli antecedenti parziali ed i consequenti parziali per un medesimo numero, locchè riduce spesse fiate all' unità il prodotto degli antecedenti o quello de' consequenti in queste specie di regole.

La prova della regola congiunta si fa con una nuova operazione, prendendo per terzo termine la risposta della regola, nel qual caso l' ultimo consequente parziale diviene il primo antecedente parziale, e così degli altri, osservando le regole indicate (196).

Q. 462. Il cacio cavallo si vende in Sicilia On7 4 . 15 il quintale; un particolare sentendo che questo vendesi in Napoli a Duc. 18 il quintale desidera sapere se vi fosse vantaggio a mandarvelo, sapendo che il cambio tra Napoli, e Palermo è a 121, e se re-

stasse del denaro sufficiente per far fronte alle spese del nolo, trasporto ed altro.

1 q.le napoletano vale	111 rot. siciliani
100 rot. Sic. di cacio costano Onz	4 . 1/2
Onz 40 per cambio fanno	121 Ducati
quanto costerà in Napoli	1 q.le di cacio

```
 40          121
 100         111
-----        ----
4000         121
             121.
             121..
             -----
             13431
                4. 1/2
             ------
             53724
              6715. 1/2
             ---------
             60439. 1/2  ) 4000
             20439       { ----------
              .439       ) D.15.10. 79/80
                100
             ------
              43950
              .3950
```

R. Al prezzo di Onz 4 . 15 il quintale siciliano, il cacio cavallo vien costato Duc. 15.10 79/80 il quintale napolitano, e giacchè il medesimo si vende in Napoli Duc. 18, vi è un guadagno di Duc. 2 . 89 . 1/80 a quintale per fare fronte alle spese occorenti.

N. B. In vece di scrivere Onz 4 . 15, si sono scritte Onz 4 . 1/2, lo che vien più facile nel caso che si vogliano fare sparire le frazioni; questo si fa moltiplican-

do gl' intieri che contengono delle frazioni per lo denominatore, e aggiungendo al prodotto il numeratore. Si moltiplica parimente per questo denominatore un termine qualunque del medesimo rapporto, in modo che il primo ed il secondo termine siano moltiplicati per un medesimo numero.

Q. 463. Se il cacio cavallo si vende in Napoli Duc. 15 . 10 . 79/80 il quintale, a qual prezzo dovrà comprarsi in Sicilia per non guadagnare nè perdere, supponendo il cambio tra Napoli e la Sicilia a 121, e non badando alle spese di trasporto ed altro? R. On7 4 . 15.

Questa questione serve di prova alla precedente.

1 quintale Siciliano vale . . 100 rotoli
111 rotoli Siciliani fanno. . . 1 q.le napoletano
1 q.le napoletano costa . Duc. 15 . 10 . 79/80
121 Duc. per cambio fanno On7 40
quanto costerà . . . . . . 1 q.le Siciliano

```
  121              40
  111             100
               --------
  121            4000
 121.      Duc.  15 . 10 . 79/80
121..          ------------
-----           60000
13431             400
                   39 . 1/2
               ----------
                60439 . 1/2 } 13431
                .6715       } -------
                    2       } On7 4 . 1/2
               ------
                13431
                 0000
```

Q. 464. Il panno fino si vende in Francia 40 franchi l'auna; il cambio tra Palermo e la francia è a 48

grani siciliani per un franco; si domanda a quanto vien costata in Palermo la canna di questo panno, senza comprendervi le spese di Dogana, nolo ec., sapendo che la canna siciliana vale 8 palmi, e che l'auna di Francia vale 4 . 1/2 palmi siciliani.

Operazione

1 canna siciliana vale . . .	8 palmi
4 . 1/2 palmi siciliani fanno .	1 auna
1 auna di panno costa . . .	40 tranchi
1 franco per cambio vale . .	48 gr. siciliani
20 gr. siciliani fanno . . .	1 tarì
30 tarì fanno On7	1
quanto costerà in Palermo	1 canna di panno

Per abbreviare l'operazione, dividiamo gli antecedenti parziali ed i conseguenti parziali per un medesimo numero nel modo seguente: Nel 20 antecedente, e nel 40 conseguente tronchiamo lo zero, e resteranno 2 e 4, i quali divisi per 2, restano 1 e 2 che si scriveranno al lato di 20 e di 40, e si tirerà una linea sopra questi due numeri. L'antecedente 30, ed il conseguente 48 sono divisibili per 6; in vece di questi due numeri che si cancelleranno con una linea, si scriverà al lato di essi 5 e 8: i termini saranno dunque ridotti ai sequenti: (*)

1	8
4 1/2	1
1	2 in vece di 40
1	8 in vece di 48
1 in vece di 20. . .	1
5 in vece di 30. . .	1

(*) La mancanza di cifre tagliate in questa Stamperia ci obbliga a dare questa lunga dimostrazione; ma nella pratica, si traccerà una linea soltanto sopra il numero che si vuol cancellare, e si scriverà il nuovo al lato di esso.

Resta l'antecedente 4 . 1/2 nel quale si deve fare sparire la frazione. Si moltiplica il 4 per 2 = 8 + 1 numeratore = 9 in vece di 4 . 1/2 ; si moltiplica parimente per 2 uno dei conseguenti qualunque ; per esempio 8 , e si avrà in vece 16.

```
4 . 1/2 = 9            16 in vece di 8
  ×     5               2
  ———————              ———
       45 Divisore     32
                        8
                       ———
                      256  )  45
                       31  { ————
                        30 ) On7 5 . 20 . 13 . 1/3
                       ———
                       930
                       . 30
                         20
                        ———
                        600
                        150
                         15
```

La canna di questo panno costerà dunque in Palermo, senza computarvi le spese, On7 5 . 20 . 13 . 1/3 .

Queste operazioni ci sembrano sufficienti per insegnare la regola congiunta ; riserbandoci di parlarne più estesamente nella seconda parte di quest' Opera in cui tratteremo il cambio delle monete estere.

Della Regola di Compagnia

198. La regola di *Compagnia* o di *Società* è così detta, perchè serve a dividere tra varj compagni il guadagno o la perdita che risulta dalla loro società.

Lo scopo di questa regola è di dividere delle somme proposte in parti proporzionali a numeri conosciuti; a tal uopo si adopera la regola del tre dritta (136).

Si distinguono due specie di regole di compaguia; alcune sono semplici e per un medesimo tempo, ed allora le ripartizioni si fanno a proporzione delle messe di ciascun socio; altre poi son composte, o a diverso tempo, come si vedrà quì appresso (200).

Il primo termine di questa regola è sempre la somma dei fondi, il secondo è la somma che si vuol dividere, i terzi termini sono le messe particolari, ovvero i numeri che esprimono la parte che ciascun socio deve avere nella società, ed i quarti termini daranno la parte del guadagno o della perdita che spetta a ciascun socio. Esempio; Tre individui si sono associati per un certo negozio; il primo ha messo On7 21, il secondo On7 30, ed il terzo On7 24; essi han fatto un guadagno di On7 25, si domanda la parte del guadagno che spetta a cadauno, a proporzione della sua messa.

Poichè il guadagno di ciaschedun deve essere proporzionato alla sua messa particolare, bisogna che vi sia un medesimo rapporto tra la messa del primo e la sua parte del guadagno, che tra la messa del secondo e la sua parte del lucro; e similmente tra la messa del terzo e la parte che gli tocca del guadagno. Si avranno dunque questi tre rapporti eguali; la messa del primo On7 21 : suo guadagno :: la messa del secondo On7 30 : suo guadagno :: la messa del terzo

On7 24 : suo guadagno. Or se si fa la somma degli antecedenti, e quella dei conseguenti, si avrà (129) 21 + 30 + 24 = 75 : guadagno del primo + guadagno del secondo + guadagno del terzo :: un antecedente è al suo conseguente; cioè come la messa di uno dei socj è al suo guadagno. Ma la somma degli antecedenti è la somma delle messe, e la somma dei conseguenti è il guadagno totale; dunque,

$$75 : 25 :: \left\{ \begin{matrix} 21 \\ 30 \\ 24 \end{matrix} \right\} : \begin{matrix} \text{On7} & 7 & \text{guadagno del 1.°} \\ & 10 & \text{. . . del 2.°} \\ & 8 & \text{. . . del 3.°} \end{matrix}$$

La prova si fa col sommare le parti di ciascun socio, e la somma totale deve essere uguale a quella che si dovea dividere.

Q. 465. Tre mercadanti han fatto società; il primo ha messo On7 35 . 15, il secondo On7 48, ed il terzo On7 66 . 15; essi han guadagnato On7 90; si domanda qual sarà il guadagno di ciascheduno a proporzione della sua messa. R. il guadagno del primo On7 21 . 9, del secondo On7 28 . 24, e del terzo On7 39 . 27.

Messa del primo On7	35 . 15.
id. del 2.° . .	48 . —.
id. del 3.° . .	66 . 15.
Totale delle messe On7	150 .

$$150 : 90 :: \left\{ \begin{matrix} \text{On7 } 35 . 15 \\ 48 . 0 \\ 66 . 15 \end{matrix} \right\} : \begin{matrix} \text{On7 } 21 . 9. & \text{parte del 1.°} \\ 28 . 24. & \text{id. del 2.°} \\ 39 . 27. & \text{id. del 3.°} \end{matrix}$$

Prova . On7 90 . guadagno totale.

Q. 466. Quattro Negozianti han fatto una società di commercio, e dopo un certo tempo volendo scioglierla, trovano un guadagno di On7 1345 . 17 . 8; si domanda qual sarà la parte di ciascun socio a proporzione della sua messa, sapendosi che il primo abbia posto On7 437 . 25 . 6, il secondo On7 397 . 18. 12, il terzo On7 645 . 24 . 10, ed il quarto On7 548 . 12 . 15.

Messa del 1.°	On7	437 . 25 . 6
id. del 2.°		397 . 18 . 12
id. del 3.°		645 . 24 . 10
id. del 4.°		548 . 12 . 15
Totale delle messe	On7	2029 . 21 . 3

Operazione per lo primo

On7 2029 . 21 . 3 : On7 1345 . 17 . 8 :: On7 437 . 25 . 6 : x

```
   30                                  30
 -----                               -----
 60891                               13135
    20                                  20
 -------          262706             -----
1217823 : On7   1345 . 17 . 8  ::   262706

                1313530
               10508240
               78811800
              262706000
tt. 10 . .        87568 . 20
     5 . .        43784 . 10
     2 . .        17513 . 22
gr.  8 . .         3502 . 22 . 8
              --------------------
              353491939 . 14 . 8
```

On7 353491939 . 14 . 8 ⎫ 1217823
109922733 ⎬ ―――――
00323269 ⎭ On7 290.7.19
30
―――――
9698084
1173323
20
―――――
23466468
11288238
. 327831/1217823

Operazione pel secondo

On7 2029 . 21 . 3 : On7 1345 . 17 . 8 :: On7 397.18.12 : ≈
30 30
――――― ―――――
60891 11928
20 20
――――― 238572 ―――――
1217823 : On7 1345 . 17 . 8 :: 238572

1192860
9542880
71571600
238572000
tt. 10 . . 79524
5 . . 39762
2 . . 15904 . 24
gr. 8 . . 3180 . 28 . 16
―――――
321017711 . 22 . 16

```
321017711 . 22 . 16 }  1217823
.7745311            { ----------------
 .4383731           } On7 263 . 17 . 19
  .730262
       30
-----------
  21907882
  9729652
  1204891
       20
-----------
  24097836
  11919606
   .959199/1217823
```

Operazione pel terzo

```
On7 2029.21.3 : On7 1345.17.8 :: On7 645.24.10 : x
     30              30
-----------     -----------
   60891           40367
      20              20
-----------     -----------
 1217823          807348
                    645 . 24 . 10
                -----------------
                 4036740
                32293920
               484408800
tt. 15 . . .  403674
     6 . . .  161469 . 18
     3 . . .   80734 . 24
gr. 10 . . .   13455 . 24
              -----------
              521398794 . 6
```

```
521398794 . 6 ⎫ 1217823
 . 3426959     ⎨ ─────────────
  . 9913134    ⎭ On7 428 . 4 . 4
   . 170550
         30
 ─────────
    5116506
    . 245214
          20
    ─────────
    4904280
    . . 32988/1217823
```

Operazione pel quarto

On7 2029.21.3 : On7 1345.17.8 :: On7 548.12.15 : x

```
    30              30
 ────────       ────────
  60891           40367
     20              20
 ────────       ────────
 1217823         807348
                  548 . 12 . 15
                ─────────────
                 6458784
                32293920
               403674000
tt. 10  . . . .   269116
     2  . . . .    53823 . 6
gr. 10  . . . .    13455 . 24
     5  . . . .     6727 . 27
               ──────────────
               442769826 . 27
```

```
442769826 . 27 }  1217823
. 7742292      {-----------------
. 4353546      } On7 363 . 17 . 4
  700077
      30
-----------
21002337
. 8824107
 . 299346
       20
-----------
5986920
1115628/1217823
```

Risposta

Parte del primo	On7	290 .	7 .	19 .	327831/1217823
id. del 2.° . .		263 .	17 .	19 .	959199/1217823
id. del 3.° . .		428 .	4 .	4 .	32988/1217823
id. del 4.° . .		363 .	17 .	4 .	1115628/1217823
Prova . .	On7	1345 .	17 .	8 .	2435646/1217823

Q. 467. Tre Mercadanti avendo fatto una società han perduto On7 120 . 15 ; il primo avea messo On7 240, il secondo On7 160, ed il terzo On7 80 ; si domanda qual sarà la perdita di ciascun socio, in proporzione della sua messa di fondi.

Messa del primo .	On7	240
id. del 2.° . . .		160
id. del 3.° . . .		80
Totale delle messe	On7	480

$$\text{On}_7\ 480 : \text{On}_7\ 120.15 :: \begin{Bmatrix} 240 \\ 160 \\ 80 \end{Bmatrix} : \begin{matrix} \text{On}_7\ 60\ .\ 7\ .\ 10\ . & 1.^{\circ} \\ 40\ .\ 5\ . & 2.^{\circ} \\ 20\ .\ 2\ .\ 10\ . & 3.^{\circ} \end{matrix}$$

Prova. Perdita totale On7 120 . 15 .

Q. 468. Un uomo morendo si ritrova debitore di On7 7500 a tre creditori, cioè: al primo di On7 3000, al secondo di On7 2625, ed al terzo di On7 1875; egli lascia soltanto in denaro ed in effetti On7 4500; si domanda la parte che ciascun creditore avrà di questa somma, a proporzione del suo credito.

Poichè On7 7500 si riducono ad On7 4500, si tratta di trovare a che si ridurrà ogni somma dei creditori.

7500 : 4500, ovvero 75 : 45, ovvero (123)

$$5 : 3 :: \begin{Bmatrix} 3000 \\ 2625 \\ 1875 \end{Bmatrix} : \text{R.} \quad \begin{matrix} \text{On}_7\ 1800 \text{ pel primo} \\ 1575 \text{ pel secondo} \\ 1125 \text{ pel terzo} \end{matrix}$$

Prova On7 4500

Q. 469. Otto Negozianti, ognuno dei quali ha un giovane, e cinque altre persone, han formato una società, nella quale ciascuno è interessato in modo che ciascuno dei giovani deve avere i $2/3$ della parte d'uno dei negozianti, e ciascuna delle altre cinque persone $3/4$ della parte di un giovane. Essi han fatto un guadagno di On7 2090; qual sarà la parte di ciascun socio?

Supponendo che ciascun dei Negozianti prenda per sua parte del guadagno Onz 6, gli otto negozianti prenderanno insieme Onz 6 × 8 . . . . Onz 48.

Ciascuno dei giovani, dovendo avere $^2/_3$ della parte d' un negoziante, avrà Onz 4; e siccome i medesimi sono 8, avranno insieme Onz 4 × 8 . . . . , Onz 32.

Ciascuna delle cinque persone, dovendo avere $^3/_4$ della parte d' un giovane, avrà Onz 3, e siccome esse sono cinque, avranno insieme Onz 3 × 5 . . . . Onz 15.

Tutti insieme avranno . . . . . Onz 95.

Dunque 95 : 2090 ::	48	:	Onz 1056
	32		704
	15		330
			Onz 2090

Gli 8 negoz. avendo Onz 1056,	ciascuno avrà Onz	132
gli 8 giovani . . . 704,	. . . .	88
le 5 persone . . . 330,	. . . .	66

Prova . . Onz 2090

Abbenchè gli esempi precedenti ben compresi bastino per mettere in istato di risolvere tutte le proposizioni in cui si adopera la regola di Compagnia, come per esempio, quelle che riguardano le aumentazioni o le diminuzioni delle imposizioni, le finanze, le gabelle, le discussioni pei fallimenti ec., le questioni seguenti faciliteranno viemaggiormente queste operazioni.

Q. 470. Quattro persone han fatto società, ed han presa l' amministrazione delle Dogane; la prima ha messo Onz 8625, la seconda Onz 5750, la terza

On7 11250, e la quarta On7 4375; si domanda a quanto per On7 ogni socio è interessato, e qual parte deve soffrire ognuno della perdita che si suppone di On7 12000.

Le quattro somme riunite fanno On7 30000.

30000 : tt. 30 ::	8625	: tt.	8 12 1/2	pel primo
	5750		5 15	pel secondo
	11250		11 5	pel terzo
	4375		4 7 1/2	pel quarto
	On7 30000		tt. 30	

Se si moltiplica la perdita totale per lo numero dei tarì e dei grani di cui ciascuno è interessato sopra ogni oncia, si troverà la perdita di ciascuno dei socj. Quindi On7 12000 × tt. 8 12 1/2 = On7 3450 per la perdita del primo, e così degli altri a proporzione.

Q. 471. Cinque persone vogliono formare un fondo di On7 87000; la prima vuole essere interessata in esso per tarì 9 ad On7, la seconda per tt. 7. 10, la terza per tt. 6, la quarta per tt. 4. 10, e la quinta per tt. 3. Si domanda qual somma dovrà contribuire ciascuna per la sua rata.

R. La prima	. .	On7 26100
la seconda	. .	21750
la terza	. .	17400
la quarta	. .	13050
la quinta	. .	8700
Fondo totale		On7 87000

Si moltiplichi il fondo per la parte dell' oncia per cui ciascun socio è interessato, e ne risulterà pel primo On7 26100, pel secondo On7 21750 ec. Con una operazione simile si troverebbe la parte che cia-

scun socio avrebbe del guadagno o della perdita.

Q. 472. Un Negoziante ha fatto un fallimento di On7 90000, e non ha lasciato che On7 29000; si domanda quanto spetti per oncia ad ognuno dei creditori, e qual somma dovesse ricevere un negoziante creditore di On7 4000.

90000 : 29000 :: tt. 30 : x = tt. 9. 13. 1/3 per On7

On7 4000
× tt. 9 . 13 . 1/3

36000
2000
400
200
66 . 13 . 1/3

tt. 38666 . 13 . 1/3

On7 1288 . 26 . 13 . 1/3

Il creditore interessato per On7 4000 riceverà soltanto On7 1288 . 26 . 13 . 1/3

Quest' ultima questione ci porta a dare la regola di compagnia per carati.

Della regola di Compagnia per Carati

199. Si dà il nome di Compagnia per *Carati* alle società in cui il fondo, ed il guadagno o la perdita si dividono in un certo numero di *carati* o *azioni*: queste azioni sono per l' ordinario al numero di 24.

In queste specie di regole, vi sono due maniere di operare, per trovare la messa di fondo di ciascun socio, o la sua parte del guadagno o della perdita. La prima consiste (per trovare la messa di fondo di cia-

scun socio, per esempio), nel dividere il fondo totale per lo numero delle azioni che ciascun interessato ha prese nella società: lo stesso si pratica per conoscere la parte del guadagno o della perdita, dividendo il guadagno totale, o la perdita totale per lo numero delle azioni di ciascun socio.

La seconda operazione si fa colla regola del tre dritta, prendendo per primo termine il numero totale delle azioni che si sono formate nella società, per secondo termine il fondo totale, o il guadagno totale, o la perdita totale, e per terzo termine il numero delle azioni che ciascun socio ha prese nella società; il risultato di queste regole del tre darà o la messa di fondo, o la parte del guadagno, o la parte della perdita che toccherà ad ogni socio.

Se la divisione delle azioni, in vece di esser 24, fosse più o meno, l'operazione sarebbe sempre l'istessa, e basterebbe allora prendere per primo termine della regola del tre il numero delle azioni che si sarebbero formate nella società.

Q. 473. Tizio ha preso in gabella per tre anni una tonnara. La somma stabilita per fare le reti, per pagare il fitto, e per far fronte alle spese occorrenti è stata On7 20000. Egli vuol fare una società, che ha divisa in 24 carati o azioni, colla facoltà alle persone che vorranno interessarvisi, di prendere una o più azioni, o una metà di azione, o al più basso un quarto di azione. Si domanda 1.° qual messa di fondo debban porre per ciascuno, l'interessato che avrà preso un azione, quello che avrà preso la metà di un azione, e quello che avrà preso un quarto di azione. 2.° Nel caso che vi sia, dopo i tre anni, un guadagno netto di On7 15000, qual parte spetterà loro rispettivamente per ogni azione, per ogni mezz'azione, e per quarto di azione.

1.ª Operazione

Per conoscere la somma che dovrà pagare l'interessato per un azione, bisogna dividere On7 20000 per 24:

```
On7 20000  }  24
   .80     }---------
   .80     } On7 833 . 10 . Prezzo di un'azione.
    .8
    30
 ---------
   240
   000
```

Poichè un' azione costa	On7 833 . 10.
mezz' azione costerà la 1/2 . . .	416 . 20.
un quarto di azione	208 . 10.

Per trovare la parte del guadagno che spetterà ad ogni interessato per un' azione, bisogna dividere On7 15000 per 24

```
On7 15000  }   24
    .60    }---------
    120    } On7 625. Guadagno di un'azione.
     00
```

Giacchè un' azione guadagna	On7 625 .
mezz' azione guadagnerà	312 . 15 .
un quarto di azione	156 . 7 . 10

2.ª *Operazione*

Per conoscere la somma da pagarsi da ciascun interessato. 24 : On7 20000 :: il numero delle azioni di ciascun interessato è alla somma che dovrà pagare pel numero delle sue azioni.

E per conoscere la sua parte del guadagno,

24 : On7 15000 :: il numero delle azioni di ciascun interessato è alla somma che riceverà pel numero delle sue azioni.

Q. 474. Uno stampatore volendo far ristampare l' Enciclopedia, e tirarne cento mila copie, ha fatto il calcolo, che la spesa totale ascenderà ad On7 750000; ma siccome egli non ha la somma sufficiente per eseguire una tale impresa, ha aperto una associazione divisa in 32 azioni. Si domanda qual somma dovrà pagare ogni associato per una azione, e qual sia il numero delle copie che questi dovrà ricevere, terminata la stampa. R. Ogni interessato dovrà pagare per ciascuna azione On7 23437 . 15, e riceverà 3125 copie.

```
On7 750000 }     32
     110   }------------
      140  } On7 23437 . 15. Prezzo d'un' azione
       120
        240
         16      Copie 100000 {    32
          30             .40  }-----------
       ------             .80 {  3125. Numero
         480              160    delle copie per
         160               00    ogni azione.
          00
```

Se si volesse sapere il prezzo d' ogni copia, si dividerebbero On7 750000 per 100000, numero delle copie; ossia On7 23437 . 15, prezzo d'una azione per 3125, numero delle copie che spetterà ad ogni azione, ed il prezzo risulterebbe On7 7 . 15 per ciascuna copia.

Della regola di compagnia composta, o a diversi tempi.

200. La regola di *Compagnia composta* è quella in cui vengono proporzionate le ripartizioni, non solo alle messe dei socj, ma bensì al tempo che queste messe sono restate nella società di commercio.

Questa regola si fa come la regola di compagnia semplice (198) e si dimostra nella stessa maniera: la, differenza consiste nel moltiplicare la messa di ciascun socio per lo tempo che ha lasciato il suo denaro nella società, imperciocchè è cosa giusta che il guadagno o la perdità sia proporzionale al tempo, come anche alla somma che si mette in società; e ciò si fa con questa moltiplicazione.

Q. 475. Tre Negozianti essendosi associati, han guadagnato On7 500; il primo avea messo On7 300 per 13 mesi, il secondo On7 450 per 12 mesi, ed il terzo 600 per 15 mesi. Si domanda la parte che ciascuno avrà del guadagno a proporzione della sua messa, e del tempo che ha lasciato il suo denaro nella società.

Operazione

On7 300 × 13 mesi = 3900
450 × 12 . . = 5400
600 × 15 . . = 9000

Somma delle messe moltiplicate pel tempo 18300

Proporzione

$$18300 : 500 :: \left\{\begin{matrix}3900\\5400\\9000\end{matrix}\right\} : \left\{\begin{matrix}\text{On7 } 106 . 16 . 14 . \frac{26}{61} \text{ pel } 1.^{\circ}\\ 147 . 16 . 4 . \frac{36}{61} \text{ pel } 2.^{\circ}\\ 245 . 27 . 0 . \frac{60}{61} \text{ pel } 3.^{\circ}\end{matrix}\right.$$

Prova On7 500.

Egli è facile il comprendere perchè si debba moltiplicare la messa per lo tempo, imperocchè oltre a quel che si è detto qui sopra, è chiaro, per esempio, che On7 3900 messe nel commercio per un mese (179) non potrebbero produrre un maggior profitto che On7 300 per 13 mesi, supponendo d' altronde che il guadagno sia lo stesso in ogni tempo; è dunque necessario il moltiplicare le messe per lo tempo.

Q. 476. Due persone si sono associate nel commercio; la prima ha messo da principio On7 100 per 3 anni, poscia On7 250 per 2 anni, e finalmente On7 80 per un anno; la seconda ha messo On7 500 per 3 anni e On7 300 per 4 anni. Il guadagno totale è stato On7 400; si domanda qual parte dovrà avere ciascun socio a proporzione delle sue messe, e del loro tempo.

Pel primo	*Pel secondo*
On7 100 × 3 anni = 300	On7 500 × 3 anni = 1500
250 × 2 anni = 500	300 × 4 anni = 1200
80 × 1 anno = 80	
messa del 1.° . . 880	Messa del 2°. 2700

880 + 2700 = 3580

3580 : 400 :: { 880 / 2700 } { On7 98. 9. 14. 74/179 pel 1.° / : 301. 20. 5. 105/179 pel 2.° }

Prova On7 400.

Q. 477. Quattro Negozianti han fatto società per tre anni; il primo ha messo da principio On7 50, 6 mesi dopo On7 100, ed altri 5 mesi dopo On7 200; il secondo ha posto nel principio On7 400, e 18 mesi dopo On7 500; il terzo ha messo al principio

Onz 600, e 7 mesi dopo altre Onz 300; finalmente il quarto ha lasciato Onz 800 per tutto il tempo del commercio. Il guadagno totale è Onz 975, qual sarà dunque il guadagno di cadauno?

1.°	Onz 50 × 36 mesi	=	1800
	100 × 30	=	3000
	200 × 25	=	5000
	Messa del primo		9800
2.°	Onz 400 × 36 mesi	=	14400
	500 × 18	=	9000
	Messa del secondo		23400
3.°	Onz 600 × 36 mesi	=	21600
	300 × 29	=	8700
	Messa del terzo		30300
4.°	Onz 800 × 36 mesi	=	28800

Messa del primo	9800
id. del secondo	23400
id. del terzo	30300
id. del quarto	28800
Messa totale proporzionale	92300

92300 : 975 :: (9800, 23400, 30300, 28800) :

Onz 103 . 15 . 12 . 48/71 1.°
247 . 5 . 9 . 61/71 2.°
320 . 2 . 2 . 18/71 3.°
304 . 6 . 15 . 15/71 4.°

Prova . . . Onz 975.

Q. 478. Tre Negozianti si sono associati ed han contribuito al fondo totale in modo, che la contribuzione del primo sia a quella del secondo come 5 è a 3, ed a quella del terzo come 7 è a 4. Il guadagno totale è stato On7 3855; si domanda qual sarà la parte del guadagno di ciascun socio.

Se il numero che esprime la parte del primo, in rapporto al terzo, fosse lo stesso di quello che esprime la sua parte in rapporto al secondo, il problema sarebbe facile a risolversi; se vi fossero, per esempio i due seguenti rapporti: la parte del primo è alla parte del secondo come 5 è a 3, e a quella del terzo come 5 è a 4, si tratterebbe di dividere il guadagno in tre parti proporzionali ai numeri 5, 3 e 4.

Bisogna dunque fare in modo, che la parte proporzionale del primo sia espressa col medesimo numero, in ciascuno dei rapporti dati; quindi bisogna moltiplicare rispettivamente i due termini di ciascun rapporto per lo primo termine dell' altro rapporto, se il primo è quello che si vuol rendere uguale, locchè (123) non altera il rapporto. Onde i rapporti 5 : 3 e 7 : 4 saranno cambiati in questi, 35 : 21, e 35 : 20, moltiplicando i due termini del primo rapporto per 7, ed i due termini del secondo rapporto per 5; allora non si tratterà più che di dividere la somma proposta in parti proporzionali ai numeri 35, 21, e 20.

$$35 + 21 + 20 = 76.$$

76 : 3855 ::	35 :	On7 1775 . 9 . 17 . 7/19 .	pel 1.°
	21 :	1065 . 5 . 18 . 8/19 .	pel 2.°
	20 :	1014 . 14 . 4 . 4/19 .	pel 3.°
Prova . . .		On7 3855 .	

Q. 479. Quattro Negozianti han fatto società per tre anni, ed han convenuto di dividersi il guadagno o la perdita, in proporzione delle loro messe rispettive, e del tempo che il denaro di ciascun di essi socj resterà nella società. Terminato il tempo fissato di tre anni, essi ritrovano un guadagno netto di On7 1600; si domanda qual sarà la parte di ciascun socio a tenor della loro convenzione. Il primo ha posto da principio 20 quintali di caffè, che si son ricevuti al prezzo di On7 15 il quintale, e otto mesi dopo egli ha meso in denari contanti On7 700; il secondo ha messo da principio On7 400, e di 6 in 6 mesi, sino alla fine della società, egli poneva On7 100; il terzo ha messo da principio un biglietto di cambio di On7 600, con quattro mesi di scadenza, il quale biglietto è stato accettato dai socj collo sconto di 1 per cento al mese, 8 mesi dopo egli ha posto in contanti On7 300, e un anno dopo altre On7 400; il quarto è tardato sei mesi a porre la sua rata, che è stata di On7 1200, e 8 mesi dopo aver posta questa somma, egli ha ritirato On7 300.

Pel primo

2 q.li di caffè × On7 15 = On7 300.

On7 300 × 36 mesi	=	10800
700 × 28	=	19600
		30400

Pel secondo

On7 400 × 36 mesi	=	14400
100 × 30	=	3000
100 × 24	=	2400
100 × 18	=	1800
100 × 12	=	1200
100 × 6	=	600
		23400

Pel terzo

On7 600 — On7 24 sconto di 4 mesi = On7 576

On7	576	X 36 mesi	=	20736
	300	X 28	=	8400
	400	X 16	=	6400
				35536

Pel quarto

On7	1200	X 8 mesi. . . .	=	9600
	900	X 22	=	19800
				29400

Ovvero

On7	900	X 30 mesi. . . .	=	27000
	300	X 8	=	2400
				29400

Messa del primo . .	30400
id. del secondo . .	23400
id. del terzo . .	35536
id. del quarto . .	29400
	118736

Per fare la messa proporzionale del primo, siccome il medesimo ha posto parte in denari e parte in mercanzie, si è dovuto prima conoscere il valore dei 20 quintali di caffè accettati dai socj alla ragione di On7 15 il quintale, ed il prodotto è stato On7 300.

Il terzo ha posto per parte della sua messa un biglietto di cambio di On7 600, con 4 mesi di scadenza, il qual biglietto è stato ricevuto dai socj collo sconto di 1 per 100 al mese, e siccome questo sconto produce On7 24, il biglietto non è stato accettato che per On7 576.

Il quarto finalmente presenta due mezzi di formare la sua messa proporzionale; 1.° le On7 1200 son restate intere per lo spazio di 8 mesi, ed avendone ritirate On7 300, restavano soltanto On7 900. Veggiamo adesso il tempo che queste On7 900 son restate nella società: sei mesi erano già scorsi quando egli pose la sua rata di On7 1200, e otto mesi dopo averla posta, ne ritirò On7 300, dunque le On7 900 non restarono che 22 mesi; perchè $6 + 8 = 14$ mesi, e $36 - 14 = 22$ mesi.

2°. Si può dire ancora che On7 900 restarono nella società, dal momento ch'egli le pose sino allo scioglimento della società, e siccome tardò sei mesi a porle, non restarono che per 30 mesi; e le On7 300 non restarono che 8 mesi. Ed in fatti queste due operazioni producono per la sua messa proporzionale dei numeri uguali, cioè 29400.

Proporzioni

$$118736 : \begin{Bmatrix} 30400 \\ 23400 \\ 35536 \\ 29400 \end{Bmatrix} :: \text{On7 } 1600 : \text{R.}$$

Parte del primo .	On7	409 .	76976/118736
id. del secondo .		315 .	38160/118736
id. del terzo .		478 .	101792/118736
id. del quarto .		396 .	20544/118736
Prova . .	On7	1600 .	

Della regola di falsa posizione semplice

201. La regola di *falsa posizione semplice* è quella in cui si suppone un numero, sopra il quale si possano eseguire le condizioni dei problemi dati, affin di trovare il vero numero ignoto.

Quando si sono adempite le condizioni enunciate in un problema, se il risultato non dà la risposta, essa si troverà col mezzo d'una regola del tre.

Q. 480. Un giovane avea un certo numero di pezzi di cui avendo speso $1/3 + 1/4 + 1/6 + 1/8$, gliene restano 3; si domanda quanti ne avea. R. 24.

Si cerca un numero moltiplo (8) di tutti i denominatori affin di potere eseguire le condizioni proposte; questo numero può essere 24.

	Numero supposto	24
Tutte queste parti riunite fanno 21: or se da 24 si levano 21, il resto sarà 3; 24 è dunque il vero numero di pezzi che avea questo giovane.	1/3 . . .	8
	1/4 . . .	6
	1/6 . . .	4
	1/8 . . .	3
	Somma .	21

Q. 481. Il numero de' miei Ducati è tale, dice un giovine officiale, che se ne spendo 1/3, più 1/4, più 1/8, più 1/12, me ne resteranno 20; indovinate quanti ne ho. R. 96.

Operazione

	24
$1/3$ . . .	8
$1/4$ . . .	6
$1/8$ . . .	3
$1/12$ . . .	2
Somma .	19

Se si levano 19 da 24, restano 5; il numero 24 non può dunque soddisfare alla questione: per trovare la risposta, si fa questa regola del tre; se 5 restano da 24, da qual numero resteranno 20; ne risulterà per risposta 96.

Risposta	96
$1/3$ . . .	32
$1/4$ . . .	24
$1/8$ . . .	12
$1/12$ . . .	8
più . . .	20
Prova	96

La ragione di questa operazione è che le parti del numero supposto sono nel medesimo rapporto (117) di quelle del numero di cui si tratta, imperciocchè $1/3$ di $96 = 32$; $1/4 = 24$; $1/8 = 12$; $1/12 = 8$; se a queste parti si aggiungono 20, la somma darà 96, locchè fa la prova della regola.

Q. 482. Si conosce un numero di cui $1/6 + 1/3 + 1/2 + 6/7$ fanno 336; quale è questo numero? R. $180.\,12/13$.

Si suppone 42 il quale è multiplo di tutti i denominatori, e di cui le parti anzidette fanno 78.

	42
$1/6$ . . .	7
$1/3$ . . .	14
$1/2$ . . .	21
$6/7$ . . .	36
	78

Ma la riunione di queste parti dovea dare 336, in vece di 78, per avere dunque il vero numero, si farà la seguente proporzione,

$78 : 42 :: 336 : x = 180 . {}^{12}/_{13}$

$^1/_6$	. . .	$30 . {}^{2}/_{13}$
$^1/_3$	. . .	$60 . {}^{4}/_{13}$
$^1/_2$	. . .	$90 . {}^{6}/_{13}$
$^6/_7$	. . .	$155 . {}^{1}/_{13}$
Prova		336

Q. 483. Un Signore interrogato sul numero delle once che avea nella sua borsa, rispose: se al numero che in essa è contenuto si aggiungesse $^1/_5 + {}^1/_7 + {}^3/_4$ di questo stesso numero, ne avrei 879; si domanda quante once egli avea. R. 420.

Quando non si può trovare colla mente il numero multiplo di cui si ha bisogno, si moltiplicano (77) tutti i denominatori gli uni per gli altri, poichè i denominatori essendone i fattori, il prodotto sarà necessariamente multiplo.

Sol. $5 \times 7 \times 4 = 140$ per numero moltiplo, il quale aumentato di $^1/_5 + {}^1/_7 + {}^3/_4 = 293$. Si dirà dunque se 293 vengono da 140 d'onde verranno 879,

$293 : 140 :: 879 : x = 420$ Risposta.

$+ {}^1/_5$	. . .	84
$+ {}^1/_7$	. . .	60
$+ {}^3/_4$	. . .	315
Prova	. . .	879

Q. 484. Cinque giocatori avendo avuto insieme una contesa, han posto mano sul denaro del giuoco; il primo ne ha pigliato $^1/_5$, il secondo $^5/_{12}$, il terzo $^1/_6$, il quarto $^1/_{10}$, ed il quinto il resto, che era On7 3 . 15; si domanda qual somma era sul giuoco. R. On7 30.

Si suppone che vi fossero . . On7 60

53 tolti da 60, restano	$^1/_5$ . . =	12
On7 7 per l' ultimo, ma	$^5/_{12}$ . . =	25
non sono restate che On7	$^1/_6$ . . =	10
3 . 15 dunque,	$^1/_{10}$ . . =	6
7 : On7 3 . 15 :: 60 : x = 30		53

La somma che trovavasi sul giuoco era On7 30.

Il primo ne ha pigliato	$^1/_5$ . .	On7	6 .
il secondo	$^5/_{12}$ . . .		12 . 15
il terzo	$^1/_6$ . . .		5 .
il quarto	$^1/_{10}$ . . .		3 .
il quinto, il resto che era	. . . .		3 . 15
Prova . . .		On7	30

Q. 485. Qual sarà il numero di cui $^3/_4 + ^5/_6 + ^7/_9$ facciano 56 . $^2/_3$? R. 24.

Si suppone 36 multiplo di tutti i denominatori, di cui $^3/_4 + ^5/_6 + ^7/_9 = 85$; si dice dunque se 85 provengono da 36, da qual numero provengono 56 . $^2/_3$.

$$85 : 36 :: 56 . ^2/_3 : x = 24.$$

Q. 486. Un uomo essendo vicino a morte dispone nel suo testamento che $^1/_4$ de' suoi beni valutati in tutto On7 18753 sia destinato pei suoi eredi, $^2/_3$ per la Chiesa, $^1/_2$ pei poveri, ed $^1/_6$ per l' ospedale. Come si dovrà fare la divisione per eseguire l' intenzione del testatore, il quale ha legato più di quel che avea?

Si suppone 12.

$1/4$	. .	3
$2/3$	. .	8
$1/2$	. .	6
$1/6$	. .	2
	. .	19

19 : 12 :: 18753 : x = 11844.

Per soddisfare alla questione, si devono prendere le parti indicate sopra 11844.

Operazione

	11844.
Gli eredi prenderanno $1/4$, cioè On7	2961.
La Chiesa avrà per i $2/3$ . . .	7896.
I poveri avranno $1/2$, cioè . . .	5922.
E l' ospedale $1/6$, cioè	1974.
Prova On7	18753.

Q. 487. Un Signore avendo dato ai poveri $1/3 + 2/9 + 1/7 + 3/11$ del suo denaro, gli restano On7 60; qual somma avea egli? R. On7 2079.

9 × 7 × 11 = 693 per numero supposto

$1/3$	. . .	231
$2/9$	. . .	154
$1/7$	. . .	99
$3/11$	. . .	189
		673

Supposto che questo Signore avesse avuto On7 693,
Seguendo le condizioni della questione, ha dato 673

gli restano dunque On7 20

Ma siccome gli debbono restare On7 60, si dirà:

$$20 : 693 :: 60 : x = \text{On7 } 2079 \cdot \text{Risposta .}$$

Operando sopra questo numero, gli resteranno On7 60.

Q. 488. Si vogliono dividere On7 350 a tre persone, in modo che la seconda abbia il triplo della prima meno On7 7, e la terza quanto le altre due più On7 3; si domanda la somma che ciascuna dovrà avere.

202. In questa ed altre simili questioni, quel che impedisce che la somma proposta possa esser divisa in parti proporzionali, sono le quantità in più od in meno che si aggiungono, o che si scemano. Bisogna dunque sottrarre dalla somma proposta i numeri che sono in più, ed aggiungervi quelle che sono in meno, poscia dividere la somma in quelle parti proporzionali espresse nel problema (197). Basterà cercare la parte del primo, o di uno degli altri, e quindi osservando le condizioni prescritte nella questione, si troverà la parte degli altri.

Trattandosi nella questione presente di dividere On7 350 in tre parti, e supponendo per la prima l'unità, la seconda avrà 3—7, e la terza 4—7+3; qui essendovi dunque 14 in meno, e 3 in più, restano 11 in meno che si aggiungeranno a 350, e ne risulteranno On7 361, che bisognerà dividere in parti proporzionali ai numeri 1, 3 e 4.

Operazione

Supponendo che la prima debba avere l'unità, avrà	On7 1
La seconda dovendo avere il triplo della prima, meno On7 7, avrà .	3 — 7
La terza dovendo avere quanto le due altre, più On7 3, avrà . .	4 — 7 + 3
	On7 8 — 14 + 3

Sommando le quantità principali, quelle in meno, e quelle in più, ne risulta 8 — 14 + 3; bisogna dunque aggiungere ad Onz 350, somma proposta, i 14 che sono in meno e scemarne i 3 che sono in più, o aggiungervi soltanto 11; il risultato sarà Onz 361.

Volendo sapere, per esempio, la parte della prima, si dirà:

$8 : 361 :: 1 : x =$ Onz 45 . 3 . 15 . parte della prima.

La 1.ª avrà dunque per la sua parte Onz 45 . 3 . 15.
La 2.ª che deve avere il triplo della prima meno Onz 7, cioè Onz 45 . 3 . 15 × 3 = Onz 135 . 11 . 5—Onz 7, avrà 128 . 11 . 5.
La 3.ª che deve avere quanto le altre due più Onz 3, cioè Onz 45 . 3 . 15 + Onz 128 . 11 . 5 = 173 . 15 più Onz 3, avrà. . . . . 176 . 15.

Prova Onz 350

Q. 489. Si voglion dividere Onz 490 tra A, B, C, e D, in maniera, che B abbia il doppio di A più Onz 9, C quanto A e B più Onz 15, e D il triplo degli altri tre meno Onz 12; quanto spetterà ad ognuno?

Supposizione

A. Onz 1
B. . 2 + 9
C. . 3 + 9 + 15
D. . 18 + 54 + 45 — 12

Onz 24 + 72 + 60 — 12 = 24 + 132 — 12

Sonovi 132 in più e 12 in meno; restano dunque 120 in più, i quali dovendosi scemare da Onz 490, resteranno Onz 370 da dividersi proporzionalmente

ai numeri 1, 2, 3, e 18; si dirà dunque per lo primo, cioè per A,

$24 : 370 :: 1 : x =$ per A On7	15 . 12 . 10
B avrà secondo le condizioni	39 . 25 . 0
C avrà	70 . 7 . 10
D avrà	364 . 15 . 0

Prova On7 490.

La ragione di questo metodo è facile a comprendersi, poichè non si fa altro che scemare dalla somma quel che è in più, e aggiungervi quel che è in meno, e ciò soltanto per poter fare le divisioni in parti proporzionali, giacchè per soddisfare alle condizioni enunciate nelle questioni, si aggiungono poi, o si scemano le stesse quantità.

Q. 490. Un uomo ha disposto nel suo testamento che On7 10000 da lui lasciate siano divise a quattro suoi eredi, ma in modo, che il primo abbia On7 8 quando il secondo avrà On7 6, il terzo On7 5, ed il quarto On7 3; qual somma dovrà ricevere ciascuno dei coeredi?

Bisogna dividere la somma in parti proporzionali ai numeri 8, 6, 5 e 3, la cui somma è 22.

$$22 : \text{On7 } 10000 :: \begin{Bmatrix} 8 \\ 6 \\ 5 \\ 3 \end{Bmatrix} : x = \begin{matrix} \text{On7 } 3636 \,.\, 4/11 \,.\, \text{pel } 1.^{\circ} \\ 2727 \,.\, 3/11 \,.\, \text{pel } 2.^{\circ} \\ 2272 \,.\, 8/11 \,.\, \text{pel } 3.^{\circ} \\ 1363 \,.\, 7/11 \,.\, \text{pel } 4.^{\circ} \end{matrix}$$

Prova On7 10000

203. Il metodo insegnato (201) potrà servire a risolvere molte altre questioni, per le quali alcuni aritmetici adoperano la falsa posizione doppia, tali sono le seguenti.

Q. 491. Pietro, Giovanni e Michele hanno insie-

me 175 anni; Giovanni ha 7 anni più di Pietro, e l'età di Michele è uguale alla somma degli anni degli altri due, quale è l'età di ciascuno?

Questa questione ha rapporto colle precedenti, poichè è lo stesso che se si volessero dividere On7 175 a tre persone, la seconda delle quali avesse quanto la prima più On7 7, e la terza quanto le altre due. Vi saranno dunque 14 in più che bisogna scemare da 175, e resteranno On7 161 a dividere in parti proporzionali ai numeri 1, 1, e 2, supponendo sempre l'unità per la prima.

$1 + 1 + 2 = 4 : 161 :: 1 : x =$ età di Pietro	40 an.	3 mesi
Età di Giovanni . .	47	. 3
Età di Michele . . .	87	. 6
Prova	175 anni	

Q. 492. Un uomo dice, che il numero delle once contenute nella sua borsa è tale, che se vi si aggiungesse tre volte questo numero, più 1/5 più 1/4, più 1/3 di questo stesso numero, e On7 6 di più, egli avrebbe in tutto On7 580. Indovinate, aggiunge egli, il numero delle once che tengo nella mia borsa. R. On7 120.

Per evitare le frazioni, si suppone il numero 60 sopra il quale si possono prendere le parti proposte.

Supposizione	
	On7 60
60 × 3 =	180
1/5 . .	12
1/4 . .	15
1/3 . .	20+6
	287+6

Li 6 in più si scemano da On7 580, il resto sarà On7 574 che si devono dividere in parti proporzionali ai numeri 60, 180, 12, 15 e 20; ma siccome non si tratta qui d'una divisione effettiva, l'operazione per 60 darà il numero delle once domandate; dunque,

287 : 574 :: 60 : x = 120 numero delle On7 nella borsa

On7	120 × 3 =	360
	1/5 . .	24
	1/4 . .	30
	1/3 . .	40
	più . .	6
Prova	On7	580

Altrimenti per frazioni

Supponendo l' unità, si avrebbe detto $1 + 3 + 1/5 + 1/4 + 1/3 = 4 + 12/60 + 15/60 + 20/60 = 4 . 47/60$; dunque,

$4 . 47/60 : 574 :: 1 : x =$ On7 120.

Q. 493. A, B, C, D debbon dividere tra loro On7 2000 a condizione che B abbia il triplo di A — On7 6, C la metà di A e B, e D due volte e un terzo quanto gli altri tre + On7 19; qual sarà la parte di ciascheduno?

Supposizione	
A . .	1
B . .	3 — 6
C . .	2 — 3
D . .	14 — 21 + 19
	20 — 30 + 19

Vi sono 30 in meno e 19 in più, cioè 11 in meno che bisogna aggiungere a On7 2000; poi si dirà, 20 : 2011 :: 1 : x = R. per A On7 100. 11/20, ed il resto secondo le condizioni enunciate nella questione.

Q. 494. Due viaggiatori han trovato On7 196, e se le son divise in modo, che 1/5 della parte del primo sorpassa di On7 7 l' ottava parte di quel che ha avuto il secondo; si domanda quale è stata la parte di ciascuno. R. Il primo ha avuto On7 96. 12/13, il secondo On7 99. 1/13.

Poichè 1/5, della parte del primo sorpassa in On7 7 l' ottava parte di quella del secondo, i 5/5 o la parte

intiera del primo sorpasserà in On7 35 li $^5/_8$ della parte del secondo; si può dunque rappresentare la parte del primo con li $^5/_8$ di quella del secondo più On7 35. Se la parte intiera del secondo è rappresentata per l' unità, il primo avrà $^5/_8$ + On7 35, se dunque la somma trovata diminuita di On7 35, ossia On7 161, sarà divisa in parti proporzionali ai numeri 1 e $^5/_8$, quel che ne risulterà per l' unità sarà la parte del secondo, e il resto sarà la parte del primo.

$1 . {}^5/_8 : 161 :: 1 : x$, ovvero $^{13}/_8 : 161 :: 1 : x$
$13 : 161 :: 8 : x =$ On7 99. $^1/_{13}$. parte del secondo
On7 196—99. $^1/_{13}$= 96.$^{12}/_{13}$. parte del primo

Prova

Parte del 1.° On7 96. $^{12}/_{13}$	Parte del 2.° On7 99. $^1/_{13}$
$^1/_5$ . . . 19. $^5/_{13}$	$^1/_8$ . . . 12. $^5/_{13}$

Or $^1/_5$ della parte del primo sorpassa in On7 7 l'ottava parte di quella del secondo, perchè On7 19. $^5/_{13}$ — On7 12. $^5/_{13}$ = On7 7; l' operazione è dunque buona.

Della regola di falsa posizione doppia.

204. La regola di *falsa posizione doppia*, o di due false posizioni, è quella in cui, col mezzo di due ipotesi o supposizioni che si fanno di due numeri, sopra i quali si eseguono le condizioni enunciate nella quéstione, si giunge a scoprire il numero che si cerca: ciò che si fa nel modo seguente.

1.° Si suppone un numero col quale si adempiono le condizioni della questione, e siccome da questa prima supposizione risultano per ordinario due numeri, si sottrae il più piccolo dal più grande, e si dà alla

differenza il segno + o — secondo che il numero superiore è più grande o più piccolo dell'inferiore.

2.° Si suppone un secondo numero col quale si eseguono parimente le condizioni del problema, e dopo aver fatto la sottrazione come sopra, si dà ancora alla differenza il segno + o — (*). Poscia si prende la differenza delle differenze, e la differenza dei numeri supposti, e con questi varj termini si fa la seguente proporzione: *La differenza delle differenze è alla differenza dei due numeri supposti, come la prima o la seconda differenza è alla differenza del primo o del secondo numero supposto al numero vero.* Quando si conosce la differenza tra il numero vero ed un numero conosciuto, è facile il conoscere questo numero vero, sottraendo questa differenza dal numero supposto, od aggiungendovela, secondo che il numero domandato esser debba più piccolo o più grande del numero supposto.

Per conoscere se abbisognasse sottrarre od aggiungere la differenza tra il numero supposto ed il numero vero, per avere quest'ultimo, bisogna osservare 1.° che quando le due differenze hanno dei segni

---

(*) Vi è un altro metodo per risolvere le questioni sopra la falsa posizione doppia, ed è il seguente: dopo avere eseguite la condizioni del problama, ed aver prese le differenze come sopra, si moltiplicherà il primo numero supposto per la seconda differenza, ed il secondo numero supposto per la prima differenza; poscia si dividerà la differenza dei prodotti per la differenza delle differenze, e il quoziente darà la risposta. Ma bisogna osservare che sa una delle differenze avrà il segno + e l'altra il segno —, allora la differenza dei prodotti sarà la somma dei numeri che indicano questi prodotti, e la differenza delle differenze sarà similmente la somma dei numeri che esprimono queste differenze. Per esempio, $4 \times -5 = -20$, e $6 \times +3 = +18$, e la differenza di questi due prodotti è 38; imperciocchè per avere —20, bisogna sottrarre 38 da 18. Similmente la differenza di questi due numeri —9 e +16, è 25, poichè per avere —9, bisogna sotrarre 25 da 16.

Il ragionamento di questo metodo è complicato, e perciò difficile a comprendersi; il nostro al contrario è sempliee, ed in conseguenza facile a capirsi: quindi consigliamo di adoperare il nostro, preferibilmente all'altro.

contrarj, ciò avviene perchè i numeri supposti sono uno in più e l'altro in meno; perciò quando si avrà la differenza tra il più piccolo numero supposto ed il numero vero, tal differenza dovrà aggiungersi; e se si avrà la differenza del più grande, allora essa si dovrà sottrarre. 2.° Che quando le differenze hanno i medesimi segni, questo è una prova che i numeri supposti sono ambidue in più od in meno: or saranno ambidue in meno se il più gran numero supposto darà la più piccola differenza, al contrario saranno ambidue in più se il più gran numero darà la differenza più grande: la differenza si dovrà dunque aggiungere nel primo caso, e sottrarre nel secondo.

Prendiamo per esempio la questione 494 che abbiam risolta con una sola falsa posizione, ed in cui si tratta di dividere On7 196 a due viaggiatori in modo, che la quinta parte della somma del primo deve sorpassare in On7 7 l'ottava parte della somma del secondo, ed opereremo così:

Supponendo che il primo debba avere On7 50, il resto On7 146 sarebbe la parte del secondo; ma il $^1/_5$ di On7 50 = On7 10 — On7 7 = On7 3 deve essere uguale ad $^1/_8$ della parte del secondo; quindi moltiplicandolo per 8, esso dovrebbe dare la parte del secondo.

1.ª *Suppos.* On7 50 tolti da On7 196, restano On7 146
il $^1/_5$ è 10, — 7 = 3; e 3 × 8 = 24

1.ª differenza . . . + 122

2.ª *Suppos.* On7 60 tolti da On7 196, restano On7 136
il $^1/_5$ è 12, — 7 = 5: e 5 × 8 = 40

2.ª differenza . . . + 96

1.° numero supposto	50	1.ª differenza	+ 122
2.° numero supposto	60	2.ª differenza	+ 96
diff. dei num. supposti	10	diff. delle differ.	26

26 : 10 :: 122 : $x = 46.\ ^{12}/_{13}$, differenza tra il primo numero supposto ed il numero cercato, la qual differenza essendo aggiunta a questo primo numero, darà 96. $^{12}/_{13}$ per la parte del primo

e 26 : 10 :: 96 : $x = 36.\ ^{12}/_{13}$ differenza tra il secondo numero supposto ed il numero cercato, la qual differenza riunita a questo secondo numero darà ugualmente 96. $^{12}/_{13}$ per la parte del primo;

On7 196 — On7 96. $^{12}/_{13}$ = On7 99. $^{1}/_{13}$, parte del secondo.

Prova. Il $^{1}/_{5}$ di On7 96. $^{12}/_{13}$ = . . .	On7	19. $^{5}/_{13}$
L' $^{1}/_{8}$ di On7 99. $^{1}/_{13}$ = . . .		12. $^{5}/_{13}$
Somma divisa On7 196. differenza	On7	7.

Se questo metodo sia giusto, lo dimostrerà il seguente ragionamento.

Egli è evidente che ogni numero sopposto produce una differenza tanto più grande, quanto questo stesso numero differisce più dal numero vero. Egli è ancora chiaro che la differenza che evvi tra le due differenze non proviene che dalla differenza dei numeri supposti, e questa differenza delle differenze è tanto più grande, quanto i numeri supposti differiscono più tra essi: tra la differenza delle differenze, e la differenza dei numeri supposti vi è dunque il medesimo rapporto che tra la differenza prodotta da uno dei numeri supposti, e la differenza tra questo medesimo numero ed il numero vero. Dunque *la differenza delle differenze è alla differenza dei numeri supposti, come la prima o la seconda differenza è alla differenza tra il primo, od il secondo numero supposto ed il numero vero.*

Operazione secondo la nota.

96	seconda differenza	122	prima differenza
× 50	1.° num. supposto	× 60	2.° num. supposto
4800		7320	

Siccome le due differenze hanno il medesimo segno, la differenza di questi prodotti sarà 7320 — 4800 = 2520; la differenza delle differenze sarà parimente 122 — 96 = 26, e dividendo la differenza dei prodotti per la differenza delle differenze, il quoziente darà la risposta.

2520	26
180	
24	96. 12/13 parte del primo.

Q. 495. Un Maestro di matematiche vuol distribuire ad alcuni suoi discepoli un certo numero di melarancie, a condizione che trovassero essi stessi qual sia il numero di coloro cui voglia far tal dono, e quale è quello delle melarancie che loro destina; Egli dice loro soltanto, che se darà a ciascuno 7 melarancie, gliene resteranno 9, e che se vuol darne a ciascuno 10, gliene mancheranno 6.

Se 8 fosse il numero dei discepoli, 8 × 7 + 9 darebbe il numero delle melarancie, e 8 × 10 — 6 dovrebbe dare il medesimo numero.

1.ª Supposizione	2.ª Supposizione
8 × 7 = 56 + 9 = 65	11 × 7 = 77 + 9 = 86
8 × 10 = 80 — 6 = 74	11 × 10 = 110 — 6 = 104
1.ª differenza — 9	2.ª differenza — 18

1.ª differenza	— 9	1.° numero supposto	8
2.ª differenza	— 18	2.° numero supposto	11
differ. delle differ.	9	diff. dei num. supposti	3

$9 : 3 :: 9 : x = 3$, differenza tra il primo numero supposto ed il numero cercato, la qual differenza scemata da questo primo numero dà 5 pel numero vero dei discepoli

Prova $\begin{cases} 5 \times 7 = 35 + 9 = 44 \text{ melarancie} \\ 5 \times 10 = 50 - 6 = 44 \end{cases}$

Q. 496. Un Capitano volendo ricompensare alcuni suoi soldati che s' erano segnalati in un' azione destinò loro un certo numero di scudi; in modo che alla divisione, dandone a ciascuno 8 gliene restavano 45, e dandone 9 gliene restavano soltanto 26; si domanda quanti erano i soldati, e quanti gli scudi che avea il capitano. R. I soldati 19, e gli scudi 197.

1.ª *Supposizione* 7 soldati	2.ª *Supposizione* 25 soldati
$7 \times 8 = 56 + 45 = 101$	$25 \times 8 = 200 + 45 = 245$
$7 \times 9 = 63 + 26 = 89$	$25 \times 9 = 225 + 26 = 251$
1.ª differenza — 12	2.ª differenza + 6

Nella prima supposizione la differenza è 12, ma non si sa se essa sia in più, o in meno. Nella seconda supposizione la differenza è 6, e questa serve a far conoscere se la prima sia in più, o in meno, imperocchè nella prima, il numero dei soldati moltiplicati per 8 superava lo stesso numero de' soldati moltiplicati per 9; nella seconda al contrario, si vede che si è oltrepassato il vero numero, giacchè il numero dei soldati moltiplicato per 9 ha superato lo stesso numero dei soldati moltiplicato per 8. Il primo numero supposto

è dunque troppo piccolo, ed il secondo troppo grande; la prima differenza è dunque in meno e la seconda in più.

prima differenza	— 12	1.° numero supposto	7
seconda differenza	+ 6	2.° numero supposto	25
differ. delle differ.	18	differ. de' num. supp.	18

Quando una delle differenze ha il segno + e l'altra il segno —, allora la differenza delle differenze è la somma dei numeri che esprimono queste differenze, perciò la differenza tra — 12 e + 6 è 18, poichè per avere — 12, bisogna sottrarre 18 da 6. In una parola, per avere la differenza delle differenze, bisogna sommarle quando i loro segni sono diversi, e sottrarle quando i segni sono eguali

$$18 : 18 :: 12 : x = 12, \text{ e } 18 : 18 :: 6 : x = 6$$

La prima differenza essendo in meno, bisogna aggiungere 12 al 7, primo numero supposto, la somma è 19 soldati.

La seconda differenza essendo in più, bisogna sottrarre 6 da 25, secondo numero sopposto, il resto è parimente 19 soldati.

Prova $\begin{cases} 19 \text{ soldati} \times 8 \text{ scudi} = 152 + 45 = 197 \text{ scudi} \\ 19 \text{ soldati} \times 9 \text{ scudi} = 171 + 26 = 197 \text{ scudi} \end{cases}$

Q. 497 Un giardiniere ha fatto una convenzione con un lavoratore, ed è di pagargli 24 grani napoletani per ogni giorno che travaglierà, a condizione però che costui gli desse 30 grana ogni giorno in cui non travagliasse, a cagion del danno che ne risulterebbe. Or al capo di 63 giorni il lavoratore non ha niente a ricevere nè a dare, si domanda quanti giorni ha travagliato.

1.ª Supposizione		*2.ª Supposizione*	
23 gior. a gr. 24 = gr.	552	39 gior. a gr. 24 = gr.	936
40 a gr. 30 =	1200	24 a gr. 30 =	720
1.ª differenza	— 648	2.ª differenza	+ 216
1.ª differenza	— 648	1.° num. supp.	23 gior.
2.ª differenza	+ 216	2.° num. supp.	39
diff. delle diff.	864	diff. dei num. sup.	16

$864 : 16 :: 648 : x = 12$, e $23 + 12 = 35$ giorni
$864 : 16 :: 216 : x = 4$, $39 - 4 = 35$ giorni

Prova $\begin{cases} 25 \text{ giorni} \times \text{gr. } 24 = \text{gr. } 840 \\ 28 \quad \times \text{gr. } 30 = \text{gr. } 840 \end{cases}$

Il lavoratore ha dunque travagliato 53 giorni, e dovea ricevere 840 grana, ma nell' intervallo dei 63 giorni, è restato 28 giorni senza travagliare, ed ha dovuto pagare 840 grana.

Q. 498. Un particolare ha preso una serva col patto di pagarle 18 grani napoletani al giorno, senza l'obbligo di alimentarla, purchè però nel caso in cui egli l'alimentasse co' suoi figli, dovesse essa pagare al padrone 7 grani al giorno, senza esigerne alcuna mercede: dopo 85 giorni il padrone salda la sua serva, e per ogni compensazione fatta a tenor della loro convenzione le paga Duc. 6 e gr. 5; si domanda per quanti giorni questa serva ed i suoi figli sono stati nutriti dal padrone. R. Per 37 giorni.

205. Questa questione come anche la precedente, ed ogni altra simile si può risolvere con un metodo assai semplice, cioè, moltiplicando il tempo totale per uno dei prezzi, sottraendo da questo prodotto la somma che si è pagata, o aggiungendovi quella che si è ricevuta, e dividendo il resto, o la somma, per la somma

dei due prezzi; il quoziente darà il tempo particolare che conviene al prezzo, diverso di quello per cui si è moltiplicato, perchè il tempo è in ragione inversa dei prezzi. Quindi per rispondere alla presente questione, si moltiplicheranno 85 giorni per 18 grani, ed il prodotto sarà gr. 1530 = Duc. 15 . 30; da questa somma si scemeranno gr. 605 = Duc. 6 . 5, perchè si è moltiplicato per il prezzo che ha pagato il padrone, il quale ha pagato Duc. 6 . 5; il resto Duc. 9 . 25 = gr. 925 si divida per 25 somma dei due prezzi 18+7 e il quoziente darà per risposta 37, che sono il numero dei giorni in cui la serva è stata nutrita coi suoi figli.

Operazione

$$85 \times 18 = \text{gr. } 1530 - \text{gr. } 605 = \left.\begin{array}{r} 925 \\ 175 \\ 00 \end{array}\right\} \begin{array}{l} 25 \\ \hline 37 \text{ giorni.} \end{array}$$

Se al contrario si volesse avere per risposta il numero dei giorni in cui la serva non è stata nutrita, si farebbe la seguente operazione.

$$85 \times 7 = 595 + 605 = \left.\begin{array}{r} 1200 \\ 200 \\ 00 \end{array}\right\} \begin{array}{l} 25 \\ \hline 48 \text{ giorni} \end{array}$$

È facile il comprendere che l'operazione sarebbe contraria se alla fine del travaglio, il padrone in vece di pagare, ricevesse del denaro. Quindi nella medesima questione, se la serva, per esempio, dovesse pagare Duc. 1. 20 al suo padrone, si farebbe l'operazione seguente per avere il numero dei giorni in cui la serva è stata nutrita.

$$85 \times 18 = 1530 + 120 = \left.\begin{array}{r} 1650 \\ 150 \\ 00 \end{array}\right\} \begin{array}{l} 25 \\ \hline 66 \text{ giorni} \end{array}$$

Prova { 66 gior. × gr. 7 = gr. 462 = Duc. 4 . 62
19 × 18 = 342 = 3 . 42

Duc. 1 . 20

Si vede che la serva è stata nutrita per 66 giorni dal suo padrone, poichè 66 giorni moltiplicati per gr. 7 fanno Duc. 4 . 62, che la serva ha dovuto pagare, e che per li 19 giorni a gr. 18 essa non ha ricevuto che Duc. 3 . 42; la differenza di Duc. 1. 20 prova la giustezza dell' operazione.

Quando alla fine del travaglio non si è nè dato nè ricevuto, l' operazione è ancora più breve. Dopo aver moltiplicato il tempo per uno dei prezzi, si divide il prodotto per la somma dei prezzi, e il quoziente darà il tempo particolare diverso di quello che conviene al prezzo per cui si è moltiplicato; onde la questione 497 si riduce a questa brevissima operazione:

63 × 30 = 1890 | 54
270 | 35 giorni
00 |

Dei Decimali

206. I *Decimali* sono delle frazioni o parti di dieci in dieci volte più piccole dell' unità; queste frazioni si esprimono con cifre collocate alla destra delle unità, e dalle quali son separate con una virgola.

Per opposizione alle diecine, centinaja, migliaja ec. le cifre decimali vengono chiamate decimi, centesimi millesimi ec., a misura che si scostano dalle unità o dagl' intieri. Onde per esprimere 34,5 si dice trentaquattro unità od intieri e cinque decimi, ovvero trecentoquarantacinque decimi; per esprimere 3,45 si dirà

tre unità e quarantacinque centesimi. la frazione 4,345 si prununzierà quattro intieri e trecentoquarantacinque millesimi ec.

207. Un numero diviene dieci volte più grande, o dieci volte più piccolo, a misura che la virgola avanza o retrocede d'un rango verso la destra, o verso la sinistra. Per esempio, 34,5 è dieci volte più grande che 3,45, e questo dieci volte più piccolo che il primo.

Per rappresentare un numero decimale in cui non vi sono delle unità, si scrive uno zero al luogo delle unità; quindi per esprimere trentaquattro centesimi si scrive 0,34; se non si vogliono esprimere che delle unità di centesimi, si scrive uno zero al luogo delle diecine, per esempio per esprimere nove centesimi si scrive 0,09, e così degli altri, 7 millesimi si scrive 0,007 ec.

Il denominatore delle frazioni decimali non è giammai espresso, ed egli è sempre formato coll' unità seguita da tanti zeri quante cifre vi sono alla destra della virgola: onde si scrive, 3,7 pronunziandosi tre unità e sette decimi, $= 3 . {}^{7}/_{10}$; $4,47 = 4 . {}^{47}/_{100}$; $6,345 = 6 . {}^{345}/_{1000}$ ec.

208. Si possono aggiungere in seguito dei decimali tanti zeri quanti se ne esiggono, senza alterarne il valore, e reciprocamente vi si possono troncare uno o più zeri, la frazione non cambierà valore, imperò 0,50; 0,500; 0,5000 ec. cioè ${}^{50}/_{100}$, ${}^{500}/_{1000}$, ${}^{5000}/_{10000}$ ec. sono pari ciascuna a $0.5 = {}^{5}/_{10} = {}^{1}/_{2}$.

Colle quantità decimali si fanno le stesse operazioni come per gli altri numeri; si sommano, si sottraggono, si moltiplicano, si dividono ec.

Dell' Addizione

209. L'addizione delle parti decimali si fa come quella degli altri numeri, e nella somma si separano tanti decimali quanti ve ne sono in quello dei numeri parziali che ne contiene più.

Q. 499. Si vogliono addizionare queste tre quantità, 147,34; 38,58; e 17,05.

Si scrive e si opera come al n.° 23.

147,34
38,58
17,05

Somma 202,97 cioè 202 unità e 97 centesimi.

Q. 500. Si domanda la somma dei numeri seguenti; 49,058; 19,89; e 13,98.

Operazione

49,058
19,89
13,98

Risposta 82,928

Q. 501. Qual sarà la somma delle quattro quantità seguenti: 27,3; 39,7496; 124,307; e 24,072?

Operazione

27,3
39,7496
124,307
24,072

Risposta 215,4286 = 215. $^{4286}/_{10000}$.

Della Sottrazione

210. La sottrazione dei decimali si fa come quella degli altri numeri (26 e seg.); tutto consiste, come nell' addizione (23) a collocare le unità del medesimo ordine le une sotto le altre.

Q. 502. Da 738,456 sottraete 456,53.

	Operazione
	738,456
	456,53
Resto.	281,926
Prova.	738,456

Q. 503. Si vuol sottrarre 19,358 da 43,025.

	43,025
	19,358
Resto	23,667
Prova	43,025

Q. 504. Se da 17,8 si sottrae 13,578, quanto resterà?

Si aggiungono al numero superiore tanti zeri quanti bastino per corrispondere al numero dei decimali della quantità inferiore (208) e allora si avrà 13,578 a sottrarre da 17,800.

	17,800
	13,578
Risposta	4,222
Prova	17,800

Quando però si è acquistata un poco di pratica nel calcolo dei decimali, questi zeri divenendo inutili, non vi si mettono, e si opera come se in realtà vi fossero collocati.

Della Moltiplicazione

211. La moltiplicazione dei decimali si fa come quella degli altri numeri (32 e seg.), senza badare alle cifre decimali; ma nel prodotto bisogna separare tante cifre, quante ve ne sono nei due fattori insieme.

Q. 505. Si vogliono moltiplicare 573,16 per 4,2.

Operazione

```
   573,16
×    4,2
---------
  114632
 229264
---------
 2407,272
```

Si moltiplicano 57316 per 42, e si separano tre cifre al prodotto, perchè vi sono tre decimali, tanto al moltiplicando che al moltiplicatore; il prodotto è dunque 2407 unità e 272 millesimi.

È facile il concepire la ragion per cui si separano al prodotto tanti decimali, quanti ve ne sono nei due fattori presi insieme, imperciocchè se il moltiplicatore fosse 42 unità, il prodotto darebbe soltanto dei centesimi ai decimali; ma come il moltiplicatore 4,2 è dieci volte più piccolo (207) di 42, il prodotto deve dunque avere delle unità dieci volte più piccole dei centesimi; l' ultima cifra del prodotto deve dunque dare dei millesimi: abbisognano adunque tre cifre decimali.

Il medesimo ragionamento è applicabile in qualunque altro caso.

Q. 506. Si domanda il prodotto di 59 centesimi per 7 decimi. R. 0,413 cioè 413 millesimi.

Operazione

```
   0,59
×  0,7
-------
  0,413
```

Q. 507. Un giardino è lungo 98,17 canne, e largo 57,43; si domanda quale è la sua superficie. R. 5637,9031 canne quadrate, cioè 5637 canne quadrate + 9031 diecimillesimi d' una canna.

Operazione

```
    98,17
  × 57,43
 --------
    29451
   39268.
  68719..
 49085...
 --------
5637,9031
```

Q. 508. Quanto costeranno 27 quintali e 57 rotoli di caffè ad On7 16 il quintale? R. On7 441,12.

Il quintale vale 100 rotoli; e come un rotolo è la centesima parte d' un quintale, 57 rotoli sono 57/100 d' un quintale, o in decimali 0,57. Onde 27 quintali e 57 rotoli = 27,57 quintali, cioè 27 quintali e 57 centesimi d' un quintale.

Operazione

```
       27,57
  × On7 . 16
  ----------
      16542
      2757.
  ----------
On7 441,12
```

Q. 509. Quanto costeranno 37 quintali di zucchero a Duc. 37 e gr. 39 il quintale? R. Duc. 1283,43.

Il Ducato si divide in 100 grani, e come un grano è il centesimo d' un Ducato, 39 grani ne sono i 39 centesimi; e per esprimere Duc. 37 e gr. 39 in de-

cimali, si scrive Duc. 37,39. Quindi bisogna moltiplicare Duc. 37,39 per 37 quintali; e siccome è indifferente il fare attenzione al luogo che occupino il moltiplicando od il moltiplicatore (42), scriveremo il moltiplicatore sotto il moltiplicando.

```
Duc.      37,39 Moltiplicando
quintali     37 Moltiplicatore
        -------
          26173
         11217.
        -------
Duc.    1383,43
```

La risposta è, Duc. 1383 e 43 centesimi, e nella pratica 43 grani.

Q. 510. Quanto costeranno 25 quintali e 84 rotoli di zucchero a Duc. 28 e gr. 64 il quintale?

Risposta Duc. 740,0576 = 5 gr. 7 cavalli circa.

```
quintali 25,84 moltiplicatore
Duc.     28,64 moltiplicando
       -------
         10336
        15504.
       20672..
       5168...
       ----------
Duc.   740,05,76 Risposta.
```

La risposta è dunque 740 Ducati e 576 diecimillesimi d'un Ducato; nella pratica si separano due cifre ai decimali, alla destra, lo che produce 5 grani e 76 centesimi d'un grano, e tagliando un' altra cifra a 76, restano 7 cavalli circa. La differenza è di 6 centesimi d'un cavallo, che si omette nella pratica.

Della Divisione

212. Prima di procedere alla divisione dei numeri decimali, bisogna che vi siano al divisore tanti decimali quanti al dividendo, aggiungendo a uno dei due tanti zeri quanti basteranno (208) per renderli tali; poscia si farà la divisione come pei numeri intieri, senza badare ai decimali, e il quoziente darà degli intieri; se v' è un resto alla divisione, questo sarà il numeratore d' una frazione il cui denominatore sarà il divisore.

Questa frazione però si può convertire in Decimale; il metodo per giungervi sarà spiegato in appresso (213).

Q. 511. Si propone di dividere 116,450 per 34,25; qual ne sarà il quoziente? R. 3. 2/5.

Il divisore non avendo che due decimali, vi si aggiunge uno zero, affin che ne abbia tre come il dividendo, e si fa la divisione al solito.

$$\begin{array}{r|l} 116450 & 34250 \\ 13700 & \overline{3\ ,\ {}^{13700}/_{34250} = 3\ .\ {}^{2}/_{5}\ .} \end{array}$$

Q. 512. Un giardino che contiene una superficie di 5637,9031 canne quadrate è lungo 98,17 canne; si domanda quale è la sua larghezza. R. 57 canne $^{43}/_{100}$ = 57,43 canne.

Per avere la larghezza, bisogna (52) dividere la superficie per la lunghezza. Si aggiungono due zeri al divisore, e si fa la divisione.

$$\begin{array}{r|l} 56379031 & 981700 \\ 7294031 & \overline{57\ .\ {}^{422131}/_{981700} = {}^{43}/_{100}.} \\ 422131 & \end{array}$$

213. Se in vece di esprimere il resto della divisio-

ne con una frazione assoluta, si volesse esprimere questo resto in frazioni decimali, dopo aver compinto il numero dei decimali, si aggiungeranno al dividendo tanti zeri quanti decimali si vorranno avere al quoziente. Se, per esempio, si vorrà avere la risposta con una approssimazione di meno d' un millessimo, si aggiungeranno tre zeri; se si vuole avvicinare meno d' un centesimo, si aggiungeranno due zeri ec.; facendo poi la divisione, si separeranno al quoziente tanti decimali, quanti zeri sono stati messi al dividendo, sempre però dopo avere equiparato il numero dei decimali da ambe le parti.

Facciamone l' applicazione alla presente questione, in cui si vuole avvicinare meno d' un centesimo al vero numero; si aggiungeranno due zeri al dividendo.

```
56379031.00 ) 981700
 7294031    { ------
  4321310   )  57,43.
   2945100
    000000
```

Questa questione serve di prova alla Q. 507.

Q. 513. Una sala larga 26,7 palmi contiene una superficie di 783,398 palmi quadrati, si desidera sapere quale è la sua lunghezza approssimante di meno d' un centesimo. R. 29,34 palmi.

```
     Operazione                 Altrimenti
783398,00 ) 26700         7833,98 ) 277
 249398   { -----          2493   { -----
  .90980  )  29,34.         .909  )  29,34.
   108800                    1088
    .2000                     .20
```

Dopo avere aggiunto due zeri al divisore per renderlo uguale in decimali al dividendo, si sono aggiunti due zeri al dividendo, perchè si vuole avere la ri-

sposta approssimante di meno d'un centesimo; il quoziente ha dato per risposta 29 palmi e $^{34}/_{100}$ d'un palmo; il resto non fa la centesima parte d'un palmo, ma soltanto i $^{2000}/_{26700}$ di un centesimo di palmo.

Nella seconda operazione, si vede che si può dispensare di scrivere due zeri al dividendo, omettendo di metterne due al divisore, ed allora si separeranno due cifre al dividendo per li decimali: questa abbreviazione non può aver luogo che quando vi sono dei zeri al divisore.

Q. 514. Si propone di dividere 497,7 per 14,3872, volendo avere il quoziente coll' approssimazione di meno d'un diecimillesimo. R. 34,5932.

Dopo avere aggiunto tre zeri al dividendo, per renderlo eguale in decimali al divisore, si aggiungono ancora quattro zeri al medesimo dividendo, separando questi ultimi con una virgola.

```
4977000,0000  } 143872
.660840       { -------
 .853520      } 34,5932.
  1341600
   .467520
    .359040
     .71296
```

Il resto della divisione vale meno d'un diecimillesimo.

Della riduzione delle frazioni in decimali.

214. Per ridurre una frazione assoluta in frazioni decimali, bisogna aggiungere al numeratore tanti zeri (208) quante cifre decimali si vogliono avere, e dividerlo per lo denominatore; si separeranno al quoziente tanti decimali, quanti zeri saranno stati aggiunti al numeratore, e per indicare questi decimali, si met-

terà al quoziente, al luogo delle unità, uno zero seguito da una virgola.

Q. 515. Si vuol ridurre $8/25$ in frazione decimale. R. 0,32 ossia $32/100$.

Aggiungansi due zeri al Num. e dividansi 800 per 25

800	25
.50	
00	0,32.

Q. 516. Riducete in frazione decimale $53/64$ coll'approssimazione di meno d' un centesimo. R. 0,82.

53,00	64
180	
52	0,82

Si tralascia il resto ch' è poca cosa, poichè è minore d' un centesimo.

Q. 517. Si propone di ridurre $5/9$ in una frazione decimale approssimante meno d' un millesimo R. 0,555.

5,000	9
50	
50	0,555.
5	

Quando il numeratore contiene dei decimali, si divide per il suo denominatore, e si separano al quoziente tanti decimali, quanti ve ne sono in questo numeratore.

Q. 518. Quale è il valore in decimale di questa frazione $23{,}546/32$? R. 0,735.

23,546	32
114	
186	0,735.
26	

Se il numeratore non può esser diviso per lo denominatore, bisogna aggiungervi tanti zeri, quanti bastano, (208) ed operare come è stato detto.

Q. 519. Quale e il valore di questa frazione $^{2,4}/_{437}$ in decimali? R. 0,005.

$$\begin{array}{r|l} 2,400 & 437 \\ 215 & \overline{0,005} \end{array}$$

215. È facile il vedere che per ridurre le frazioni decimali in frazioni assolute, bisogna dare ai decimali per denominatore l' unità seguita di tanti zeri quanti decimali vi sono, poscia ridurre la frazione alla sua più piccola espressione.

Q. 520. Esprimete in frazione, assoluta 0,32. R. $^{32}/_{100} = {}^{8}/_{25}$.

Se vi e una frazione, che abbia dei decimali al numeratore, per ridurla in frazione assoluta, si aggiungeranno al denominatore tanti zeri, quanti decimali vi sono al numeratore, poscia si ridurrà alla sua più piccola espressione.

Q. 521. Riducete in frazione assoluta $^{12,6}/_{189}$. R. $^{1}/_{15}$.

$$^{126}/_{1890} = {}^{1}/_{15}.$$

Bisogna osservare che i decimali, che provengono da una frazione assoluta, che è stata ridotta in decimali, non possono sempre essere espressi esattamente colla medesima frazione assoluta, perchè spesse fiate questa riduzione non è che una approssimazione. Quindi 0,82 che esprime la frazione assoluta $^{53}/_{64}$, Q. 516, non darà che $^{82}/_{100} = {}^{41}/_{50}$ che è un poco minore di $^{53}/_{64}$.

216. Per ridurre i decimali in sotto-specie conosciute, o frazioni relative (66), bisogna moltiplicare i decimali per lo numero delle frazioni relative contenute nell' intiero, e separare al prodotto tanti deci-

mali quanti ve ne sono nel numero proposto; le cifre alla sinistra della virgola indicheranno il numero delle sotto-specie, o delle frazioni relative, e quelle alla destra ne saranno una frazione decimale.

Q. 522. Quanti palmi sono contenuti in questa frazione della canna 0,47? R. 3 palmi $^{76}/_{100}$.

Operazione.

$0,47 \times 8 = 3,76$ cioè 3 palmi e $0,76 = 2$ palmi e $^{76}/_{100}$.

Se si volessero avere altre sotto-specie, si seguiterebbe a moltiplicare i decimali restanti per lo numero delle sotto-specie necessario per fare una unità di quella che le è immediatamente superiore, come si vedrà nella questione seguente.

Q. 523. Quanti tarì, grani, e parti di grano son contenuti in questa frazione dell' oncia 0,342? R. tt. 10. 5. $^{1}/_{5}$.

On7	0,342
×	30
tt.	10,260
×	20
gr.	5,200/1000 = $^{1}/_{5}$.

Q. 524. Quanti tumoli, mondelli, carozzi e parti di carozzo sono contenuti in questa frazione Sal. 0,9534? R. Tum. 15 . 1 . 0 . 44/625.

```
Sal. 0,9534
  ×      16
   --------
      57204
      9534.
   --------
    15,2544
  ×       4
   --------
     1,0176
  ×       4
   --------
```

0,0704/10000 = 44/625.

217. Per ridurre le frazioni volgari o relative (66) in frazioni decimali, bisogna prima ridurle in frazioni assolute (113) poscia si opererà come sopra (214).

Q. 525. Si vogliono ridurre 19 tarì 13 grani 3/4 in frazione decimale dell' oncia, approssimante di meno d' un millesimo. R. On7 0,656.

```
tt.  19 . 13 . 3/4 .   30
×            20      × 20      frazione assoluta.
   ----------        -----        1575/2400
            393        600
×             4      ×   4
   ----------        -----
Num.       1575       2400 Den.
```

```
1575,000 } 2400
 13500   {------
  15000  } 0,656.
   . 600
```

Q. 526. Quanti millesimi di Salma saranno contenuti in 7 tumoli, 3 mondelli, 2 carozzi, 3 quarti? R. Sal. 0,495.

tum.	7 . 3 . 2 . 3 .	tum.	16	
×	4	×	4	
	31		64	frazione assoluta.
×	4	×	4	507/1024
	126		256	
×	4	×	4	
Num.	507	Den.	1024	

507,000	1024
. 9740	
. 5240	0,495 . Risposta.
. 120	

Dietro i principj che abbiamo spiegati, e le poche operazioni che abbiam date sopra i decimali, è cosa facile il vedere che si potrà, col loro mezzo, risolvere qualunque specie di questioni, ed operare qualsivoglia regola su tal materia.

Della estrazione della radice quadrata.

218. Bisogna prima sapere che cosa s' intende per *quadrato.* Se si tratta di figura, è questa una superficie piana la quale ha le sue due dimensioni uguali, tale sarebbe una tavola, la cui larghezza fosse uguale alla lunghezza, tale ancora un giardino, una camera, un terreno, una piazza ec. di 20 palmi di lunghezza,

sopra 20 di larghezza. Trattandosi poi di numeri, chiamasi *quadrato* il prodotto che risulta dalla moltiplicazione d'un numero moltiplicato per se stesso; e il numero che moltiplicato per se stesso ha prodotto questo quadrato, vien chiamato relativamente a questo quadrato *radice quadrata*. Esempio, 16 è il quadrato di 4, perchè $4 \times 4 = 16$, e 4 è la radice quadrata di 16.

Si vede adunque che un numero elevato al suo quadrato è nel medesimo tempo moltiplicando e moltiplicatore; egli è dunque due volte fattore del prodotto: ecco la ragion per cui il quadrato vien chiamato ancora *seconda potenza*.

La radice quadrata di	1,	4,	9,	16,	25,	36,	49,	64,	81,	100,
è	1,	2,	3,	4,	5,	6,	7,	8,	9,	10.

219. La radice quadrata d'un numero che non è un quadrato perfetto, si chiama *numero sordo*, *irrazionale*, o *incommensurabile*; onde 7 riguardo a 54 è una radice incommensurabile, egli è la radice del più gran quadrato contenuto in 54, il quale è 49. Similmente 54 è un numero *incommensurabile*, perchè trovandosi tra i quadrati 49 e 64, la sua radice è tra 7 e 8, cioè 7 e una frazione che si può esprimere esattamente, ma a cui si può avvicinare il più che sia possibile, col mezzo dei decimali, come si vedrà in appresso.

220. Per estrarre facilmente la radice quadrata d'un numero che ha due o più cifre alla sua radice, è d'uopo sapere di che è composto un quadrato.

Il quadrato d'un numero qualunque di due o più cifre è composto 1.° del quadrato delle diecine, 2.° del prodotto del doppio delle diecine per le unità, 3.° del quadrato delle unità. Esempio, essendosi proposto di fare il quadrato di 24, si dovrà moltiplicare 24 per 24.

$$\begin{array}{r} 24 \text{ radice.} \\ \times\ 24 \\ \hline 96 \\ 48 \\ \hline 576 \text{ quadrato.} \end{array}$$

Veggiamo adesso la sua formazione:

1.° Il quadrato delle diecine, cioè $20 \times 20 = 400$

2.° Il doppio delle diecine moltiplicato per le unità, cioè 40×4. . . . . $= 160$

3.° Finalmente il quadrato delle unità, cioè 4×4. . . . . $= 16$

La riunione di questi tre membri forma il quadrato 576

Si potrebbe dire ancora che un quadrato, la cui radice ha due parti, è formato 1.° del quadrato della prima parte, 2.° del doppio della prima parte moltiplicato per la seconda, e 3.° del quadrato della seconda.

Facciamone l'applicazione sopra 24 composto di due parti, per esempio, di $15 + 9$, si formerà il suo quadrato dicendo:

1.° Il quadrato della prima parte cioè $15 \times 15 = 225$

2.° Il doppio della prima parte moltiplicato per la seconda, cioè 30×9 . . . . . . $= 270$

3.° Il quadrato della seconda parte, cioè 9×9. . . . . $= 81$

Quadrato eguale al primo 576

221. Per ritornare adesso dal quadrato alla sua radice, ossia per estrarre la radice quadrata d'un numero, bisogna che il quadrato delle diecine produca delle centinaja, poichè $10 \times 10 = 100$; il numero

delle centinaja, che è il quadrato delle dieciue, deve dunque avere due cifre alla sua destra; quindi il quadrato delle diecine non si può trovare nelle due ultime cifre a destra del quadrato totale; questa è la ragion per cui si comincia dal separare, con una virgola, due cifre alla destra.

Similmente, il prodotto del doppio delle diecine per le unità produce necessariamente delle diecine, e non può far parte dell' ultima cifra del quadrato totale, ed ecco la ragion per cui si separa una cifra a destra con un punto, quando si vogliono trovare le unità.

Q. 527. Si domanda la radice quadrata di 1225.
R. 35.

Operazione		*Prova*
12,25	35 radice	35 radice
32.5	———	× 35
00	65.	———
		175
		105.
		———
		1225 quadrato

Si cercano prima le diecine di questa radice, e giacchè il quadrato di queste diecine non si può trovare nelle due cifre a destra, si separano queste due cifre con una virgola. Dipoi si esamina quale è il più gran quadrato contenuto nelle due cifre che restano alla sinistra, e si trova 9, la cui radice è 3; ed il prodotto 9 si sottrae da 12, il resto 3 si scrive sotto il 2 di 12. Al lato del resto 3 si abbassano le altre cifre, e ne risulta 325.

Avendo tolto da 1225 il quadrato delle diecine, il numero restante 325 non contiene più che le altre due parti (220), cioè il doppio delle diecine moltiplicato per le unità; e il quadrato delle unità, e poichè il doppio delle diecine moltiplicato per le unità non si può trovare nella cifra a destra, si separa questa dalle

altre cifre con un punto; inoltre come le diecine son conosciute, è facile l'averne il doppio, che in questa operazione è 6; questo 6 che è il doppio delle diecine, è un fattore di 32; e quindi per avere l'altro fattore (52), che sarà il numero delle unità della radice, si dividerà 32 per 6, ed il quoziente sarà 5, che si scriverà alla radice, al lato destro del 3; si scriverà similmente questo 5 al lato destro del divisore 6, poi si moltiplicherà 5 per 5, come si fa nella divisione, e siccome dal prodotto 25, che è il quadrato delle unità, per andare a 25, resta zero, si scriverà questo, e si riterranno 2; finalmente si dirà: 5 via 6 fanno 30, che è il prodotto del doppio delle diecine per le unità, e 30 più 2 che si sono ritenuti fanno 32; quindi per andare a 32, non resta niente. Il numero 35 è dunque la radice quadrata di 1225.

222. Dopo aver separate due cifre alla destra d'un numero di cui si vuole estrarre la radice quadrata, se alla sinistra ne resteranno tre o un maggior numero, cioè quando il numero contiene più di 4 cifre, l'operazione non sarà più difficile, trattandosi soltanto di ripetere più volte l'operazione che si è fatta sopra; in generale si adopererà il metodo seguente.

Per estrarre la radice quadrata d'un numero, bisogna dividerlo in classi, di due cifre per cadauna, andando dalla destra alla sinistra: l'ultima classe a sinistra potrà essere d'una sola cifra. Poscia si esaminerà quale è il più gran quadrato contenuto in questa classe a sinistra, e se ne scriverà la radice a destra; si sottrarrà questo quadrato da questa stessa classe, scrivendo il resto al di sotto, poi al lato destro di questo resto si scriverà la classe seguente, e di questo numero si separerà una cifra a destra, con un punto, locchè formerà il secondo membro.

Per avere il divisore di questo secondo membro, si duplicherà la radice trovata, lo che produrrà il doppio delle diecine (220); si cercherà quante volte questo doppio è contenuto nelle cifre che precedono quel-

la della destra, e si scriverà il quoziente alla destra della radice; si scriverà pure questo quoziente al lato destro del doppio delle diecine, e questo numero formerà il divisore del secondo membro. Si moltiplicherà ogni cifra di questo divisore per lo quoziente, ed il prodotto si sottrarrà dal membro di cui si è presa la radice, e nello stesso modo praticato nella divisione. Si faranno tante operazioni simili, quante classi vi saranno nel numero di cui si vuole aver la radice.

223. La radice avrà tante cifre quante classi vi saranno nel numero proposto; un esempio basterà per ispiegare quanto sopra si è detto.

Q. 528. Si domanda qual è la radice quadrata di 459643. R. 677, e restano 1314.

Operazione		*Prova*
45,96,43	677	677
99.6		677
1074.3	127 1.° divisore	
Resto. 1314	1347 2.° divisore	4739
		4739.
		4062..
		Resto. 1324
		459643

Per fare questa operazione, si dividono le cifre in classi di due cifre (222), e si cerca qual è il più grande quadrato contenuto in 45, primo membro a sinistra, esso è 36, la cui radice è 6, che si scrive alla destra del numero, separandolo con una grappa, indi si sottraggono 36 da 45, il cui resto è 9, che si scrive al di sotto. Al lato destro di questo 9, si scende la classe seguente, e si ha 996 che forma il secondo membro, ed in cui si separa il 6 con un punto.

Per avere il divisore, si duplica la radice trovata, il cui prodotto è 12, che si scrive sotto la radice, e si divide 99 per 12; il quoziente è 7, che si scrive

alla radice, alla destra del 6; si scrive pure questo 7 al lato di 12, e si ha 127 per primo divisore. Si moltiplica questo divisore per 7, come si pratica nella divisione, e se ne sottrae il prodotto da 996, scrivendo al di sotto 107, che è il resto. Al lato destro di 107 si scende la classe 43, e ne risulta per terzo membro 10743, da cui si separa l'ultima cifra 3 con un punto. Si forma il secondo divisore, duplicando la radice 67, e ne risulta 134, col quale si dividono le quattro cifre 1074, che danno per quoziente 7. Si scrive questo 7 alla radica, alla destra di 67, ed al lato destro di 134, locchè dà 1347 per secondo divisore, e moltiplicando questo divisore per 7, se ne sottrae il prodotto da 10743, sotto il quale numero si scrive il resto 1314. Da questa operazione risulta che la radice quadrata di 459643 è 677, con un resto di 1314; questo quadrato proposto è dunque incommensurabile.

224. La prova di questa regola si fa moltiplicando la radice trovata per se stessa, ed aggiungendo il resto al prodotto; questo prodotto dovrà essere uguale al numero proposto.

225. Se si volesse avere una unità di più alla radice, bisognerebbe aggiungere al numero proposto il doppio della radice trovata più l'unità; quando vi è un resto alla estrazione, bisogna sottrarlo da questa quantità, ed il residuo sarà il numero, il quale aggiunto al numero proposto darà una unità di più alla radice.

Quindi nella questione precedente, si dovrebbe aggiungere il doppio di 677, cioè $1354 + 1 = 1355 - 1314$ che è il resto $= 41$; cioè aggiungendo 41 al numero 459643, si avrebbe 459684, la cui radice quadrata è esattamente 678.

226. Il resto d'una estrazione di radice quadrata non può esser dunque mai più grande del doppio della radice; poichè aggiungendo l'unità a questo doppio, ne risulterebbe una unità di più alla radice.

227. Abbenchè la radice dei numeri incommensurabili non si possa avere con esattezza, si potrà però ottenere con approssimazione, aggiungendo alla radice trovata una frazione che avrà per numeratore il resto della estrazione e per denominatore si duplicherà la radice; allora questa frazione sarà un poco più grande e se si aumenta questo denominatore d'una unità, la frazione sarà un poco più piccola: questo serve soltanto per la radice quadrata.

228. Ma per avvicinarsi quanto si vorrà alla vera radice, è d'uopo adoperare i decimali (206). Per avere dei decimali alla radice, bisogna aggiungere al numero proposto tante volte due zeri (208) quanti decimali si vogliono avere. Per avvicinarsi alla vera radice, di meno d'un centesimo d'unità, lo che non esigge che due decimali, si aggiungeranno quattro zeri al numero di cui si vuole estarre la radice. Se si vorrà che questa approssimazione sia di meno d'un millesimo, si aggiungeranno sei zeri ec., poscia si farà l'operazione come pei numeri intieri (222), e si separeranno dalla radice tanti decimali, quante volte saranno stati aggiunti due zeri al numero proposto.

Q. 529. Sia proposto di trovare la radice quadrata di 1368, con una approssimazione di meno d'un centesimo, cioè con due decimali. R. 36,98, ossia 36 98/100.

Operazione

13.68,00,00	36,98	
46.8		
720.0	66.	1.° divisore
6390.0	729.	2.° divisore
4796	7388.	3.° divisore

Avendo aggiunto quattro zeri al numero proposto, si è fatta la estrazione al solito (222), e n'è risultato per radice 3698 di cui si sono separati due decimali, perchè sono stati aggiunti quattro zeri; la ra-

dice è dunque 36,98 con l'approssimazione di meno d' un centesimo d' unità: il resto si preterisce.

Q. 530. Un signore ha un parco che vuole far chiudere con mura; egli vuol che il suo parco sia quadrato, cioè che sia largo quanto lungo, e che contenga 13548 canne quadrate di superficie; si domanda qual sarà la lunghezza delle mura, e quante canne quadrate di fabbrica saranno contenute nelle dette mura, se la loro altezza è di 2 canne 4 palmi, compresevi le fondamenta. R. Ciascuno delle quattro mura sarà lungo 116,39 canne. coll' approssimazione di meno d' un centesimo di canna; e le quattro mura insieme conterranno 1163,9 canne quadrate.

Operazione

.1,35.48,00,00	116,39
03.5	
144.8	21
.920.0	226
22310.0	2323
13679	23269

Le quattro mura insieme avranno 116,39 canne × 4 = 465,56 canne; l' altezza delle mura essendo 2 canne, 4 palmi ossia 2,5 canne, se si moltiplica (211) 465.56 per 2,5 si avrà 1163,9 canne quadrate.

Operiamo questa questione secondo il numero 227. R. 116 canne e 92/232 un poco più grande, 116 canne e 92/233 un poco più piccola.

1,35,48	116
03.5	
144.8	21
.92	226

$116.\,^{92}/_{232} \times 4 = 465.\,^{135}/_{233}$	$116.\,^{92}/_{233} \times 4 = 465.\,^{17}/_{29}$
$\times \quad 2.\,^{1}/_{2}$	$\times \quad 2.\,^{1}/_{2}$
$931.\,^{37}/_{233}$	$931.\,^{5}/_{29}$
$232.\,^{184}/_{233}$	$232.\,^{23}/_{29}$
un poco piccolo $1163.\,^{211}/_{233}$	un poco grande $1163.\,^{28}/_{29}$

229. Queste differenti operazioni fan vedere che non si può avere esattamente la radice d'un numero incommensurabile (219); che vi è sempre un errore, ma che questo diviene quasi nullo nella pratica, perchè vi si può avvicinare moltissimo, come si vede nell' esempio precedente, in cui si è trovata la lunghezza delle mura coll' approssimazione di meno d' un centesimo di canna, la quale si avrebbe potuto avere coll' approssimazione di meno d' un millesimo ec.

Q. 531. Un giardiniere ha 4000 cavoli, che vuol piantare in quadrato, in modo che formino delle linee dritte e parallele, in lunghezza ed in larghezza; si domanda quanti cavoli dovrà piantare in ogni rango, sopra li quattro lati. R. 63, e resteranno 31 cavoli.

Q. 532. Un General d'armata vuole schierare 95348 soldati in battaglione quadrato; quanti uomini dovrà egli collocare in ogni lato, ed in ciascuna linea? R. 308 soldati, e ne resteranno 484.

Q. 533. Un ortolano vuol piantare 1445 alberi in un terreno di figura rettangolare, cioè più lungo che largo; si domanda quanti alberi vi saranno sopra ciascuna dimensione, se il terreno è 5 volte più lungo che largo. R. 85 sopra la lunghezza, e 17 sopra la larghezza.

Se si prende la radice quadrata della quinta parte del numero degli alberi, ne risulterà il numero che ne dovrà contenere la più piccola dimensione, il qual numero si moltiplicherà per 5 per avere quello della più grande: se al contrario si prende la radice del quintuplo, si avrà il numero degli alberi della più

gran dimensione, e prendendone la quinta parte, si avrà quello della più piccola.

Q. 534. Un tutore ha dato ad interesse d' interesse On7 20000, che han prodotto in due anni On7 2050 d' interesse; si domanda a quanto per 100 l' anno aveva dato egli questo denaro. R. A 5 per 100.

Capitale On7 20000 + interesse On7 2050 = On7 22050 per capitale ed interessi. Bisogna moltiplicare questa somma per lo capitale, il prodotto sarà 441000000, la cui radice quadrata è On7 21000 per capitale ed interesse d' un anno.

Indi bisogna dire: se On7 20000 producono On7 1000, quanto produrranno On7 100? 20000 : 1000 :: 100 : $x = 5$ per 100.

La ragione di questa operazione è che il capitale al principio del primo anno è al capitale alla fine del primo anno, come quest' ultimo capitale è al capitale alla fine del secondo anno.

Della estrazione della radice quadrata delle frazioni.

230. Per moltiplicare una frazione per una frazione, bisogna (84) moltiplicare il numeratore per lo numeratore, ed il denominatore per lo denominatore: similmente per elevare al suo quadrato una frazione, è d' uopo formare il quadrato del numeratore e del denominatore; quindi il quadrato di $2/3$ è $4/9$; quello di $4/5$ è $16/25$; quello di $12/13$ è $144/169$ ec.

231. Dunque per avere la radice quadrata d' una frazione, bisogna estrarre la radice del numeratore, e quella del denominatore; perciò la radice quadrata di $9/16$ è $3/4$; quella di $25/36$ è $5/6$; quella di $81/169$ è $9/13$ ec.

232. Quando il denominatore solo è un quadrato,

se ne estrarrà la radice, e si estrarrà per approssimazione quella del numeratore.

Q. 535. Quale è la radice quadrata di $^5/_{16}$? R. $^{2,23}/_4 = 0,55$.

Operazione

5.00,00	2,23
10.0	
160.0	42
271	443.

Avendo estratto per approssimazione la radice del numeratore, n'è risultato 2,23, al quale si è dato per denominatore la radice di $16 = 4$; dividendo poi il numeratore per 4, ne risulta 0,55 per radice approssimata di $^5/_{16}$.

233. Quando il denominatore non è un quadrato, bisogna moltiplicare i due termini (69) della frazione per lo denominatore, ed allora questo denominatore sarà necessariamente un quadrato (218); quindi si opererà come sopra (232).

Q. 536. Si domanda la radice quadrata di $^4/_7$. R. 0,75.

$^4/_7 \times 7 = ^{28}/_{49}$. La radice approssimata del numeratore 28 sarà 5,29, e la radice del denominatore è 7; si avrà dunque $^{5,29}/_7$ la quale divisa per 7 darà 0,75 per radice approssimata di $^4/_7$.

Q. 537. Si vorrebbe la radice quadrata di $^{28}/_{37}$ approssimante di meno d'un millesimo. R. 0,869.

Operazione.

× 28	37	10,36,00,00,00	32,186
× 37	37	13.6	
196	259	120.0	62
84	111	5590.0	641
1036 /	1369	44760.0	6428
		61404	64366

$^{28}/_{37} \times 37 = ^{1036}/_{1369}$, radice $^{32,186}/_{37} = (214)\ 0,869$.

Questa operazione si può fare anche di un'altra maniera, riducendo prima la frazione in frazione decimale (214) e poi estraendone la radice; ma bisogna badare che vi sieno tante volte due cifre dopo la virgola quanti decimali si vogliono avere alla radice; quindi in questa questione $^{28}/_{37} = 0,756756$ di cui si estrarrà la radice.

0,75,67,56	0,869
116.7	
1715.6	166
1595	1729

La radice è la stessa, ed il metodo è più breve.

234. Se si volesse avere la radice degl' intieri e frazioni, si dovrebbero ridurre prima (71) gl' intieri in frazioni, aggiungendovi quella che diggià vi sarebbe, e poscia si opererebbe come sopra (234).

Q. 538. Quale è la radice quadrata di 6 . $^{5}/_{7}$ approssimante di meno d' un centesimo? R. 2,59.

6 . $^{5}/_{7} = {}^{47}/_{6} = 6,7142$ di cui si estrarrà la radice.

6,71,42	2,59 radice.
27.1	
464.2	45
.61	509

Q. 539. Si vuol avere la radice quadrata di 38 . $^{13}/_{15}$ coll' approssimazione d' un millesimo. R. 6,234.

Operazione.

38 . $^{13}/_{15} = {}^{583}/_{15} = 38,866666$ di cui si estrae la radice.

38,86.66,66	6,234
28.6	
.426.6	122
.5276.6	1243
.3910	12464

235. È facile il vedere che se si volesse estrarre la radice delle quantità complesse, bisognerebbe prima ridurre le sotto-specie (114) in frazione assoluta dell' unità principale, e poi operare come sopra (231).

Q. 540. Si domanda la radice quadrata di 42 canne, 4 palmi, 8 once, coll' approssimazione di meno d' un centesimo. R. C. 6,52.

42 canne, 4 palmi 8 once $= C.\ 42 . {}^{56}/_{96} = 42\ {}^{7}/_{12} = {}^{511}/_{12} \times 12 = {}^{6132}/_{144}$; or la radice quadrata di 6132 è 78,30, e quella di 144 è 12; la radice è dunque ${}^{78,30}/_{12} = 6,52$.

Q. 541. Un signore vuole far chiudere con mura un parco che contiene 2747 Canne quadrate, 6 palmi e 8 once di superficie; egli vuole che il parco sia un quadrato perfetto; si domanda qual sarà la lunghezza di ciascuno delle quattro mura. R. Canne 52,42 un poco meno.

Operazione.

8 palmi, 6 once $= {}^{80}/_{96}$ d' una canna.

Canne $2747 . {}^{80}/_{96} = {}^{263792}/_{96}$, e siccome il denominatore non è un quadrato perfetto, si moltiplicano i due termini per 96.

263792	96
96	96
1582752	576
2374128.	864.
25324032 Num.e	9216 Den.

Si estrae la radice quadrata del numeratore e del denominatore; quella del denominatore è 96, perchè 9216 è la seconda potenza di 96, cioè 96×96; or non resta che ad estrarre la radice quadrata del numeratore.

```
25,32,40,32 ⎫ 5032 radice del numeratore.
 03.24.0    ⎪ ————
  .2313.2   ⎭ 10
   .3008      1003
              10062
```

Riducendo la frazione $^{5032}/_{96}$, ne risulta 52 . $^{40}/_{96}$ canne, e in decimali canne 52,42 circa, per la lunghezza di ciascun muro.

```
   Prova              per la frazione
   52,42                  8564
   52,42               ×     8 palmi
 ———————             ———————
   10484          palmi  6,8512
  20968.               ×    12 once
 10484..             ———————
26210...          once  10,2144
 ———————
2747,8564
```

Della estrazione della radice cubica.

236. Chiamasi *cubo* un corpo che ha uguali le sue tre dimensioni, cioè lunghezza, larghezza, e altezza, o una figura solida di sei facce quadrate e uguali: tale è un dado da giuoco.

Siccome il prodotto d' un numero moltiplicato per se stesso si chiama *seconda potenza*, o *quadrato*; e la sua radice, *radice seconda*, o *quadrata*; similmente il prodotto d' un numero moltiplicato due volte per se stesso è nominato *terza potenza*, o *cubo*; e la sua radice, *radice terza*, o *cubica*. Esempio 27 è il cubo di 3, perchè è il prodotto di $3 \times 3 \times 3 = 27$.

Si può dire ancora che un numero cubo è il prodotto d' un quadrato moltiplicato per la sua radice.

Radici.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10	ec.
Quadrati.	1.	4.	9.	16.	25.	36.	49.	64.	81.	100	ec.
Cubi.	1.	8.	27.	64.	125.	216.	343.	512.	729.	1000	ec.

237. Si vede quì che ogni numero cubo, che ha meno di quattro cifre, non ne può avere che uno solo per radice cubica, e che ogni cubo, che ha due cifre alla sua radice, è composto di quattro cifre, al meno, poichè il cubo di 10, che è il più piccolo numero di due cifre, ne ha quattro.

La radice cubica d' un numero qualunque dovrà dunque avere tante cifre, quante classi di tre cifre vi sono in questo numero; ma la prima classe a sinistra può essere soltanto d' una cifra, e può essere anche di due, o di tre cifre.

238. Per essere in istato di estrarre la radice cubica d' un numero, che ha più d' una cifra alla sua radice, bisogna sapere in generale di quali parti è composto un numero cubico.

Poichè il cubo risulta dal quadrato d'un numero moltiplicato per questo stesso numero, e che (220) il quadrato d'un numero, il quale ha delle diecine alla sua radice, contiene 1.° il quadrato delle diecine, 2.° il prodotto del doppio delle diecine per le unità, e 3.° il quadrato delle unità; bisognerà dunque moltiplicare queste tre parti per le diecine, e per le unità del numero di cui si vuole avere il cubo.

Il quadrato delle diecine Due volte il prodotto delle diecine per le unità. Il quadrato delle uoità.	Moltiplieato per le diecine, darà.	1.° Il cubo delle diecine. 2.° Due volte il quadrato delle diecine per le unità. 3.° Il prodotto delle dieeine per lo quadrato delle unità.

Il quadrato delle diecine Due volte il prodotto delle diecine per le unità. Il quadrato delle unità.	Moltiplicato per le unità, darà.	1.° Il quadrato delle diecine moltiplieato per le unità. 2.° Due volte il prodotto delle dieeine pel quadrato delle unità. 3.° Il cubo delle onità.

239. Da questi sei risultati, riunendo quelli che sono simili, si vedrà che il cubo d'un numero, composto di diecine e d'unità, contiene quattro parti. 1.° Il cubo delle diecine; 2.° tre volte il quadrato delle diecine moltiplicato per le unità; 3.° tre volte le diecine moltiplicate per lo quadrato delle unità; e 4.° il cubo delle unità.

240. Per elevare un numero al cubo, è d'uopo osservare 1.° che il cubo delle diecine (237) producendo delle migliaja, bisogna mettere tre zeri alla sua destra; 2.° che il quadrato delle diecine (221) producendo delle centinaja, bisogna mettere due zeri alla sua destra; e 3.° che le diecine devono pure avere uno zero alla loro destra. Quindi, se si vorrà elevare al cubo il numero 24, si avrà,

1.° Il cubo delle diecine, cioè $2 \times 2 \times 2 = 8$ seguito da tre zeri . . . . $= 8000$

2.° Tre volte il quadrato delle diecine moltiplicato per le unità, cioè $4 \times 3 \times 4 = 48$, seguito da due zeri . . . . $= 4800$

3.° Tre volte le diecine moltiplicate per lo quadrato delle unità, cioè $3 \times 2 \times 16 = 96$, seguito da uno zero . . . . $= 960$

4.° Il cubo delle unità, cioè $4 \times 4 \times 4$. $= 64$

Il cubo di 24 è . . . 13824

Prova

```
       24 radice
     × 24
     ----
       96
      48.
     ----
      576 2.a potenza, o quadrato.
     × 24
     ----
     2304
    1152.
     ----
    13824 3.a potenza, o cubo.
```

241. Si potrebbe dire ancora che il cubo d'un numero, la cui radice ha due parti, è formato 1.° dal cubo della prima parte; 2.° da tre volte il quadrato della prima parte moltiplicato per la seconda; 3.° da tre volte la prima parte moltiplicata per lo quadrato della seconda; 4.° dal cubo della seconda. Quindi per avere il cubo di 24, dividiamolo in due parti, per esempio, in 15 e 9 = 24, ed avremo:

1.°	.	15 × 15 × 15 . . .	= 3375
2.°	.	3 × 15 × 15 × 9 . .	= 6075
3.°	.	3 × 15 × 81 . . .	= 3645
4.°	.	9 × 9 × 9 . . .	= 729
		Il cubo di 24 è , ...	13824

242. Ora per rivenire dal cubo alla sua radice, ossia per estrarre la radice cubica d' un numero, bisogna osservare che il cubo delle diecine (237) producendo delle migliaja, deve avere tre cifre alla sua destra; il cubo delle diecine non si può dunque trovare nelle tre ultime cifre del cubo totale: ecco la ragion per cui si separano tre cifre alla destra. Similmente il triplo del quadrato delle diecine, moltiplicato per le unità, ha necassariamente due cifre alla destra; perciò si separano due cifre a destra, per fare la divisione che deve dare le unità.

Q. 542. Si propone di estrarre la radice cubica di 74088. R. 42.

Operazione

```
74.088 ) 42 radice.
100.88 { —
10088  ) 48 divisore
———
0000
```

Tre volte il quadrato delle diecine moltiplicato per le unità, ossia 3 × 16 × 2 . . . = 9600

Tre volte le diecine moltiplicate per lo quadrato delle unità, 3 × 4 × 4 = 480

Il cubo delle unità 2 × 2 × 2 = 8

totale . . . 10088

Non potendosi trovare il cubo delle diecine nelle tre figure a destra (240), si sono separate queste; poi si è cercato il più gran cubo contenuto in 74, che è 64, e la cui radice è 4, che si scrive al lato, e sottraendo 64 da 74, resta 10, che si scrive al di sotto. Al lato destro di 10, si scende la classe 088, e si ha 10088, che contiene ancora le tre ultime parti del

cubo (239), cioè tre volte il quadrato delle diecine moltiplicate per le unità, tre volte le diecine moltiplicate per lo quadrato delle unità, ed il cubo delle unità.

Per trovare le unità, si forma il divisore, che è tre volte il quadrato della cifra che esprime le diecine, cioè tre volte 16, quadrato di 4, e si ha 48 per divisore, per lo quale dividendo 100, il quoziente sarà 2 unità, che si scrivono alla radice.

Per assicurarsi che 42 è la vera radice, si potrebbe elevare questo numero al cubo (236), e se il risultato dasse 74088, la radice sarebbe giusta, e se vi fosse un resto, si aggiungerebbe all' ultimo prodotto.

Ma si deve procedere come nell' operazione qui sopra, formando il totale delle tre parti, che restano dopo aver preso il cubo delle diecine; e sottraendo questo totale dal resto del cubo delle diecine unito alla classe, che si è scritta alla destra. Nella presente questione, queste tre parti han formato la quantità 10088, che si è scritta sotto il resto del cubo, per farne la sottrazione, e siccome non è restato niente, si conchiude che 42 è la radice cubica esatta di 74088.

243. Dopo aver separato tre cifre alla destra del numero di cui si vuol avere la radice cubica, se ne restassero a sinistra quattro o più, cioè se il numero avesse più di 6 cifre, non si farà altro che ripetere quel che si è fatto sopra, prendendo sempre le prime cifre della radice per un numero di diecine, e l' ultima che si è posata, come indicante le unità, e ciò sinchè siasi abbassata l' ultima classe.

244. Ecco il metodo che devesi seguire per estrarre la radice cubica: si comincia dal dividere, con virgole, il numero in classi di tre cifre, dalla destra alla sinistra; la prima classe a sinistra (237) può non contenere che una o due cifre.

Prima si prende, nella prima classe a sinistra, il più gran cubo che in essa è contenuto, e se ne scrive la radice al quoziente. Al lato del restante si scende

la classe seguente, e se ne separano, con un punto due cifre (242) a destra, perchè il quadrato delle diecine non vi si può trovare. Per formare il divisore, si triplica il quadrato della cifra che si è scritta alla radice, la quale indica un numero di diecine; si cerca quante volte questo triplo è contenuto nelle cifre che sono a sinistra delle due cifre separate, questo numero che ne risulta è considerato come indicante le unità, e lo è effettivamente, quando si è abbassata l'ultima classe. Poscia si faranno i prodotti seguenti.

1.° Colla cifra che indica le unità, si moltiplicherà il triplo del quadrato delle diecine questo prodotto dovrà essere seguito da due zeri (240).

2.° Si moltiplicherà il triplo delle diecine per lo quadrato delle unità; si dovrà mettere uno zero appresso questo prodotto, (240) perchè un numero qualunque di diecine ha sempre uno zero alla sua destra.

3.° Finalmente si farà il cubo delle diecine. Questi tre prodotti si faranno in disparte come nella questione precedente: poscia avendone fatta la somma, si sottrarrà dal numero sopra il quale si opera.

Se il totale di queste tre parti oltrepassasse il numero dal quale si deve sottrarre, ciò mostrerebbe aversi scritto alla radice un numero troppo grande; perciò bisognerebbe scriverne uno minore, e ricominciare l'operazione.

Si ripeterà la stessa operazione ogni volta che si scenderà una nuova classe.

245. La prova di questa regola si fa elevando al cubo la radice trovata, ed aggiungendo a quello il restante della estrazione, se ve n'è uno: il tutto deve essere uguale al numero di cui si è estratta la radice cubica.

246. Per avere una unità di più alla radice cubica bisogna aggiungere al numero proposto il triplo del quadrato della radice, più il triplo della radice, più l'unità: e se vi è un resto alla estrazione, questo si sottrarrà. Quindi nella questione precedente, per avere 43 alla radice, bisogna aggiungere al numero 74088,

1.° 42 × 42 × 3 = 5292, 2.° 42 × 3 = 126, e 3.° 1: queste tre parti riunite fanno 5419, il qual numero aggiunto a 74088 farà 79507, la cui radice cubica è 43.

247. Il restante della estrazione d' una radice cubica, non può dunque essere più grande che tre volte il quadrato della radice, aggiunto al triplo della stessa radice.

Q. 543. Si vuol sapere qual è la radice cubica del più gran cubo contenuto in 123456789. R. 497.

Operazione

	123,456,789	497.
	64	48. 1.° divisore
2.° membro	594.56	7203. 2.° divisore
	53649	
3.° membro	58077.89	
	5114473	
resto	693316	

	48	12	9
	× 9	× 81	× 9
	43200	12	81
	9720	96	× 9
	729	9720	729
1.° n.° da sottrarre.	53649		

```
          49
        × 49
        ------
         441
        196
        ------
        2401
        × 3
        ------
        7203   2.° divisore
        ------                49         7
          7203              × 3       × 7
        ×    7              -----     -----
      ----------              147        49
         5042100            × 49      × 7
          72030             -----     -----
            343              1323       343
      ----------             588.
2.° num. da sottrarre 5114473  ------
      ----------             72030

Prova         497 radice
            × 497
            ------
              3479
             4473.
            1988..
            ------
            247009.  2.ª potenza o quadrato
          ×    497
            ------
           1729063
          2223081.
          988036..
         ----------
         122763473.  3.ª potenza o cubo
Resto       693316
         ----------
         123456789
```

La radice domandata è 497, con un resto ch' è 693316. Se si volesse avere una unità di più, bisognerebbe aggiungere al numero incommensurabile 123456789, le tre parti seguenti, meno il restante della estrazione, cioè: 1.° il triplo del quadrato della radice, cioè: $497 \times 497 \times 3 = 741027$; 2.° il triplo della radice, cioè: $497 \times 3 = 1491$; e 3.° l'unità; la somma sarebbe 742519, dal qual numero sottraendo il resto della estrazione ch' è 693316, resterebbe ad aggiungere 49203. La somma sarebbe allora 123505992, che è un cubo perfetto, la cui radice è 498.

Q. 544. Quale è la radice cubica di 8869940? R. 207.

Operazione

8,869,940	207	
8		
	12.	1.° divisore
08.699.40	1200.	2.° divisore
8 797 43		
resto 197		

1200	20	7
× 7.	× 3	× 7
840000	60	49
29400	× 49	× 7
343	29400	343
num. da sottrarre 869743		

Dopo di aver discesa la seconda classe, vedendosi che la cifra a sinistra non conteneva il divisore 12, si è posto uno zero alla radice, e poi abbassandosi la classe seguente, si è seguitato al solito.

248. Per avvicinarsi alla vera radice, quando il numero è incommensurabile (219), si adoperano i deci-

mali (206), in una maniera analoga a quella che si è adoperata per estrarre la radice quadrata (228); la sola differenza consiste nell' aggiungere al numero proposto tante volte tre zeri, quanti decimali si vogliono avere alla radice; di poi si opererà come sopra.

Q. 545. Quale è la radice cubica di 51375 approssimante di meno d' un millesimo? R. 37,174.

Operazione

51,375,000,000,000	37,174	radice
27	27	1.° divisore
243.75	4107	2.° divisore
23653	412923	3.° divisore
7220.00	41448267	4.° divisore
411811		
3101890.00		
289591813		
205971870.00		
16581091024		
resto 4016095976		

Avendo aggiunto al numero proposto nove zeri, per avere tre decimali alla radice, il risultato è stato 37,174, ossia 37 . 174/1000 approssimante d' un millesimo.

Si vede che ciascun divisore è formato dal prodotto del quadrato della cifra, o delle cifre portate alla radice, moltiplicato per 3 (244).

E poichè, nel sottrarre 27 da 51, si è tolto il cubo delle diecine, non resta più a trovare nel numero restante, a misura che si scende una classe, che le altre tre parti contenute nel cubo (239).

$3 \times 3 \times 3 = 27$. 1.° divisore

$3 \times 9 \times 7 \;.\;.= 18900$
$3 \times 3 \times 49 \;.\;.= 4410$
$7 \times 7 \times 7 \;.\;.= 343$

1.° numero da sottrarre 23653

$37 \times 37 \times 3 = 4107$. 2.° divisore

$37 \times 37 \times 3 \times 1 \;.= 410700$
$37 \times 3 \times 1 \;.\;.= 1110$
$1 \times 1 \times 1 \;.\;.= 1$

2.° numero da sottrarre 411811

$371 \times 371 \times 3 = 412923$. 3.° divisore

$137641 \times 3 \times 7 = 289046100$
$371 \times 3 \times 49 = 545370$
$7 \times 7 \times 7 \;.= 343$

3.° num. da sottrarre 289591813

$3717 \times 3717 \times 3 = 41448267$ 4.° divisore

$13816089 \times 3 \times 4 = 165793068oo$
$3717 \times 3 \times 16 \;.= 178416o$
$4 \times 4 \times 4 \;.\;.= 64$

4.° numero da sottrarre 16581091024

Abbiam già detto che, quando evvi un residuo, dopo avere estratta la radice d' un numero, questa radice non può essere espressa, nè con un numero intiero, nè con una frazione. Non può essere espressa con un numero intiero, poichè questo resto non può dare

una unità di più; non può nemmeno esprimere una frazione, perchè ne seguirebbe che una frazione moltiplicata per se stessa darebbe un numero intiero, locchè è impossibile, dietro la definizione della moltiplicazione (32 e 37). Quel che si può far dunque si è approssimarvisi, e ciò tanto vicino quanto si vuole col mezzo dei decimali, come l' abbiam dimostrato.

Q. 546. Uno scultore vuol cambiare un masso di marmo lungo 50 pollici, largo 40 pollici, ed alto 27 pollici, con due altri che sieno uguali e perfettamente cubi; si domanda quali debbano essere le dimensioni di questi due cubi, per contenere la stessa quantità di materia, che contiene il masso che vuol cambiare. R. 30 pollici = 2 piedi e 6 pollici, perchè il piede = 12 pollici.

Q. 547. Si vuol costruire una cisterna pubblica che contenga 2744 canne cube d' acqua, si vuol inoltre che tutte le sue dimensioni siano eguali, cioè che la cisterna formi internamente un cubo perfetto; si domanda quali saranno le dimensioni interne delle sue mura. R. 14 canne.

Della estrazione della radice cubica delle frazioni

249. Poichè (230) per elevare al suo quadrato una frazione, bisogna trovare il quadrato del numeratore e del denominatore; similmente per elevare al cubo una frazione, bisogna elevare al cubo il suo numeratore e il suo denominatore. Quindi il cubo di $3/4 = 27/64$; quello di $5/6$ è $125/216$. Bisogna dunque, per avere la radice cubica d' una frazione, estrarre la radice cubica del suo numeratore e del suo denominatore. Perciò la radice cubica di $8/27$ è $2/3$, perchè la radice cubica di $8 = 2$, e quella di $27 = 3$.

250. Se il denominatore solo è un cubo, si estrarrà la radice approssimante del numeratore, e si darà a questa radice, per denominatore, la radice cubica del denominatore.

Q. 548. Si domanda la radice cubica di $^{184}/_{216}$.
R. $^{5,68}/_{6} = 0,946$.

Operazione

184,000,000	5,68 radice
125	75 1.° divisore
590.00	9408 2.° divisore
50616	
83840.00	
7634432	
resto 749568	

5 × 5 × 3 = 75 1.° divisore

25 × 3 × 6	. . . =	45000
5 × 3 × 36	. . . =	5400
6 × 6 × 6	. . . =	216

1.° numero da sottrarre 50616

56 × 56 × 3 = 9404 2.° divisore

3136 × 3 × 8	. . =	7526400
56 × 3 × 64	. . =	107520
8 × 8 × 8	. . =	512

2.° numero da sottrarre 7634432

Si è cercata la radice cubica del numeratore 184, approssimante meno d' un centesimo, aggiungendovi (348) sei zeri, la quale radice è stata 5,68 per nu-

meratore, a cui si darà per denominatore la radice cubica del denominatore 216, cioè 6, e si avrà $^{5,68}/_{6}$, di cui prendendo il sesto, ne risulterà 0,946.

251. Quando il denominatore non sarà un cubo, si moltiplicheranno i due termini della frazione per lo quadrato del denominatore, e poi si opererà come sopra.

Q. 549. Quale è la radice cubica avvicinata di $^{3}/_{5}$?
R. $^{4,21}/_{5} = 0,842$.

$$^{3}/_{5} \times 25 = ^{75}/_{125}.$$

```
75,000,000 ) 4,21
64         {------
-------    ) 48    1.° divisore
 110.00
 100 88      5292  2.° divisore
-------
   9120.00
   530461
   -------
resto 381539
```

$4 \times 4 \times 4 = 48$ 1.° divisore

$16 \times 3 \times 2$ . . . $= 9600$
$3 \times 4 \times 4$ . . . $= 480$
$2 \times 2 \times 2$ . . . $= 8$

1.° numero da sottrarre 10088

$42 \times 42 \times 3 = 5292$ 2.° divisore

$1764 \times 3 \times 1$. $= 529200$
$42 \times 3 \times 1$. $= 1260$
$1 \times 1 \times 1$. $= 1$

2.° numero da sottrarre 530461

più due volte la ragione; che il quarto è composto del terzo più la ragione, o del primo più tre volte la ragione ec. Si può dunque dire in generale, che *un termine qualunque d' una progressione aritmetica è composto del primo termine, più tante volte la ragione quanti termini sono avanti lui.* Questo principio può avere le due applicazioni seguenti.

1.° Serve a trovare un termine qualunque d' una progressione aritmetica, senza che siavi bisogno di calcolare quelli che lo precedono. Se si domanda, per esempio, il quarantottesimo termine di questa progessione ÷ 2.5.8.11.14 ec.

Il termine cercato deve averne 47 avanti lui; egli è dunque formato del primo termine 2, più 47 volte la ragione 3, cioè $(47 \times 3) + 2 = 143$.

2.° Questo stesso principio serve ancora a legare due numeri, con una serie di tanti altri numeri che si vorranno, in modo che formino una progressione aritmetica: questo si chiama *inserire* tra due numeri proposti *molti medj proporzionali aritmetici.*

Supponghiamo che si vogliano avere 22 termini tra 2 e 71; qui si tratta di trovare la ragione che deve regnare in questa progressione. Or il più gran numero dovendo essere l' ultimo della progressione, egli deve essere composto del primo, più tante volte la ragione quanti termini ci devono essere avanti lui. Dunque se dal più grande, se ne toglie il più piccolo, il resto conterrà tante volte la ragione, quanti termini ci debbono essere avanti il più grande; se dunque si divide questo resto per lo numero dei termini, che debbono precedere il più grande, il quoziente darà la ragione.

Or il numero dei termini che devono precedere il più grande è maggiore, una unità, del numero dei medj chi si vogliono inserire tra i due; dunque *per inserire tra due numeri proposti tanti medj aritmetici quanti se ne vogliono, bisogna sottrarre il più piccolo di questi due numeri dal più grande, e dividere il*

resto per lo numero dei medj aumentato dell' unità. Il quoziente sarà la differenza o la ragione della progressione.

Operazione $71 - 2 = 69$ } 23
00 } ——
} 3 ragione aritmetica

256. È ancora una proprietà delle progressioni aritmetiche che *la somma di tutti i termini è uguale alla somma del primo e dell' ultimo termine; ed il risultato moltiplicato per la metà del numero dei termini.*

Questa proprietà si può dimostrare con due progressioni aritmetiche, una crescente e l' altra decrescente, come segue:

÷ 1 . 3 . 5 . 7 . 9 . 11 ec.
÷ 11 . 9 . 7 . 5 . 3 . 1 ec.

Onde si vede che il primo termine della prima progressione corrisponde al primo termine della seconda, e che la somma di ciascun termine aggiunto al suo corrispondente è 12; se dunque si moltiplicheranno 12 per lo numero dei termini, che nel caso presente è 6, si avrà la somma di tutti i termini delle due progressioni eguali; or per avere la somma di tutti i termini d' una sola, basterà moltiplicare il primo aggiunto all' ultimo per la metà del numero dei termini.

257. Dal n.° 255 possiam tirare la regola seguente per avere un termine qualunque d' una progressione aritmetica e che chiameremo l' ultimo: *moltiplicate la ragione per lo numero dei termini diminuito dell' unita, ed al prodotto aggiungete il primo termine.*

Q. 550. Si domanda il decimo-ottavo termine d' una progressione aritmetica, di cui il primo è 4, e la ragione 5. R. 89.

Operazione. $5 \times 17 = 85 + 4 = 89$.

Per avere il primo termine d' una progressione aritmetica, seguite questa regola: *dall' ultimo termine. sottracte il prodotto della ragione moltiplicata per lo numero dei termini diminuito dell' unità.*

Q. 551. Conoscendo il decimo-ottavo termine d' una progressione aritmetica 89, e la ragione 5, si domanda qual sia il primo termine. R. 4.

$17 \times 5 = 85$, e $89 - 85 = 4$ primo termine.

Per avere la ragione d' una progressione aritmetica ecco la regola: *dall' ultimo termine sottracte il primo, e dividete il resto per lo numero dei termini diminuito dell' unità.*

Q. 552. Si conosce il primo termine 4 d' una progressione aritmetica di 18 termini, e l' ultimo che è 89; si domanda qual è la ragione. R. 5.

$$\left.\begin{array}{r} 89 - 4 = 85 \\ 00 \\ \end{array}\right\} \begin{array}{l} 17 \\ \hline 5 \text{ ragione.} \end{array}$$

Per avere il numero dei termini d' una progressione aritmetica, fate così: *dall' ultimo termine sottracte il primo, dividete il resto per la ragione, ed al quoziente aggiungete l' unità.*

Q. 553 Una progressione aritmetica, di cui la ragione è 5, ha per primo termine 4, e per ultimo 89; quale è il numero dei termini? R. 18.

$$\left.\begin{array}{r} 89 - 4 = 85 \\ 35 \\ 0 \end{array}\right\} \begin{array}{l} 5 \\ \hline 17 + 1 = 18 \text{ numero dei termini.} \end{array}$$

Dal n.° 256, tiriamo la regola seguente, per avere la somma d' una progressione aritmetica: *moltiplicate la somma del primo e dell' ultimo termine per la metà del numero dei termini.*

Q. 554. Si vuol sapere qual sia la somma di 18 termini d' una progressione aritmetica, di cui il primo termine è 4, e l' ultimo 89. R. 837.

$$4 + 89 = 93 \times 9 = 837$$ somma dei termini

Formule per le progressioni aritmetiche.

258. Formule per trovare il primo termine d' una progressione aritmetica.

1.° Dall' ultimo termine, sottraete il prodotto della ragione moltiplicata per lo numero dei termini diminuito dell' unità.

2.° Dividete il doppio della somma della progressione per lo numero dei termini, e dal quoziente sottraete l' ultimo termine.

3.° Dividete la somma della progressione per lo numero dei termini, e dal quoziente sottraete la metà del prodotto della ragione moltiplicata per lo numero dei termini diminuito dell' unità.

Formule per trovare la ragione d' una progressione aritmetica.

1.° Dall' ultimo termine sottraete il primo, e dividete il resto per lo numero dei termini diminuito dell' unità.

2.° Dal doppio del prodotto del numero dei termini, moltiplicato per l' ultimo, sottraete il doppio della somma della progressione, e dividete il resto per lo prodotto del numero dei termini moltiplicato per lo stesso numero dei termini diminuito dell' unità.

3.° Moltiplicate la somma del primo e dell' ultimo termine per la loro differenza, e dividete il prodotto per lo doppio della somma della progressione, dal quale prodotto si è sottratta la somma del primo e dell' ultimo termine.

Formule per trovare l' ultimo termine d' una progressione aritmetica.

1.° Al primo termine aggiungete il prodotto della ragione moltiplicata per lo numero dei termini diminuito dell' unità.

2.° Dividete il doppio della somma della progressione pel numero dei termini, e dal quoziente sottraete il primo numero.

3.° Dividete la somma della progressione per lo numero dei termini, ed al quoziente aggiungete la metà del prodotto della ragione moltiplicata per lo numero dei termini diminuito dell' unità.

Formule per trovare il numero dei termini d' una progressione aritmetica.

1.° Dall' ultimo termine sottraete il primo, dividete il resto per la ragione, ed aggiungete l' unità al quoziente.

2.° Dividete il doppio della somma della progressione per la somma del primo e dell' ultimo termine.

Formule per trovare la somma d' una progressione aritmetica.

1.° Moltiplicate la somma del primo e dell' ultimo termine per la metà del numero dei termini.

2.° Moltiplicate la ragione pel numero dei termini diminuito dell' unità, sottraete la metà di questo prodotto dall' ultimo termine, e moltiplicate il resto pel numero dei termini.

3.° Moltiplicate la ragione pel numero dei termini diminuito dell' unità, prendete la metà di questo prodotto, a questa metà aggiungete il primo termine, e moltiplicate la somma pel numero dei termini.

Coloro che vorranno fortificarsi maggiormente nella cognizione delle progressioni aritmetiche troveranno qui le stesse formule messe in equazioni.

Rappresenteremo il primo termine colla lettera	p
L' ultimo termine colla lettera	u
La ragione colla lettera	r
Il numero dei termini colla lettera	n
La somma colla lettera.	s

$$p = u - (r \times (n - 1))$$

$$p = \frac{2s}{n} - u$$

$$p = \frac{s}{n} - \frac{r \times (n - 1)}{2}$$

$$r = \frac{u - p}{n - 1}$$

$$r = \frac{(2n \times u) - 2s}{n \times (n - 1)}$$

$$r = \frac{(u + p) \times (u - p)}{2s - (u + p)}$$

$$u = r \times (n - 1) + p$$

$$u = \frac{2s}{n} - p$$

$$u = \frac{s}{n} + \frac{r \times (n - 1)}{2}$$

$$n = \frac{u - p}{r} + 1$$

$$n = \frac{2s}{u + p}$$

$$s = u + p \times \frac{n}{2}$$

$$s = d - \frac{r \times (n - 1)}{2} \times n$$

$$s = p + \frac{r \times (n - 1)}{2} \times n$$

Applicazione delle cinque questioni del num. 257.

1.° Un mercadante assicura di avere 18 debitori; che il primo gli deve On7 4, il secondo On7 9, il terzo On7 14, e così degli altri, aumentando ciascheduno di On7 5; si domanda quanto gli deve l'ultimo. R. On7 89. Vedete Q. 550.

2.° Pietro ha 18 creditori; egli deve all'ultimo Duc. 89; la somma che deve agli altri va sempre diminuendo di Duc. 5 per cadauno; si domanda quanto deve al primo. R. On7 4. Ved. Q. 551.

3.° Un giovane calzolajo si è obbligato di fare al suo principale 18 paja di scarpe, a condizione che costui gli pagasse per manifattura 4 grana per lo primo pajo e 89 grana pel decimo ottavo; il prezzo di ciascun pajo si è sempre aumentato ugualmente, dal primo sino all' ultimo; si domanda di quanto si è aumentato. R. Di gr. 5. Ved. Q. 552.

4.° Un particolare ha pagato un suo debitore in più pagamenti; il primo è stato di Duc. 4, e l' ultimo di Duc. 89; ogni pagamento successivo è aumentato di Duc. 5; si domanda quanti pagamenti ha fatti. R. 18. Ved. Q. 553.

5.° Son dovute ad un mercante 18 somme che crescono sempre egualmente; la prima è di On7 4, e l'ultima di On7 89; si domanda quale sia la somma totale a lui dovuta. R. On7 837. Ved. Q. 554.

Col mezzo delle formole qui sopra spiegate, si potranno proporre molte altre questioni, nelle quali po-

tran darsi per termini conosciuti quelli indicati nelle formule.

Q. 555. Una signora ricca e caritatevole, ma bizzarra, si propone di dare ogni giorno una limosina ai poveri, durante un anno. Il primo giorno essa non darà che 2 grani napolitani, il secondo giorno 5, aumentando così ogni giorno di 3 grana, si domanda quale somma darà l'ultimo giorno dell'anno. R. 1094 gr. nap. = Duc. 10,94.

Formola. $u = r \times (n - 1) + p$. cioè: al primo termine aggiungete il prodotto della ragione moltiplicata pel numero dei termini diminuito dell'unità.

Operazione.

$$
\begin{array}{lll}
365 \text{ giorni} - 1 = & 364 \text{ giorni} & (n - 1) \\
\times & 3 & r \\
\hline
& 1092 & \\
\times & 2 & p \\
\hline
& 1094 \text{ gr.} = \text{Duc. } 10,94 &
\end{array}
$$

Q. 556. Un signore tanto ricco e liberale, quanto bizzarro, ha gratificato un giovane col dargli ogni giorno qualche somma durante un anno. Il primo giorno, gli ha dato soltanto grani due napolitani, e crescendo ogni giorno la somma egualmente, questa è stata l'ultimo giorno dell'anno Duc. 10,94, cioè 1094 grana; si domanda qual somma ha ricevuto in tutto questo giovane. R. Duc. 2000,20.

Formola. $s = u + p \times \frac{n}{2}$, cioè la somma è uguale all'ultimo termine più il primo, e questa somma moltiplicata per la metà del numero dei termini.

Operazione.

gr.	1094	u
+	2	p
	1096	
×	182 ½	$\frac{n}{2}$
	2192	
	8768 .	
	1096 . .	
	548	

gr. 200020 = Duc. 2000,20.

Q. 557. Un negoziante assicura che durante 85 giorni il suo guadagno è aumentato costantemente di Duc. 5 ogni giorno; s'ignora il guadagno del primo giorno; ma si sa che l'ultimo giorno egli ha guadagnato Duc. 322; si domanda quale è stato il suo guadagno totale. R. Duc. 9520.

Formola. $s = u - \frac{r \times (n-1)}{2} \times n$, cioè: moltiplicate la ragione pel numero dei termini diminuito dell'unità, sottraete la metà di questo prodotto dall'ultimo termine, e moltiplicate il resto pel numero dei termini.

Operazione.

	84 . . .	$(n-1)$
×	5	r
	420	
½	210	

	322 . . .	u
−	210 . .	$\frac{r \times (n-1)}{2}$
	112	
×	85	n
	560	
	896	

Duc. 9520 somma totale

Altrimenti. Si cerca prima il primo termine con questa formula : $p = u - r \times (n - 1)$, Duc. $322 - 5 \times 84 = 322 - 420 = -98$ primo termine.

Si trova poi la somma con questa formula.

$$s = u + p \times \frac{n}{2}$$

$$s = -98 + 322 \times 42.\ ^1/_2 = 224 \times 42.\ ^1/_2 = \text{D. } 9520.$$

Osservazione. In questa questione, si vede che il primo termine della progressione è una quantità negativa, locchè non impedisce che la risposta sia vera; ma intanto questo fa conoscere, che la questione è stata malamente proposta; imperciocchè non eravi un guadagno effettivo per lo negoziante, nel mentre che le quantità erano negative, ma questo annunziava soltanto, che la sua perdita del giorno seguente era minore di quella del giorno precedente: la questione avrebbe potuto esser proposta come siegue:

Un Mercante ha comprato una gran quantità di caffè, nel quale ve n' era dell' avariato, e che ha venduto con perdita. Egli ha cominciato dal vendere il più cattivo, ed egli perdeva ogni giorno una somma che quì non si conosce; però si sa che la perdita diminuiva ogni giorno di Duc. 5, e che finalmente il suo guadagno è andato crescendo nella medesima somma. Egli ha fatto questo negozio per 85 giorni, e l' ultimo giorno, il suo guadagno è stato di Duc. 322; si domanda 1.° quanto ha perduto il primo giorno: e 2.° quanto ha guadagnato in tutto.

Il risultato dell' operazione, che dà il primo termine, essendo una quantità negativa, rappresenta la perdita del primo giorno.

Q. 558. Un Signore avendo risoluto di far piantare lungo il suo terreno una fila di 100 alberi, ha fatto scavare le fosse, ed affinchè gli alberi abbarbicassero meglio, vuol far mettere al piede di ciascun albero

una carrettata di letame, di cui havvene un mucchio alla distanza di 6 canne dal primo albero; si domanda quàl cammino farà un uomo impiegato a questo travaglio, sapendo che la distanza d' un albero all' altro è di 3 canne. R. 30900 canne, che corrispondono a più di 35 miglia italiane.

Per rispondere a questa questione, è da osservarsi che per condurre la prima carrettata, l' operajo farà 6 canne di cammino per andare dal mucchio di letame alla prima fossa, ed altrettante per ritornare al mucchio, locchè farà 12 canne. Per andare al secondo albero, egli farà 3 canne, e tre altre per ritornare al primo; locchè farà 6 canne di più che pel primo albero: egli farà lo stesso per gli altri.

Questa è dunque una progressione aritmetica il di cui primo termine è 12, la ragione 6, e il numero dei termini 100. Si cerchi dunque l' ultimo termine con questa formula: $u = r \times (n - 1) + p$,

$$6 \times 99 = 594 + 12 = 606 \text{ canne, ultimo termine.}$$

E per avere la somma si adopera questa formula:

$$s = u + p \times \frac{n}{2}$$

$$(606 + 12) \times 50 = 618 \times 50 = 30900 \text{ C. somma totale.}$$

Si potrebbe anche trovare la somma senza ricorrere all' ultimo termine, con questa formula: $s = p + \frac{r \times (n - 1)}{2} \times n$.

Operazione

$$99 \times 6 = 594$$

$$\times \tfrac{1}{2} = 297$$

$$+ \quad 12$$

$$309 \times 100 = 30900 \text{ C. somma totale.}$$

Q 559. Un giovane ridotto a far da servitore s' accorda col suo padrone, che questi gli pagasse il primo giorno del suo servizio soltanto un grano siciliano, il secondo giorno 3 grana. il terzo giorno 5 grana, e così crescendo ogni giorno grana 2, sino all' ultimo giorno dell' anno; si domanda qual somma dovrà ricevere questo servitore alla fine dell' anno per suo salario. R. gr. 133225 = On7 222 . 1 . 5.

$$s=(1+\frac{2\times 364}{2})\times 365= \text{gr. } 133225=\text{On7 } 222.1.5.$$

Q. 560. Un Mercadante ha comprato 76 pezze di stoffa di diverse qualità, si di cottone, che di lana e di seta. Egli ha venduto On7 3 . 15 la pezza d' inferiore qualità, e On7 93 . 15 quella di miglior condizione; si domanda quanto aumentava il prezzo di ogni pezza, sapendo che aumentava in proporzione aritmetica. R. On7 1 . 6.

Si cerca la ragione

$$r=\frac{\text{On7 } 93.15-\text{On7 } 3.15}{75-1}=\text{On7 } 1.6 \text{ risposta.}$$

Q. 561. Un sartore ha fatto per la corte 76 abiti di diverse qualità, fra i quali, alcuni con ricamo più o meno ricco. Il meno buono è stato stimato On7 3 15. ed il più bello On7 93. 15; il prezzo degli altri aumentava costantemente nella medesima somma; si domanda qual somma dovrà ricevere il sartore pei 76 abiti. R. On7 3686.

Si cerca la somma.

$$s=(\text{On7 } 93.15+\text{On7 } 3.15)\times 38=\text{On7 } 3686 \text{ somma}$$

Q. 562. Un giojelliere ha venduto 76 spille; la più cara costava On7 93. 15. il prezzo di ciascuna delle altre diminuiva costantemente di On7 1 . 6; si

domanda a qual prezzo ha venduta quella del più infimo valore. R. On7 3 . 15.

Si cerca il primo termine.

p=On7 93.15—(On7 1.6×75)=On7 3.15, prima spilla.

Q. 563. Una modista ha venduto nel corso d'un anno un certo numero di cappelli da donna di diverse qualità; il primo è stato venduto On7 3 . 15, il secondo On7 1 . 6 di più; gli altri sussequenti aumentavano sempre nella stessa somma, e l'ultimo è stato venduto On7 93 . 15; si domanda quanti cappelli abbia venduti. R. 76 cappelli.

Si cerca il numero dei termini.

$$n = \frac{\text{On7 } 93 . 15 - \text{On7 } 3 . 15}{\text{On7 } 1 . 6} + 1 = 76 \text{ Cappelli.}$$

Delle progressioni geometriche

259. La *progressione geometrica* è una serie di termini, ciascuno dei quali contiene quello che lo precede, od in esso è contenuto, lo stesso numero di volte; nel primo caso la progressione è chiamata *crescente*, nel secondo *decrescente*. Per esempio, questa serie ∺ 2 : 4 : 8 : 16 : 32 ec. è una progressione geometrica crescente, perchè ciascun termine contiene quello che lo precede lo stesso numero di volte, cioè in questo caso 2 volte; questa quantità vien chiamata *ragione geometrica*.

I quattro punti che si mettono avanti la progressione hanno la stessa significazione dei due punti che precedono la progressione aritmetica (254): quì se ne mettono quattro per avvertire che la progressione è geometrica.

260. Poichè il secondo termine contiene il primo tante volte quante unità vi sono nella ragione, egli è dunque composto del primo moltiplicato per la ragione; il terzo è uguale al secondo moltiplicato similmente per la ragione; egli è dunque uguale al primo moltiplicato per la ragione, ed a questo prodotto moltiplicato ancora per la ragione, cioè al primo moltiplicato per lo quadrato, o seconda potenza della ragione; quindi il quarto termine sarà formato dal primo moltiplicato per lo cubo, o terza potenza della ragione.

Onde si può dire in generale, che *un termine qualunque d' una progressione geometrica è composto del primo moltiplicato per la ragione elevata ad una potenza indicata dal numero dei termini, che precedono questo termine qualunque.*

Questo principio serve 1.° a trovare un termine qualunque d' una progressione geometrica; senza che sia necessario il calcolare quelli che procedono: quindi per esempio, per avere l' ottavo termine della progressione qui sopra ∺ 2, 4, 8 ec., in cui la ragione è 2, si vede che il termine cercato deve averne 7 avanti lui, egli sarà dunque composto del primo termine 2×128, che è la settima potenza di 2; si avrà dunque 256 per l' ottavo termine.

261. Egli è da osservarsi che un numero può essere elevato ad una potenza qualunque, senza che abbisogni di fare tante moltiplicazioni, quante volte il numero deve essere fattore. Se si moltiplica, per es. la seconda potenza per se stessa, il prodotto darà la quarta potenza, e questa moltiplicata per la seconda darà la sesta; se si moltiplica la quarta potenza per se stessa, si avrà l' ottava ec. Quindi per avere la nona potenza di 3, in vece di moltiplicare 3 per 3, ed il prodotto 9 per 3 per avere 27, e così di seguito sino a che 3 sia stato nove volte fattore, si moltiplicherà 3 per $3 = 9$ seconda potenza; 9 per $9 = 81$ quarta potenza; $81 \times 81 = 6561$ ottava potenza, la quale moltiplicata per 3 darà 19683 per la nona po-

tenza. Se si moltiplicasse l'ottava per la nona, si avrebbe la decima ottava potenza, perchè 8 e 9 fanno 17.

2.° Il principio sopra sviluppato serve ancora a legare due numeri con una serie di termini, che sieno in proporzione geometrica, cioè ad *inserire molti medj proporzionali geometrici* tra due numeri proposti. Se si domandassero tre medj geometrici; tra 4 e 64, con un poco d'attenzione, si vedrebbe che questi tre medj. geometrici sono 8, 16 e 32; imperciocchè ∺ 4 : 8 : 16 : 32 : 64 formano una progressione geometrica; ma se si proponessero due altri numeri diversi di 4 e 64, o si domandasse un maggior numero di medj proporzionali, la cosa non sarebbe tanto facile, perchè bisognerebbe trovar allora la ragione della progressione; e moltiplicando il primo termine per la ragione, si avrebbe il secondo, il quale moltiplicato per la ragione darebbe il terzo, e per se stesso darebbe il quarto ec.

Supposto che si vogliano avere 7 medj geometrici tra 2 e 512, questo sarà il nono termine d'una progressione, il primo dei quali è 2; egli è dunque composto (260) del primo moltiplicato per la ragione elevata all'ottava potenza. Se si divide l'ultimo termine 512 per 2, il quoziente 256 sarà la ragione elevata all'ottava potenza; se dunque si estrarrà la radice ottava di 256, ne risulterà 2 che sarà la ragione.

262. Siccome non abbiam dato dei metodi per estrarre la radice delle potenze al di là della terza, ci contenteremo di dire, che l'estrazione delle radici dei gradi superiori siegue la medesima regola, e che vi si procede d'una maniera analoga al modo, che si è seguito per quella; e come la radice quadrata, o cubica non ha che una cifra, allorchè il numero proposto ne ha due, o tre; così la radice quarta non avrà che una cifra, se il numero proposto non ne avrà più di quattro: la radice ottava non avrà del pari che una cifra; se il numero proposto non ne ha che otto, ec.

263. Quando si vuol avere una radice superiore alla terza, se il numero proposto non ha un maggior numero di cifre di quanto ne indica la potenza o il grado, si può tentare di ottenerla, colla moltiplicazione dei numeri semplici, quando non si troverà a colpo d' occhio quello di cui si tratta. Quindi, per es. in vece di estrarre la radice ottava di 256 nella questione sopraddetta, s' innalzerà 2 all' ottava potenza, e se ne risulterà 256, si conchiuderà che 2 è la ragione della progressione.

264. In conseguenza di quanto si è detto quì sopra si può vedere, che per inserire tra due numeri proposti quanti medj geometrici si vorranno, bisogna dividere il più grande pel più piccolo, ed estrarre dal quoziente una radice del grado indicato dal numero dei medj aumentato dell' unità; questa radice sarà la ragione.

Per rivenire al nostro esempio, si divide 512 per 2 da cui risulta per quoziente 256; e poichè si vogliono 7 medj, si estrae la radice ottava di 256, la quale è 2 che è la ragione; e si vede che dopo aver collocato questi 7 termini medj, il numero proposto per l' ultimo termine si trova come siegue:

$$\div\div 2 : 4 : 8 : 16 : 32 : 64 : 128 : 256 : 512.$$

Similmente se si volessero mettere 4 medj geometrici tra 4 e 48, bisognerebbe dividere 48 per 4 ed estrarre la radice quinta del quoziente 12; ma siccome 12 non ha una radice quinta esatta, non si possono avere per medj proporzionali che numeri frazionarj, e soltanto per approssimazione.

265. Essendoci proposti di dare soltanto un' idea leggiera delle progressioni geometriche, non ci stenderemo più a lungo, e ci contenteremo di dare le formule per trovare le diverse parti che le compongono, come l' abbiam fatto per le progressioni aritmetiche (258). Quindi dal n.° 260 tireremo le formule seguenti: (A), (B), (C), (D).

(A). *L'ultimo termine d'una progressione geometrica è uguale al primo moltiplicato per la ragione elevata ad una potenza indicata dal numero dei termini meno uno.*

Q. 564. Si vuole avere il quinto termine d'una progressione geometrica, di cui il primo termine è 4, e la ragione 3.

$$u = 4 \times 3^{5-1} = 4 \times 81 = 324 \text{ quinto termine.}$$

(B). *Il primo termine è uguale all' ultimo diviso per la ragione elevata ad una potenza indicata dal numero dei termini meno l' unità.*

Q. 565. Una progressione geometrica, la di cui ragione è 3, ha 5 termini, l'ultimo dei quali è 324; si domanda quale è il primo.

$$p = \frac{324}{3^{5-1}} = \frac{324}{3^4} = \frac{324}{81} = 4 \text{ primo termine.}$$

(C) *La ragione è uguale al quoziente dell' ultimo termine diviso pel primo, del quale quoziente si estrarrà la radice d' un grado indicato dal numero dei termini meno l' unità.*

Q. 566. Si vuol sapere qual sia la ragione d'una progressione geometrica di 5 termini, il primo dei quali è 4, e l'ultimo 324.

$$r = \sqrt[5-1]{\frac{324}{4}} = \sqrt[4]{81} = \sqrt[2]{9} = 3 \text{ ragione.}$$

(D) *L' ultimo termine è uguale al primo moltiplicato per la ragione elevata ad una potenza eguale al numero dei termini diminuito dell' unità.*

266. *Osservazione.* Si è detto quì sopra (261) che moltiplicando la seconda potenza per se stessa, ne sarebbe risultato il quarto termine, similmente estraendo

la radice quadrata d'un numero che è sotto il radicale, e dividendo per 2 la cifra che indica la potenza, ne risulta una quantità il cui grado non è che la metà del primo. Per es. nella questione 564 si è divisa per 2 la cifra 4, che è nel radicale, e nel medesimo tempo si è estratta la radice quadrata di 81, e n'è risultato $\sqrt[2]{9}$ che indica esser uopo ancora estrarre la radice quadrata di 9 che è 3, poichè $\sqrt[2]{9}=3$.

Se si dividesse per 3 la cifra del radicale, bisognerebbe nel medesimo tempo prendere la radice cubica del numero, che sarebbe sotto il radicale; e si opererebbe in una maniera simile, per qualunque altro numero. Perciò, se si vorrà avere la radice nona di 512, ossia $\sqrt[9]{512}$, si dividerà per 3 la cifra 9 che indica la potenza, e si prenderà la radice terza o cubica di 512, e ne risulterà per radice $\sqrt[3]{8}$, della quale estraendo pure la radice cubica, ne risulterà 2 per radice nona di 512.

Applicazione delle tre ultime questioni.

1.ª Un giocatore avendo perduto On7 4 in una prima partita, ne volle fare altre quattro, triplicando il giuoco ad ogni partita; egli le perdette tutte; si domanda quanto perdè nella quinta. R. On7 324. Vedete Q. 564.

2.ª Un particolare assicura che se gli si triplicasse successivamente 4 volte il suo denaro, egli avrebbe On7 324; si vuol sapere qual somma egli ha. R. On7 4. Ved. Q. 565.

3.ª Durante 5 giorni, un capitano ha distribuito una somma ai suoi soldati; il primo giorno ha dato loro On7 4, e ne' giorni seguenti la somma del giorno precedente è stata moltiplicata per un numero ignoto,

si sa soltanto che il quinto giorno egli ha dato On7 324; si desidera sapere qual sia questo numero ignoto. R. 3. Ved. Q. 566.

(E) 267. *La somma di tutti i termini d'una progressione geometrica è uguale al prodotto della ragione moltiplicata per l'ultimo termine, meno il primo, ed il resto diviso per la ragione diminuita dell'unità.*

Per dimostrare questa proposizione, prendiamo una progressione geometrica qualunque, questa per es. in cui la ragione è 3.

$$\because\; 2 : 6 : 18 : 54 : 162 : 486.$$

$$\text{ossia} \;\because\; 486 : 162 : 54 : 18 : 6 : 2.$$

Moltiplichiamo tutti i termini della seconda per la ragione 3, ed avremo,
$\because$ 1458 : 486 : 162 : 54 : 18 : 6, dalla quale sottraendo la seconda $\because$ 486 : 162 : 54 : 18 : 6 : 2, resterà 2184 — 728 = 1456, e questa somma = (486 × 3) — 2 sarà la somma della progressione moltiplicata per 3 — 1. Quindi la somma sarà eguale a $\frac{(486 \times 3) - 2}{3 - 1}$, cioè al prodotto dell'ultimo termine moltiplicato per la ragione, e da questo prodotto sottraendo il primo termine, ed il resto diviso per la ragione diminuita dell'unità.

Q. 567. Si domanda qual sia la somma di tutti i termini d'una progressione geometrica, di cui la ragione è 3, il primo termine 4, e l'ultimo 324.

$$s = \frac{(324 \times 3) - 4}{3 - 1} = \frac{968}{2} = 484. \text{ somma.}$$

Applicazione. Un signore volendo dare una gratificazione a 5 servi suoi, ha dato al più giovane On7 4; il secondo ha ricevuto il triplo di costui; il terzo il triplo del secondo, e così degli altri, in modo che

il più vecchio ha ricevuto On7 324; si vuol sapere qual somma abbia data in tutto questo signore. R. On7 484.

268. Dall' articolo 266, si son tirate le formule seguenti.

(F) *Il primo termine è uguale al prodotto della ragione moltiplicata per l' ultimo termine, meno la somma della progressione moltiplicata per la ragione diminuita dell' unità.*

(G) *L' ultimo termine è uguale al quoziente del primo termine, più la somma della progressione moltiplicata per la ragione diminuïta dell' unità, il tutto diviso per la ragione.*

(H) *La ragione della progressione è uguale al quoziente della somma della progressione meno il primo termine, diviso per la somma della progressione meno l' ultimo termine.*

Se si compareranno le due formule (D) e (G) dell' ultimo termine, si vedrà che *il primo termine moltiplicato per la ragione elevata ad una potenza eguale al numero dei termini diminuito dell' unità, produce un risultato eguale al quoziente del primo termine più la somma della progressione moltiplicata per la ragione diminuita dell' unità, il tutto diviso per la ragione.* Da ciò si tireranno le formule seguenti.

(I) *La somma della progressione è uguale al prodotto del primo termine moltiplicato per la ragione elevata ad una potenza indicata dal numero dei termini; da tal prodotto bisogna sottrarre il primo termine, e dividere il resto per la ragione diminuita dell' unità.*

(K) *Il primo termine d' una progressione è uguale al prodotto della somma moltiplicata per la ragione diminuita dell' unità, diviso per la ragione elevata ad una potenza indicata dal numero dei termini, e da cui si sottrarrà dipoi l' unità.*

Regola dell' interesse degl' interessi

269. La regola dell' *interesse degl' interessi*, o *degl' interessi composti*. consiste nell' aggiungere al capitale gl' interessi prodotti in ciascun anno, affinchè gl' interessi fruttino ugualmente come il capitale.

Il metodo più semplice, per fare queste specie di regole, consiste nel cercare prima l' interesse d' un anno, e nell' aggiungerlo al capitale affin di prenderne l' interesse pel secondo anno; questo secondo interesse si aggiungerà similmente alla somma, che sarà stata considerata come capitale per quest' anno, per prendere l' interesse del terzo anno, e così di seguito, facendo tante proporzioni quanti anni vi saranno da calcolarsi: ovvero si adopererà il metodo delle regole congiunte, prendendo per primo termine il denaro, od il numero 100; per secondo il denaro più l' unità, o 100 aumentato del tanto per 100, ripetuto tante volte quanti anni vi saranno nella questione, il terzo termine sarà il capitale, ed il quarto produrrà il capitale cogl' interessi composti, come si vedrà nelle questioni seguenti.

Q. 568. Un Minore che s' è fatto emancipare esigge che il suo tutore gli faccia il rimborso di On7 6000 di capitale, insieme cogl' interessi degl' interessi al 5 per 100 l' anno per 3 anni; si domanda qual somma dovrà pagare il tutore. R. On7 6945 . 22 . 10.

100 : 5 :: 6000 : x	Capitale . .	On7 6000
5	Int. del 1.° anno	. 300
300|00		On7 6300
100 : 5 :: 6300 : x	Int. del 2.° anno	315
5		
315|00		On7 6615

100 : 5 :: 6615 : x
5
33075 | 330
30
2250 | 22
20
1000 | 10

On7 6615.
Int. del 3.° anno 330.22.10

Som. dovuta On7 6945.22.10

Per regola congiunta

In vece d' operare col tanto per 100, si adopera il denaro.

20 : 21
20 : 21
20 : 21 :: On7 6000 : x

20 × 20 × 20 : 21 × 21 × 21 :: 6000 : x

20	21
400	21
20	42
8000	441
	21
	441
	882
	9261
	6000

55566000

55566,000) 8,000
75 ——————
36) On7 6945 . 22 . 10.
46
6
30
——
180
20
4
20
——
80
00

Per risolvere questa questione si cerca prima l' interesse d' un anno, che è On7 300; questa somma si aggiunge al capitale, lo che produce On7 6300, che si avrebbero dovuto pagare al fine del primo anno; si cerca pel secondo anno l' interesse di On7 6300, che produce On7 315, le quali aggiunte ad On7 6300 fanno On7 6615, che si avrebbero dovuto pagare alla fine del secondo anno. Si cerca finalmente l' interesse di On7 6615, e ne risulta On7 330 . 22 . 10, le quali aggiunte ad On7 6615 fanno On7 6945. 22. 10 pel capitale e gl' interessi composti di 3 anni.

Q. 569. Una persona dà ad interesse On7 3000 per 2 anni, a condizione che gli si pagassero gl' interessi degl' interessi, alla ragion del 4 per 100 l'anno; quanto gli si pagherà in tutto? R. On7 3244. 24.

$100 : 4 :: 3000 : x$
4
——
12000
1

$100 : 4 :: 3120 : x$
4
——
12480
| 30
24|00

Capitale . .	On7 3000.
Int. del 1.° anno	120.
	3120.
Int. del 2.° anno	124.24.
Somma pagabile	On7 3244.24.

Q. 570. Un particolare malgrado il divieto delle leggi, ha imprestato On7 4000 al 10 per 100 per 5 anni, a condizione che, nel rimborsargli il capitale, gli si pagassero gl' interessi composti; si domanda qual somma riceverà dopo 5 anni. R. On7 6442 . 1 . 4.

Per risolvere questa questione come le precedenti, si dovrebbero fare 5 proporzioni.

Se si volesse avere, con una sola proporzione, il capitale aumentato dell' interesse, si potrebbe adoperare questa formola della Q. 332.

D : C :: D + 1 : C + R, cioè: *il denaro è al capitale come il denaro più l'unità è al capitale più la rendita, o l' interesse.* Si avrebbe dunque questa proporzione:

$10 : 4000 :: 11 : x =$ On7 4400 capitale più rendita.

La seconda proporzione sarebbe:

$10 : 4400 :: 11 : x =$ On7 4840 pel secondo anno.

Si farebbero così tante proporzioni quanti anni vi sono, prendendo la risposta della prima pel capitale della seconda; la risposta della seconda pel capitale della terza ec.

Si potrebbero fare queste cinque operazioni con uno dei metodi seguenti.

$$\left.\begin{matrix}10\\10\\10\\10\\10\end{matrix}\right\} : \left\{\begin{matrix}11\\11\\11\\11\\11\end{matrix}\right. :: 4000 : x$$, ovvero

$10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 : 11 \times 11 \times 11 \times 11 \times 11 ::$ On7 $4000 : x$

$100000 : 161051 ::$ On7 $4000 : x =$ On7 6442 . 1 . 4.

In questa operazione, si vede che per avere la risposta, bisogna moltiplicare il capitale per lo denaro, aumentato dell' unità, elevato alla potenza indicata dal numero degli anni, e dividere questo prodotto per lo denaro elevato alla medesima potenza; l' operazione darà si per capitale che per interessi composti On7 6442. 1, 4. Se si volessero avere i soli interessi, si dovrebbe sottrarre il capitale da questa somma.

Q. 571. Si son date ad interesse On7 3200 per 4 anni, al 5 per 100 l'anno; quanto si riceverà al termine dei 4 anni, si per capitale che per gl' interessi composti. R. On7 3889. 18. 12.

100 : 105 :: 3200 : x =	On7 3360	. . .	1.° anno
100 : 105 :: 3360 : x =	3528	. . .	2.° anno
100 : 105 :: 3528 : x =	3704 . 12	. .	3.° anno
100 : 105 :: 3704 . 12 :	3889 . 18 . 12.		4.° anno

ovvero

100 : 105
100 : 105
100 : 105
100 : 105 } :: On7 3200 : x = On7 3889 . 18 . 12.

o per via del denaro

20 : 21
20 : 21
20 : 21
20 : 21 } :: On7 3200 : x = On7 3889. 18 . 12.

Q. 572. Si domanda qual capitale si dovrà dare al 5 per °/o l' anno per ricevere dopo 6 anni la somma di On7 7772 . 16 . 12 . 1327/1900 si per capitale che per gl' interessi composti. R. On7 5800.

Questa proposizione essendo l' inversa della precedente, non si tratta, per risolverla, che di cambiare i termini della proporzione, cioè, di mettere il primo antecedente al luogo del primo conseguente, e reciprocamente, di collocare similmente il quarto termine al luogo del terzo; e si avrà,

$$\left.\begin{array}{l}21 : 20\\21 : 20\\21 : 20\\21 : 20\\21 : 20\\21 : 20\end{array}\right\}\text{ovvero } 21^6 : 20^6 :: \text{On7 } 7772 . 16 . 12\ ^{1327}/_{1600} : x = \text{On7 } 5800.$$

270. I metodi che abbiamo impiegati fin qui, per calcolare gl' interessi composti, son tutti lunghissimi, massimamente quando il numero degli anni è considerabile; ma il metodo seguito nella questione 572 ci prepara la formazione d' una tavola, col mezzo della quale tutta l' operazione si ridurrà ad una moltiplicazione, qualunque sia il numero degli anni. Si avrà sempre questa proporzione: *il denaro elevato ad una potenza uguale al numero degli anni, è al denaro aumentato dell' unità elevato all' istessa potenza, come il capitale è alla somma del capitale e degl' interessi.* Or in una proporzione, la divisione può sempre farsi prima della moltiplicazione. Se dunque si eleverà il denaro più l' unità alla 2.ª, 3.ª, 4.ª, ec. potenza, e se ne dividerà il prodotto per lo denaro elevato alla stessa potenza, non si tratterà più che di moltiplicare il capitale per questo quoziente, ridotto in frazione decimale, per avere questo medesimo capitale, aumentato degl' interessi. Questo è il metodo che abbiam seguito per formare la tavola qui appresso.

Siccome le differenti divisioni non han potuto farsi esattamente, si è portata l' approssimazione avvicinata a meno d' un milionesimo, e sin' anche a un mezzo milionesimo; l' errore è piccolissimo senza dubbio, ma siccome questo numero decimale deve moltiplicare il capitale, egli è evidente che questo errore si ripeterà tante volte, quante unità vi saranno in questo capitale. Quindi un capitale di On7 1000 darà un errore di mille mezzi-milionesimi = 0,000500, ovvero (208) 0,0005 di un' oncia, locchè fa 3/10 d' un grano; e sopra On7 10000 l' errore sarebbe di 3 grani ec.: quest' errore può dunque considerarsi come un nulla.

TAVOLA

PER CALCOLARE FACILMENTE GL' INTERESSI COMPOSTI

I numeri al lato dei quali non havvi alcun segno daranno la risposta esattamente; quelli che hanno il segno — daranno un errore in meno, e quelli che avranno il segno + daranno un errore in più. Questo ha luogo quando si cercano gl' interessi per mezzo del capitale; ma la cosa sarebbe al contrario, se si cercasse il capitale col mezzo degl' interessi conosciuti; allora i numeri che hanno il segno — daranno una risposta alquanto in più, e quelli che hanno il segno + la daranno alquanto in meno.

Den.		10 = 10 per 100	11 = 9. 1/11 per 100	12 = 8. 1/3 per 100
Anni	1	1,1	1,090909—	1,083333—
	2	1,21	1,190083+	1.173611—
	3	1,331	1,298272+	1,271412—
	4	1,4641	1,416297+	1,377363—
	5	1,61051	1,545051+	1,492143—
	6	1,771561	1,68551 —	1,616488—
	7	1,948717—	1,838738—	1,751196+
	8	2,143589+	2,005896—	2,897129+
	9	2,357948+	2,18825 —	2,055223—
	10	2,593743+	2,387182—	2,226491—

Den.		13 = 7. 9/13 per 100	14 = 7. 1/7 per 100	15 = 6. 2/3 per 100
Anni	1	1, 076923—	1, 071429+	1, 066667+
	2	1, 159763—	1, 147959—	1, 137778+
	3	1, 248976+	1, 229956—	1, 21363 +
	4	1, 345051+	1, 31781 —	1, 294538—
	5	1, 448516—	1. 41194 +	1, 380841+
	6	1. 559941+	1, 512792—	1, 472897+
	7	1. 679936—	1. 620849—	1, 57109 —
	8	1. 809162—	1, 736624+	1, 675829—
	9	1, 948328—	1, 860669+	1, 787551—
	10	2, 098199—	1, 993573—	1, 906721—
Den.		16 = 6. 1/4 per 100	17 = 5. 15/17 per 100	18 = 5. 5/9 per 100
Anni	1	1, 0625	1, 058823—	1, 055555—
	2	1, 128906—	1, 121107—	1, 114197—
	3	1, 199463+	1, 187055+	1, 176097—
	4	1, 274429—	1, 256882+	1, 241341+
	5	1, 354081—	1, 330816+	1, 310405+
	6	1, 438711—	1, 409099+	1, 383205—
	7	1, 528631+	1, 491987—	1, 46005 +
	8	1, 62417 —	1, 579751—	1, 541164+
	9	1, 725681+	1, 672678+	1, 626784+
	10	1, 833536+	1, 77107 —	1, 717161+
Den.		19 = 5. 5/19 per 100	20 = 5 per 100	21 = 4. 16/21 per 100
Anni	1	1, 052632+	1, 05	1, 047619—
	2	1, 108033—	1, 1025	1, 097506+
	3	1, 166351+	1, 157625	1, 149768+
	4	1, 227738+	1, 215506—	1, 204519+
	5	1, 292355—	1, 276282+	1, 261877+
	6	1, 360374—	1, 340096+	1, 321966—
	7	1, 431973+	1, 4071 —	1, 384917+
	8	1, 507339—	1, 477455—	1, 450865—
	9	1, 586673—	1, 551328—	1, 519954—
	10	1. 670182—	1, 628895+	1, 592333+

	Den.	22 = 4. 6/11 per 100	23 = 4. 8/23 per 100	24 = 4. 1/6 per 100
	1	1,045455+	1,043478—	1,041667+
	2	1,092975—	1,088847+	1,085069÷
	3	1,142656+	1,136188—	1,130281+
	4	1,194595+	1,185582+	1,177376+
Anni	5	1,248895+	1,237135+	1,226433—
	6	1,305663+	1,290923—	1,277534—
	7	1,365011+	1,34705 —	1,330765+
	8	1,427057+	1,405618+	1,386214+
	9	1,491923+	1,466732+	1,443972÷
	10	1,559738+	1,530503+	1,504138+
	Den.	25 = 4 per 100	26 = 3. 11/13 per 100	27 = 3. 19/27 per 100
	1	1,04	1,038462+	1,037037—
	2	1,0816	1,078402—	1,075446+
	3	1,124864	1,119879—	1,115277—
	4	1,169859+	1,162952+	1,156584+
Anni	5	1,216653+	1,20768 —	1,19942 —
	6	1,265319—	1,254129—	1,243843—
	7	1,315932+	1,302365—	1,289911—
	8	1,368569—	1,352457+	1,337686+
	9	1,423312+	1,404474—	1,38723 +
	10	1,480244—	1,458402—	1,438609+
	Den.	28 = 3. 4/7 per 100	29 = 3. 13/29 per 100	30 = 3. 1/3 per 100
	1	1,035714—	1,034483+	1,033333—
	2	1,072704—	1,070155+	1,067778+
	3	1,111015+	1,107056—	1,10337 —
	4	1,150694—	1,145231+	1,140149—
Anni	5	1,191790—	1,184721—	1,178155+
	6	1,234354—	1,225574—	1,217426—
	7	1,278438—	1,267835—	1,258007—
	8	1,324097+	1,311554+	1,29994 —
	9	1,371386+	1,356780+	1,343277+
	10	1,420364—	1,403565+	1,388048+

271. Per far uso di questa tavola, bisogna prendere nella colonna del denaro, o del tanto per 100 stabilito, il numero che si ritrova rimpetto agli anni, pei quali si domandano gl' interessi composti; si moltiplicherà il capitale per questo numero, e il prodotto darà il capitale una cogl' interessi. Per darne un esempio, prendiamo la questione 571, nella quale si domanda il capitale cogl' interessi composti di On7 3200 al 5 per 100 l'anno per 4 anni.

Si prende nella colonna del denaro 20 = 5 per 100, rimpetto ai 4 anni, il numero 1,215506 pel quale si moltiplica il capitale On7 3200; il prodotto (210) 3889,619200, ovvero 3889,6192 contiene il capitale unito agl' interessi. Se si riduce la frazione decimale in tarì e grani (215) ne risulterà 18 tarì, 11 grani, 52/100. Questa risposta differisce da quella della questione 571, in 48/100 d' un grano, cioè meno di mezzo grano.

Operazione.

```
        1,215506
  ×         3200
  --------------
      243101200
      3646518...
  --------------
On7 3889,6192,00
              30
  --------------
  tt.  18,5760
            20
  --------------
  gr.  11,52,00
```

Q. 573. Un Proprietario volendo porre a profitto una somma di denaro consistente in On7 6458, la dà ad un negoziante al denaro 18 per 10 anni, a condizione che, elasso tal termine, gli dovesse restituire il capitale insieme agl' interessi composti; qual somma

dovrà ricevere il proprietario? R. On7 11089. 12. 15.

Operazione

```
          1,717161
              6458
          --------
          13737288
          8585805.
         6868644..
       10302966...
       -----------
On7   11089,425738
                30
       -----------
tt.      12,772140
                20
       -----------
gr.      15,442800
```

272. La tavola in questione servirà non solo per gli anni, pei quali è stata calcolata, ma benanche per un più gran numero. In tal caso, si prenderanno nella tavola, (sempre nella colonna del denaro a cui è dato il capitale) dei numeri pei quali si moltiplicherà successivamente il capitale. Questi numeri debbono esser presi in modo, che la somma degli anni che sono al lato di essi, sia eguale al numero degli anni, per cui si domanda l' interesse, badando ancora, per quanto si potrà, che uno dei numeri abbia il segno +, e l' altro il segno —; ovvero, dovendosi fare tre moltiplicazioni, ed essendosi già moltiplicato per due numeri aventi il medesimo segno, bisognerà aumentare o diminuire d' una unità l' ultima cifra decimale del terzo numero pel quale si moltiplicherà, secondochè i due numeri precedenti avevano il segno — od il segno +.

Q. 574. Si domanda qual somma si dovrà ricevere così per capitale come per gl' interessi composti di Duc. 1000 dati al denaro 24 per 12 anni. R. Duc. 1632,9.

Operazione.

```
      1,504138        per 10 anni
      ×       1000
      ------------
      1504,138,000
      1,085069        per 2 anni
      ------------
      13537242
      9024828.
     75206900..
    120331040...
    15041380.....
    -------------
Duc. 1632,09,3515522
```

Si son presi due numeri corrispondenti a 10 anni, e a 2 anni; si possono prendere altresì i due numeri che corrispondono a 8 anni ed a 4 anni; ma siccome questi numeri hanno ambidue il segno +, si adopererà uno dei due con una unità di più all' ultima cifra decimale.

Operazione

```
      1,386214        per 8 anni
      ×       1000
      ------------
      1386,214,000
      1,177375        per 4 anni
      ------------
      6931070
     9703498.
    4158642..
   9703498...
  9703498....
 1386214.....
1386214......
-------------
Duc. 1632,09,3708250
```

All' ultimo prodotto si son separati 9 decimali, perchè ve ne sono 3 al moltiplicatore e 6 al moltiplicando, e di questi 9 decimali se ne son separati 2 a sinistra, che fanno 9 grani, perchè i grani napoletani sono frazioni decimali del Ducato.

Q. 575. Quale è il capitale, che dato ad interesse al 4 per °/₀ l' anno, produrrà tanto per capitale che per interessi composti di 4 anni Ducati 3680? R. Duc. 3145,67.

Si vede che questa questione è l' inversa della precedente, in cui per avere la risposta si è moltiplicato il capitale per lo numero preso nella tavola. Per risolvere questa, bisogna fare una operazione contraria, e dividere il capitale riunito agl' interessi, per un numero preso nella tavola; il quoziente darà il capitale.

Operazione

```
3680000000 ⎫ 1169859
  1704230  ⎨ ―――――――
   5343710 ⎭ Duc. 3145,67.
    6642740
     7934450
      9152960
       693947
```

Dopo avere avuto al quoziente Duc. 3145, abbiamo aggiunto al resto successivamente due zeri, per avere due decimali, cioè 67 grani.

Se si dassero soltanto gl' interessi composti, e se si domandasse il capitale; per averlo, si bisognerebbe dividere gl' interessi per le cifre decimali che si prenderebbero nella tavola, senza prendere l' unità che le precede, eccetto per li numeri che hanno due unità, e nei quali se ne prenderebbe una.

Q. 576. Il dì 20 Marzo 1820, Michele ha dato a Pietro On7 740, a condizione di pagargliene gl' interessi composti alla ragione di 6 per °/₀ l' anno. A' 15 Luglio 1824 Pietro ha pagato in conto On7 300; il

primo di Gennajo 1826, egli ha pagato un altro a conto di On7 200; finalmente il giorno 15 di Agosto 1829 Pietro vuol saldare il suo conto con Michele; si domanda qual somma gli dovrà pagare per saldo del capitale ricevuto e degl' interessi composti, a tenor della loro convenzione. R. On7 630.16.2.

Per risolvere questa questione ed altre simili, bisogna calcolare l' interesse ad anno ad anno, sino all' epoca in cui si è pagata una somma a conto; e per calcolare l' interesse dell' interesse dell' anno seguente, bisognerà aggiungere ad ogni anno l' interesse della somma precedente; e arrivando al punto del pagamento parziale, si scemerà la somma pagata dalla somma che contiene il capitale più gl' interessi calcolati sino al momento del pagamento. Sopra la somma restante, si calcolerà ancora l' interesse ad anno ad anno, sino all' epoca del secondo pagamento, aggiungendo sempre l' interesse al capitale dell' anno precedente; si ripeterà questa operazione, quante volte si saranno fatti dei pagamenti parziali; finalmente si seguiterà il calcolo, sino all' epoca in cui si vorrà fare l' ultimo pagamento, come si vedrà dall' operazione, nella quale calcoleremo la moneta sino ai piccioli, trascurando le frazioni inferiori a questi.

Operazione

100 : 6 :: On7 740 : $x =$ On7 44. 12 pel 1.° anno.
On7 740 + On7 44 . 12 = On7 784 . 12.
100 : 6 :: On7 784 . 12 : $x =$ On7 47.1.18.2 pel 2°. anno.
On7 784 . 12 + On7 47 . 1 . 18 . 2 = On7 831.13.18.2.
100:6 :: On7 831.13.18.2 : $x =$ On7 49.26.12.4.3.° anno.
On7 831.13.18.2 + On7 49.26.12.4 = On7 881.10.11
100 : 6 :: On7 881 . 10 . 11 : $x =$ On7 52.26.8.3.4.° anno.
On7 881 . 10 . 11 + On7 52.26.8.3 = On7 934.6.19.3.
100:6 :: On7 934.6.19.3 : $x =$ On7 56.1.12.2.5.° anno.

Ma del quinto anno non si deve prendere l' interesse che per 3 mesi e 25 giorni, cioè da' 25 Marzo a' 15 Luglio 1824: dunque On7 56 . 1 . 12 . 2 × 3 mesi 25 giorni = On7 17 , 27 . 3 . 3.

On7 934. 6. 19. 3 + On7 17. 27. 3. 3 = On7 952 . 4 . 3.
Quest' ultima somma è quella che si dovea pagare a' 15 Luglio 1824, ma
Pietro ha pagato in conto . . . On7 300 . o . o.

Egli era debitore a' 15 Luglio 1724 di On7 652 . 4 . 3.

L' interesse dovrà calcolarsi ad anno ad anno sopra On7 652 . 4 . 3, a contare da' 15 Luglio 1824, sino al primo di Gennajo 1826, in cui fece un secondo pagamento parziale, cioè per un anno, 5 mesi e 15 giorni.

100 : 6 :: On7 652.4.3 : x = On7 39.3.16.5. per un anno.
On7 652.4.3 + On7 39.3.16.5 = On7 691.7.19.5.
100 : 6 :: 691.7.19.5 : x = On7 41.14.5.3. per un anno.

Ma non si deve prendere l' interesse che per 5 mesi e 15 giorni, cioè dai 15 Luglio 1825 al 1.° Gennajo 1826, dunque On7 41 . 14 . 5 . 3 × 5 mesi e 15 giorni = On7 19 . o . 5 . 5.

On7 691.7.19.5 + On7 19.o.5.5 = On7 710 . 8 . 5 . 4.
Quest' ultima somma è quella pagabile al 1.° Gennajo 1826, ma Pietro ha pagato in conto altre . . On7 200 . o . o . o.

Egli era debitore al 1.° Gennajo 1826 On7 510 . 8 . 5 . 4.

Si seguiterà a calcolare l' interesse di questa somma ad anno ad anno, sino a' 15 Agosto 1829, cioè per 3 anni, 7 mesi e 15 giorni

100 : 6 :: On7 510.8.5 . 4 : x = On7 30 . 18.9.5. 1.° anno.
On7 510.8.5.4 + On7 30.18.8.5 = On7 540.26.15.3.
100 : 6 :: On7 540.26.15.3 : x = On7 32.13.12. 2.° anno.
On7 540.26.15.3 + On7 32.13.12 = On7 573.10.7.3.
100 : 6 :: On7 573.10.7.3 : x = On7 34.12.0.2. 3.° anno.
On7 573.10.7.3 + On7 34.12.0.2 = On7 607.22.7.5.
100 : 6 :: On7 607.22.7.5 : x = On7 36.13.18.5. 4.° anno.

Ma di quest' anno si deve prendere l' interesse per 7 mesi e 15 giorni soltanto, cioè dal 1.° Gennajo a' 25 d' Agosto 1829; dunque,

On7 36.13.18.5. × 7 mesi 15 giorni = On7 22.23.14.1.
Finalmente On7 607.22.7.5 + On7 22.23.14.1 = On7 630.16.2. Questa è la somma che Pietro dovrà pagare il dì 15 d' Agosto 1829, per saldo delle On7 740, ch' egli avea ricevute da Michele, insieme cogl' interessi composti.

Recapitolazione

Il dì 20 Marzo 1820, Pietro ricevè On7	740. 0. 0.0
Interesse d' un anno	44.12. 0.0
Il dì 20 Marzo 1821, egli dovea .	784.12. 0.0
Interesse d' un anno	47. 1.18.2
Il dì 20 Marzo 1822, egli doveva	831.13.18.2
Interesse d' un anno	49.26.12.4
Il dì 20 Marzo 1823, egli dovea .	881.10.11.0
Interesse d' un anno	52.26. 8.3
Il dì 20 Marzo 1824, egli dovea .	934. 6.19.3
Interesse di 3 mesi e 25 giorni .	17.27. 3.3
Il dì 15 Luglio 1824, egli dovea .	952. 4. 3.0
Il detto giorno, egli pagò in conto	300. 0. 0.0
Il dì 15 Luglio 1824, egli dovea .	652. 4. 3.0
Interesse d' un anno	39. 3.16.5
Il dì 15 Luglio 1825, egli dovea .	691. 7.19.5
Interesse di 5 mesi e 15 giorni .	19. 0. 5.5
Il primo Gennajo 1826, egli dovea	710. 8. 5.4
A detto giorno, egli pagò in conto	200. 0. 0.0
	510. 8. 5.4

Il 1.° Gennajo 1826, restava debitore di	510. 8. 5.4
Interesse d' un anno	30.18. 9.5
Il 1.° Gennajo 1827, egli dovea .	540.26.15.3
Interesse d' un anno	32.13.12.0
Il 1.° Gennajo 1828, egli dovea .	573.10. 7.3
Interesse d'un anno	34.12. 0.2
Il 1.° Gennajo 1829, egli dovea .	607.22. 7.5
Interesse di 7 mesi e 15 giorni .	22.23.14.1

Il di 15 d' Agosto 1829, dovrà pagare 630.16. 2. per saldo.

Del Numero Aureo

273. Il *Numero Aureo* ossia *Ciclo lunare* è una rivoluzione di 19 anni, al fine dei quali i novilunj ed i plenilunj si trovano nel medesimo giorno, che 19 anni prima.

Per trovare il Numero aureo; bisogna aggiungere 1 all' anno proposto, e dividere per 19, senza fare attenzione al quoziente, ed il resto della divisione darà il numero aureo: se non resterà niente, esso sarà 19.

Q. 577. Si domanda qual è il numero aureo dell' anno 1826? R. 3.

Sol. Dividete 1827 per 19, il quoziente sarà 96, ed il resto 3 indica il numero aureo dell' anno 1826.

La ragion per cui si aggiunge l' unità all' anno proposto, si è che il ciclo lunare cominciava un anno prima dell' era cristiana. Il numero aureo aumenta di uno ad ogni anno; perciò il numero aureo del 1825 fu 2, quello del 1827 sarà 4, quello del 1828 sarà, 5 ec.

Dell' Epatta

274. L' *Epatta* è la differenza tra l'anno lunare e l'anno solare, la quale è di circa 11 giorni, imperocchè l'anno lunare è composto di 354 giorni circa, e l'anno solare di 365 giorni e 6 ore circa; ovvero l'epatta d'un anno è presso a poco l'età, che avea la luna, alla fine dell'anno precedente.

Per trovare l'epatta d'un anno qualunque, dall'anno 1700 sino all'anno 1900 esclusivamente, bisogna levare l'unità dal numero aureo dell'anno, moltiplicare il resto per 11, e dividere il prodotto per 30, il resto di questa divisione sarà l'epatta. Quando il numero aureo è 1, l'epatta è zero. L'epatta aumenta di 11 a ciascun anno sucessivo, e quando il numero oltrepassa 30, questo soprappiù è l'epatta: ma quando il numero aureo è 1, allora bisogna aggiungere 12 all'ultima epatta.

Q. 578. Quale è l'epatta dell'anno 1826? R. 22.

Soluzione. Il numero aureo dell'anno 1826 è 3; da questo numero, levate l'unità, resta 2 il quale moltiplicato per 11 produce 22; e siccome questo prodotto non si può dividere per 30, 22 è l'epatta dell'anno 1826.

Q. 579. Qual sarà l'epatta dell'anno 1829? R. 25.

Soluzione. Si cerca prima il numero aureo dell'anno 1829, il quale è 6. Dal numero aureo si leva 1, e resta 5, il quale moltiplicato per 11 produce 55; questo numero diviso per 30 dà 1 al quozicnte, e resta 25: quest'ultimo numero sarà dunque l'epatta del 1829.

Trovare l'età della Luna

275. Per trovare l'età della Luna, bisogna aggiungere all'epatta il numero dei mesi scorsi da quello di marzo inclusivamente, sino a quello di cui si tratta, anche inclusivamente; aggiungere alla somma il numero dei giorni del mese, e la somma totale sarà l'età della Luna: quando il mese non è che di 30 giorni, bisogna aggiungere uno di più; ma se la somma oltrepassasse 29, se ne sottrarrà 30.

Q. 580. Qual sarà l'età della Luna il giorno 19 di Luglio 1826? R. 16 giorni circa.

Epatta	22
Numero dei mesi, da Marzo	5
Giorni del mese	19
	46 — 30 = 16. R.

Q. 581. Qual sarà l'età della Luna il giorno 16 di Settembre 1826? R. 16 giorni circa.

Epatta	22
Numero dei mesi da Marzo .	7
Giorni del mese	16
Settembre essendo di 30 giorni	1
	46 — 30 = 16. R.

Metodo per trovare la festa di Pasqua.

276. Per trovare il giorno in cui deve ricadere la festa di Pasqua. bisogna sottrarre l'epatta da 45; se la medesima oltrepassasse 23, si sottrarrà da 75, ed il resto indicherà il numero dei giorni che Pasqua dovrà ricadere dopo il primo di Marzo; e se questo giorno non fosse una Domenica, sarà la Domenica seguente.

Per saper ciò, bisogna cercare da qual giorno comincerà il mese di Marzo, aggiungendo all'anno proposto il quarto del numero, che esprime quest'anno, senza curare il resto, ed aggiungendo ancora 3, (sino all'anno 1800 si aggiungeva il 4), e si dividerà la somma per 7; il resto della divisione darà il giorno della settimana da cui deve principiare il mese di Marzo. Se resterà 1, questo sarà il lunedì, 2 il martedì, 3 il mercoledì ec.

Q. 582. Si domanda in qual giorno sia caduta la festa di Pasqua nell'anno 1826. R. Il dì 26 Marzo.

L'Epatta essendo 22, si dice; 45 — 22 = 23 giorni dopo il primo Marzo, cioè il giorno 24 Marzo, se questo giorno fosse stato Domenica; in diverso caso, la Domenica seguente.

Veggiamo adesso da qual giorno è principiato Marzo del 1826.

Anno	1826
Il quarto è	456
3 aggiunti	3
	2285
Il settimo è	326, e restano 3,

locchè indica che il primo Marzo è stato Mercoledì; i giorni di Mercoledì essendo agli 8, a' 15, a' 22 di Marzo, il giorno 24 Marzo è stato un Venerdì; la festa di Pasqua ha dovuto dunque ricorrere la Domenica seguente, cioè il giorno 26 Marzo.

Q. 583. Si domanda in qual giorno dovrà ricorrere la festa di Pasqua nell' anno 1827. R. Il dì 15 Aprile.

L' Epatta dovendo essere 3, si dirà 45 — 3 = 42, cioè, la festa di Pasqua dovrà accadere 42 giorni dopo il primo del mese di Marzo, cioè a' 12 Aprile, se questo giorno sarà Domenica; in diverso caso, la Domenica seguente: resta a trovare da qual giorno comincerà Marzo dell' anno 1827, ed in conseguenza qual sarà il giorno 12 Aprile.

Anno	1827
Il quarto	456
3 aggiunti	3
	2286
Il 1/7	326, e restano 4,

cioè, il primo del mese di Marzo sarà un giovedì; i Giovedì susseguenti saranno i giorni 8, 15, 22, 29 Marzo, 5 e 12 di Aprile; la festa di Pasqua nell' anno 1827 accaderà dunque la Domenica susseguente dei 12, vale a dire ai 15 Aprile.

Questo metodo dà nel medesimo tempo il mezzo di trovare la lettera Dominicale; imperciocchè il primo Marzo avendo la lettera *d*, allorquando si saprà da qual giorno comincia questo mese, sarà facile trovare la lettera indicante la Domenica, seguendo l' ordine naturale delle lettere sino al *g*, e ricominciando dall' *a*, se sarà necessario; e seguendo puranche l' ordine dei giorni. Quindi nell' anno 1826, il primo di Marzo essendo Mercoledì, *e* indicherà il Giovedì, *f* il Venerdì, *g* il Sabbato, *a* la Domenica; la lettera *A* è dunque la lettera Domenicale dell' anno 1826. L' anno

1827 avrà per primo giorno di Marzo un Giovedì, *e* sarà il Venerdì, *f* il Sabbato, *g* la Domenica: la lettera *G* sarà dunque la lettera dominicale di 1827.

Il metodo sarà lo stesso per gli anni bisestili, ma bisognerà prendere la lettera susseguente, secondo l'ordine alfabetico, per Dominicale, sino al dì 25 Febbrajo. Onde, per esempio, per l'anno bisestile 1828, avendo trovato che il primo di Marzo sarà un Sabbato, la lettera Dominicale sarà *e*, ma la lettera *f* servirà sino a' 25 Febbrajo.

QUESTIONI DIVERSE

Sopra la regola del Tre dritta semplice.

Q. 584. Se una dozzina d'ostriche si vende a tt. 3. 12, quanto costeranno 184 ostriche? R. On7 1 . 25 . 4.

Q. 585. Qual sarà l'altezza d'una torre, l'ombra della quale è lunga 86. 1/2 palmi, allorquando nel medesimo tempo l'altezza d'una canna dà un ombra lunga 4. 1/2 palmi? R. 154 palmi.

Q. 586. Un Negoziante interrogato sulla somma da lui impiegata nel commercio rispose: avrei guadagnato On7 9856, se vi avessi impiegato On7 169511. 1/9; ma come il mio guadagno è stato soltanto di On7 1232, calcolate da ciò i fondi del mio commercio. R. On7 13688 . 8/9.

Q. 587. Un Mercante dice, che ogni volta che guadagna On7 68 . 15, egli aumenta di On7 49 . 15 il fondo del suo commercio; nello spazio di 3 anni, il suo capitale si è aumentato di On7 5880; qual è stato il suo guadagno durante quel tempo? R. On7 8136 . 29 . 2 . 8/11.

Q. 588. Un Negoziante dà On7 6 ai poveri ogni

volta che guadagna On7 70 . 15 ; egli allorquando vende delle mercanzie per On7 96. guadagna On7 5 . 15. Alla fine dell' anno, le lemosine da lui fatte ascendono ad On7 143; si domanda l'ammontare delle sue vendite, nel corso dell'anno. R. On7 29328.

Q. 589. Due pezze di tela d'Olanda son costate l'una On7 39 . 6, e l'altra On7 44 . 24; la seconda è più lunga della prima 7 canne; si desidera conoscere la lunghezza di ciascuna di esse. R. La prima è lunga 49 canne, e la seconda 56 canne.

Q. 590. Pietro con On7 4690 . 22 . 10 ha guadagnato On7 938 . 4 . 10 in quattro anni; Domenico nel medesimo tempo ha fatto un guadagno di On7 613 con On7 2960 . 15; si domanda quale dei due ha più guadagnato, a proporzione del denaro che avea posto nel commercio. R. Il secondo ha guadagnato On7 20.27 più del primo.

Q. 591. Un Barone ha speso pel mantenimento della sua casa On7 1560 in un anno; la sua rendita è tale, che On7 18 della sua spesa, comparate con On7 23 della sua rendita, sono nel medesimo rapporto che la sua spesa totale comparata colla sua rendita intiera; si desidera conoscere quale è la sua rendita. R. On7 1993 . 10.

Q. 592. Un Padre di famiglia guadagna in 12 giorni Duc. 23,40; egli spende durante il medesimo tempo pel mantenimento della sua casa Duc. 13,60; le imposizioni che paga ascendono a Duc. 25,90 all'anno; si domanda qual è il suo guadagno annuale, defalcate le sue spese e le imposizioni; contando l'anno di 365 giorni. R. Duc. 273, 18, 1/3.

Q. 593. Se per tappezzare con carta una sala lunga 24 palmi, e larga 20 palmi e 6 once, (cioè 89 palmi di contorno) si sono spese On7 15 . 29 . 14; si domanda qual sarà la larghezza d'un altra sala lunga 19 palmi e 1 oncia, che è costata per tappezzarla On7 13 . 9 . 15, essendo la tappezzeria della stessa qualità. R. 18 palmi.

Sopra la regola del Cento.

Q. 594. Un Droghiere ha comprato del caffè, che gli costa con tutte le spese On7 17 . 15 il quintale; egli lo rivende a tt. 5 . 15 il rotolo; si domanda quanto guadagna per 100, e quanto sopra ogni rotolo. R. Egli guadagna 9. 11/21 per 100; e gr. 10 sopra ogni rotolo.

Q. 595 Un Negoziante, per fare con più prestezza una vendita, si contenta d'un lucro del 6 per 100; egli ha ricevuto dei mussolini che gli costano con tutte le spese On7 2 . 12 la pezza; si domanda a qual prezzo dovrà venderli. R. On7 2 . 16 . 6 . 2/5 la pezza.

Q. 596. Un Negoziante dice, che sopra una compra da lui fatta di panno inglese, egli ha perduto 4. 1/2 per 100, e che la sua perdita intiera è stata di On7 684; si domanda qual somma avea spesa per la compra di questo panno. R. On7 15200.

Q. 597. Un Particolare ha preso un feudo al fitto annuo di On7 3000; egli spende 16 per 100 di quanto paga per fitto, e gli resta ancora un guadagno di 8. 1/2 per 100; si domanda qual è la sua spesa annua; quanto guadagna all' anno; ed in consequenza qual è il netto prodotto del feudo. R. Egli spende ogni anno On7 480; il suo guadagno è On7 255; ed il prodotto annuo del feudo è On7 3735.

Q. 598. Un Benestante volendo vestire cinque figli suoi, conviene con un mercante di pagargli, pel panno necessario On7 73 . 18; ma siccome il benestante non può pagare che dopo 15 mesi, conviene parimente col mercante di aumentare la somma di 8 . 1/2 per 100; si domanda quanto pagherà al termine convenuto. R. On7 79 . 25 . 13 . 3/5 .

Sopra lo Sconto

Q. 599. Qual sarà la diminuzione sopra On7 754. 14. 10 per 4. 1/2 mesi, alla ragione dell 8 per 100 all'anno. R. 22. 19. 0. 7/10.

Q. 600. Quale sconto si otterrà sopra On7 357. 24. 15 pagate 11 mesi prima del termine convenuto, alla ragione di 1 6 per 100 di sconto all'anno? R. On7 19. 20. 8. 2/15.

Q. 601. Qual sarà lo sconto di 21 mesi, a 2/5 per 100 al mese, sopra On7 454? R. On7 38. 4. 1. 3/5.

Q. 602. Paolo ha comprato delle mercanzie per On7 750, con 16 mesi di credito, e coll'accordo di 2/3 per 100 al mese, se pagasse prima della scadenza: avendo egli pagato On7 670, si domanda di quanto tempo ha preceduto, col pagamento, l'epoca convenuta. R. Egli ha pagato di contanti.

Q. 603. Simone deve a Michele On7 974, cioè, On7 240 pagabili in 10 mesi, On7 374. 15 pagabili in 18 mesi, ed il resto in 22 mesi. S'egli ottiene di pagare in contanti, collo sconto di 6 per 100 all'anno, qual somma dovrà egli pagare? R. On7 888. 22. 10.

Q. 604. Benedetto facendo il bilancio delle sue scritture ritrova di avere sborsato per compra di diverse mercanzie On7 28830, sopra il pagamento delle quali ha guadagnato, per gli sconti da lui ottenuti, 1/10 del suo lucro, il quale è alle somme da lui pagate per le sue compre nel rapporto di 3 a 31; si domanda 1.° qual è stato il prodotto degli sconti, 2.° a quanto dovrebbero ascendere i medesimi, se fossero stati 1/8 del suo lucro. R. 1.° On7 279, 2.° On7 348. 22. 10.

Q. 605. Eugenio, mercante droghiere, dice: se io avessi comprato delle mercanzie per On7 17500, avrei guadagnato On7 2100 per gli sconti che mi si facevano sperare; ma siccome non ho fatto delle compre che per On7 12400, gli sconti non ascendono che ad

On7 1940; vorrei sapere se io abbia ottenuto maggior diminuzione, in proporzione delle mie compre, ed a quanto per cento ascenda quel soprappiù. R. 2. $^{20}/_{217}$ per 100.

Sopra l' Alligazione

Q. 606. Un Signore ha fatto dissodare 4 salme di terreno; ma il lavoro non essendo tutto di ugual difficoltà, il prezzo n' è stato diverso; la prima salma era convenuta a gr. 16 siciliani la canna quadrata, la seconda a gr. 19, la terza a gr. 23, e la quarta a gr. 28; ma gli operaj non accommodandosi a tanti prezzi diversi, ne han domandato uno medio; si vuol sapere qual è questo prezzo medio, e la somma che questo signore ha spesa pel dissodamento delle sopraddette 4 salme, ciascuna salma di terra essendo composta di 4096 canne quadrate. R. Il prezzo medio è stato gr. 21 $^{1}/_{2}$ per ogni canna quadrata; e la somma spesa è On7 587 . 2 . 16.

Q. 607. Un Mercadante ha due qualità di frumento; egli vende il primo On7 3 . 15 la salma, e non dice il prezzo del secondo, ma soltanto che quando vende 6 salme del primo, egli dovrebbe vendere 7. $^{1}/_{2}$ salme del secondo per ricevere la stessa somma: egli ha quindi mescolato queste due qualità di frumento, e sopra la totalità ha messo $^{2}/_{3}$ della seconda; si domanda quanto deve vendere la salma di frumento così mescolato, per non perdere niente. R. On7 3 . 1.

Q. 608. Si vuol fare un mescuglio di quattro qualità di vino, e vendere il quartuccio mescolato gr. 19. La prima qualità costa gr. 13, la seconda gr. 23, la terza gr. 25, e la quarta gr. 29; si domanda quanto bisognerà prenderne di ciascuna qualità per comporne 646 quartucci. R. 340 quartucci di 13 gr., 102 di 23 gr., altrettanto di 25 gr. e di 29 gr.

Q. 609. Trentasei libbre d'argento al titolo di 10

once, provengono da due qualità d'argento; il primo al titolo di 11. $^3/_{24}$ once, ed il secondo a 8. $^{21}/_{24}$ once; si domanda la quantità che vi è entrata di ciascun titolo. R. Tanto dell'uno quanto dell'altro.

Sopra la regola del tempo pei pagamenti.

Q. 610. Pietro ha soddisfatto un suo debito in tre pagamenti; nel primo ha dato On7 460, la somma sborsata pel secondo è al primo come 4 è a 6, ed il terzo pagamento è, al primo come 4 è a 9; si domanda la somma che dovea Pietro, e quanto ha dato in ogni pagamento. R. Debito totale On7 971 . 3. 6 . $^2/_3$ 1.° pagamento On7 460; 2.° On7 306 . 20; 3.° On7 204 13 . 6 . $^2/_3$.

Q. 611. Un Particolare dovea le tre somme seguenti: On7 40 pagabili in 6 mesi, On7 80 in 9 mesi, e On7 480 in 15 mesi; ma siccome egli ha pagato in contanti le due prime somme, il suo creditore gli accorda di pagare la terza in due anni; si domanda qual guadagno abbia fatto questo particolare, supponendo l'interesse al 5 per 100 l'anno. R. On7 14.

Q. 612. Antonio dovea On7 400, con 15 mesi di credito; egli ne ha pagato i $^3/_4$ prima della scadenza, in modo che l'interesse, che avrebbe potuto ottenere sopra i $^3/_4$ vien compensato con quello, che ha fatto sopra il $^1/_4$ restante, tenendola per 3 anni e 9 mesi dopo il termine convenuto; si domanda in qual tempo egli abbia pagato i $^3/_4$ del suo debito. R. In contanti.

Q. 613. Un Negoziante ha comprato delle mercanzie per On7 18000 pagabili come siegue, cioè: On7 4000 in 8 . $^1/_4$ mesi. On7 5000 in 15 mesi, ed il resto in 2 anni. Egli ha ottenuto uno sconto di 5 per 100 all'anno, se pagasse prima dei tempi stabiliti: or egli ha soddisfatto il suo creditore in un solo pagamento, e non ha sborsato che On7 16950; si domanda 1.° in qual tempo egli avrebbe dovuto pagare la som-

giorni, facendo 14 ore di cammino al giorno; s' egli impiega 23 giorni, camminando colla stessa velocità, per far ritorno, quante ore al giorno dovrà egli camminare? R. 9 . 3/23 ore.

Q. 620. Un Maestro falegname ha 6 giovani ed un ragazzo, che non fa che 2/3 del travaglio d' un giovane; eglino han fatto in 15 giorni 27. 5/8 canne d' un certo lavoro; si domanda quanto tempo sarebbe abbisognato a' sei giovani soli per fare questo lavoro. R. 16. 2/3 giorni.

Sopra la regola inversa doppia.

Q. 621. Il Padrone d' una manifattura ha impiegato 42 operaj durante 28 giorni, coll' obbligo di travagliare 10. 2/7 ore al giorno, per fare una certa opera; si domanda il tempo che 24 operaj avessero impiegato per fare quest' opera, travagliando 12 ore al giorno. R. 42 giorni.

Q. 622. Per quanto tempo si dovranno lasciare On7 4056 . 7 . 10 ad interesse al 4 per 100 l' anno, per guadagnare la stessa somma che si guadagnerebbe con On7 5900 date ad interesse al 5 . 1/2 per 100 l' anno, per 2 anni e 6 mesi? R. 5 anni.

Q. 623. Qual deve essere la lunghezza d' un muro di chiusura alto 15 palmi, e grosso 1 palmo e 9 once, fatto da 35 operaj in due mesi, se gli stessi operaj in uno spazio di tempo uguale al primo han fatto un muro lungo 48 canne, alto 12 . 1/2 palmi, e grosso 1 palmo e 3 once? R. 28 . 4/7 canne.

Q. 624. Ignazio avendo imprestato a Francesco On7 4600 per 6 mesi, costui non ha pagato che dopo 14 mesi; ma come durante questo tempo, Ignazio avrebbe tratto profitto dal suo denaro, egli domanda a Francesco l' interesse di 8 mesi al 4 per 100; Francesco gliene fa la negativa, ma offre di dargli On7 4906 . 20 al 5 per 100, finchè ne lucri degl' interessi

uguali a quelli che domanda; per quanto tempo Ignazio dovrà trattenere questa somma? R. Per 6 mesi.

Sopra la regola di Tre composta.

Q. 625. Sei Negozianti avendo posto nel commercio On7 1200 per cadauno, han ritirato dopo 6 mesi e 15 giorni tanto per la loro messa, che per guadagno On7 7980; si domanda quanto tempo quattro negozianti, che han fornito per ognuno On7 3000, dovranno lasciare il loro denaro nel commercio per ritirare On7 16800. R. 365 giorni = un anno.

Q. 626. Un viaggiatore ha fatto 126 leghe in 12 giorni, camminando 11 . 1/2 ore al giorno; gli restano a fare altre 168 leghe, ch' egli vorrebbe fare in 23 giorni; si domanda quante ore al giorno dovrà camminare. R. 8 ore.

Q. 627. Ventitre operaj d' una manifattura han travagliato 27 giorni, e 11 ore al giorno, per fare 359. 1/4 aune d' una certa stoffa larga 1 . 1/2 auna; si domanda quante aune della medesima stoffa, ma larga 1 . 1/8 auna, potran fare 46 operaj in 22 giorni, travagliando 9 ore al giorno. R. 638. 2/3 aune.

Q. 628. Quaranta operaj, 16 dei quali per 12 giorni han travagliato 10 ore al giorno, e gli altri per 18 giorni, 8 . 1/2 ore al giorno, riuniti tutti insieme han fatto due muri; uno di essi è lungo 20 canne, e alto 15 palmi; ma siccome è fatto a scarpa, è grosso 3 palmi al basso, e 1 palmo e 8 once sopra; l' altro muro è lungo 16 canne, alto 18 palmi, e grosso 2 palmi e 4 once al basso, e 1 palmo e 8 once sopra; si domanda qual dovrà essere la lunghezza d' un altro muro alto 17 palmi, grosso 1 palmo e 2 once al basso, e 10 once sopra, fatto da 36 operaj, 15 dei quali han travagliato per 10 giorni, 9 ore al giorno, e gli altri per 25 giorni, 8 ore al giorno. R. 47.3727/75259 canne.

Sopra la regola di Compagnia.

Q. 629. Pietro e Giovanni han fatto società per due anni; il primo ha ricevuto per messa e guadagno On7 7500; il secondo On7 8000; la messa totale era On7 10000; si domanda la messa ed il guadagno di ciascuno.
R. Messa del 1.° On7 4838.22/31, del 2.° On7 5161. 9/31
Guadagno del 1.° On7 2661. 9/31, del 2.° On7 2838. 22/31

Q. 630. Tre Giovani avendo fatto insieme una somma di Duc. 1000, l'han posta ad interesse. Le circostanze della guerra avendoli obbligati a farsi soldati, han servito durante 12 anni; dopo questo tempo ciascuno ha ricevuto, tanto per capitale che per interesse le seguenti somme, cioè: il primo Duc. 800, il secondo Duc. 480, ed il terzo Duc. 320; si domanda qual era la messa di ciascuno, ed a quanto per 100 l'anno avevano dato il loro denaro. R. La messa del 1.° era di Duc. 500, quella del secondo Duc. 300, e quella del 3.° Duc. 200. L'interesse è stato al 5 per 100 l'anno.

Q. 631. Con un fondo di On7 4900, due Mercanti han fatto un guadagno, il quale è al loro fondo come 5 : 35; il primo ha fatto una messa tripla del guadagno, il secondo ha fornito il resto; si domanda il guadagno totale, la messa ed il profitto di ciascuno. R. Guadagno totale On7 700.
Messa del 1.° On7 2100, quella del 2.° On7 2800.
Guadagno del 1.° On7 300, quello del 2.° On7 400.

Q. 632. Un Proprietario, un Negoziante ed un Giovane di costui si sono associati per 4 anni; il primo ha fornito soltanto il fondo ch'è On7 18530, il secondo la sua industria e le sue cognizioni, ed il terzo il suo travaglio. Per apprezzamento la messa del proprietario è all'industria del negoziante come 5 : 3,

e l' industria del negoziante è al travaglio del giovane come 7 : 2. Finita la società il guadagno da dividersi è On7 48530; si domanda qual sarà la parte di ciascun socio.

R. La parte del primo On7 27395 . 30/31. quella del 2.° On7 16437 . 18/31, e del terzo On7 4696. 14/31.

Sopra la regola di compagnia a diversi tempi.

Q. 633. Tre marellaj, han preso un terreno per uso di pascolo, per lo spazio d' un anno, e per la somma di On7 200. Il primo vi ha messo 33 bovi per lo spazio di 6 mesi, il secondo 27 per 8 mesi, ed il terzo 24 per 9 mesi; si domanda qual somma deve pagare ognuno per la sua parte. R. Il primo On7 62. 6/7, il secondo On7 68 . 4/7, ed il terzo On7 68 . 4/7.

Q. 634. I profitti d' una società di tre Negozianti ascendono ad On7 600, della qual somma il terzo ha ricevuto On7 150, senza conoscersi la sua messa; si sa che il primo ha ricevuto per guadagno e messa On7 540, ed il secondo On7 810; si domanda la messa di ciascuno. R. Il primo ha messo On7 360, il secondo On7 540 ed il terzo On7 300.

Q. 635. Quattro Negozianti han fatto società, ed hanno guadagnato in 3 anni On7 6800; i loro fondi ascendono ad On7 16400. La messa del primo è a quella del secondo :: 6 : 7, quella del secondo e a quella del terzo :: 11 : 13, e quella del terzo è a quella del quarto :: 9 : 14: il loro guadagno particolare è nel medesimo rapporto che le loro messe; si domanda qual è la messa, e qual è il guadagno di ciascuno di essi.

R. Messa		Guadagno
del 1.°	On7 2882 . 22/169 . . .	On7 1195 . 5/169
del 2.° . . .	3362 . 82/169	1394 . 31/169
del 3.° . . .	3973 . 143/169	1647 . 117/169
del 4.° . . .	6181 . 91/169	2563 . 13/169

Q. 636. Tre Negozianti si sono associati, ed han fatto insieme un fondo di On7 8000: la messa del primo è a quella del secondo :: 5 : 4, e la messa del terzo è a quella del secondo :: 2 : 3. Il primo ha lasciato i suoi fondi 6 mesi nella società, il secondo 9 mesi, ed il terzo 15 mesi; il guadagno totale è stato On7 2400; si domanda quale è stata la messa, e qual sarà il guadagno di ciascuno.

R.	Messa	Guadagno
del 1.° . . .	On7 3428 . 4/7	On7 679 . 13/53
del 2.° . . .	2742 . 6/7	815 . 5/53
del 3.° . . .	1828 . 4/7	905 . 35/53

Sopra la falsa posizione.

Q. 637. Un uomo eccitato a dar l'elemosina, disse: se si vuol triplicare il mio denaro, io darò On7 9 ai poveri; gli si concede la sua domanda, ed egli eseguisce la sua promessa; poscia disse: se si vuol quadruplicare il denaro che mi resta, io darò ancora On7 11, locchè gli è ancora concesso; finalmente egli domanda che si quintupli la somma che gli resta, promettendo di dare On7 14: ciò essendogli stato pur concesso, egli mantiene la sua promessa. Dopo tutte queste operazioni, non gli resta più niente; si domanda qual somma avea. R. On7 4 . 4 . 10.

Q. 638. Un Mercante di fiera viaggiando, spese nel primo giorno On7 8, e vendè delle mercanzie per una somma eguale a quella che gli restava; il secondo giorno

egli spese On7 10, e nulla vendette; il terzo giorno la sua spesa fu On7 6, e l'ammontare della sua vendita fu eguale alla metà del denaro che gli restava. Dopo aver fatto il conto delle sue spese, e delle sue vendite, egli si ritrova colla stessa somma, che avea al principio del suo viaggio; si domanda qual somma avea. R. On7 24.

Q. 639. Un Signore volendosi accertare dei progressi di suo figlio nelle matematiche, gli disse: se indovinerai il numero delle once che tengo nella mia mano, te ne darò la decima parte. Per renderti però facile tale scoperta; ti dico, che il $1/3$ delle once che tengo nella mano è uguale all' $1/8$ di quelle, che ho nella mia borsa; e $1/10 + 2$ di quelle che ho nella mia borsa, è uguale, all' $1/11$ di quelle, che ho tanto nella mia mano, quanto nella mia borsa

Il figlio bramoso di far conoscere la sua capacità, prese la penna, calcolò, e finita l'operazione, disse: mio caro padre; avete On7 30 nella mano, e 80 nella vostra borsa.

Sopra l' estrazione della radice quadrata e cubica.

Q. 640. Un particolare possiede tre differenti pezzi di terreno; il primo contiene 768 canne quadrate, il secondo 882, ed il terzo 2646. Egli vuol cambiarli contro un solo pezzo di terreno, che è perfettamente quadrato, e che contiene 200 canne quadrate meno dei tre insieme; si domanda quali sono le dimensioni di quest' ultimo. R. 64 canne.

Q. 641. Un cortile ha la superficie di 432 canne quadrate; la sua larghezza non è che i $3/4$ della sua lunghezza, ossia la lunghezza è alla larghezza come 4 : 3; si domanda quali sono le dimensioni di questo cor-

tile (*). R. 24 canne in lunghezza, e 18 canne in larghezza.

Q. 642. Uno Scolaro domandando in ischerzo ad un agricoltore, che misurava una terra, quali n' erano le dimensioni: signore, rispose l' agricoltore, la lunghezza sorpassa la larghezza 2 canne, e la superficie è 20163 canne quadrate: abbiate dunque la bontà di cercare voi stesso ciò che mi domandate. Lo scolaro, che non aspettava una tale risposta, ritirossi confuso, lo che fece ridere l' agricoltore, che gli diede la risposta nella stessa maniera, che gli era stata fatta la dimanda, dicendogli che la terra che misurava era lunga 143 canne, e larga 141.

Q. 643. Una cisterna contiene 768 canne cubiche d' acqua, allorquando è ripiena; la sua larghezza non

---

(*) Per risolvere questa questione, ed altre simili, bisogna cercare il numero con cui si dovrebbe moltiplicare la larghezza, affin che la medesima fosse eguale alla lunghezza; ovvero, poichè non si conosce nè l' una nè l' altra, cercare il numero con cui si dovrebbe moltiplicare quello che rappresenta la larghezza, perchè fosse eguale al numero che rappresenta la lunghezza; e moltiplicando la superficie data per questo numero, si avrebbe il quadrato della lunghezza, di cui bisognerebbe estrarre la radice quadrata per avere questa dimensione. Nella presente questione, 3 rappresenta la larghezza, e 4 la lunghezza; or se si divide 4 per 3, si avrà $1.\frac{1}{3}$ che è il numero con cui bisogna moltiplicare 3 per avere 4; questo numero è ancora quello con cui bisogna moltiplicare la superficie del cortile per avere il quadrato della sua lunghezza: dunque $432 \times 1.\frac{1}{3} = 576$, di cui la radice quadrata è 24 per la lunghezza del cortile.

Vi è un altro modo di procedere; si moltiplicheranno fra loro i due termini che rappresentano le dimensioni; poscia, secondo che si vorrà avere una o l' altra dimensione, si eleverà al quadrato il numero che la rappresenta, e si farà una proporzione, che avrà per primo termine il prodotto dei due numeri che rappresentano le dimensioni, per secondo il numero che esprime la superficie, per terzo il quadrato del numero che esprime la dimensione che si cerca, e il quarto sarà il quadrato della dimensione cercata, di cui si estrarrà la radice quadrata. Per esempio, in questa questione, se si vorrà avere la larghezza, si eleverà 3 al quadrato, poi si farà questa proporzione, $12 : 432 :: 9 : x = 324$, di cui estraendo la radice quadrata, si avrà per radice 18, che è la larghezza. Un tal metodo è fondato sopra questo principio di geometria, che le superficie delle figure simili sono fra esse come i quadrati dei loro lati omologhi, cioè similmente collocati.

è che i 2/3 della sua lunghezza, e la sua profondità l'ottava parte della sua larghezza; si domanda quali sono le dimensioni di questa cisterna (*). R. 24 canne di lunghezza, 16 canne di larghezza, e 2 canne di profondità.

Sopra le progressioni geometriche.

Q. 644. Un principe vantandosi dell'antichità della sua nobiltà, fa rimontare l'origine della sua famiglia sino a Carlomagno. Egli assicura di avere dei titoli che provano, che da quell'epoca sino a lui, sienvi state 36 generazioni successive; si domanda quante persone in linea retta deve egli contare tra i suoi antenati. R. 137438953470 persone.

Sol. Questo principe ha avuto un padre ed una madre, due avoli e due avole, due bisavi e due bisave, e così di seguito, raddoppiando 36 volte: ciò dà una progressione geometrica il cui primo termine è 2, la ragione 2, e il numero dei termini 36. Si avrà l'ultimo termine coll'operazione seguente fondata sull'articolo 265, e la somma secondo l'articolo 267.

(*) Per risolvere questa questione, e le sue simili, bisogna seguire il metodo spiegato nella nota della Q. 641, sopra la radice quadrata; colla sola differenza, che bisognerà moltiplicare il numero cubo dato per lo prodotto dei numeri, uno dei quali avrà colla moltiplicazione reso il numero che rappresenta la larghezza, uguale a quello che rappresenta la lunghezza, e l'altro avrà reso parimenti il numero che esprime la profondità, eguale a quello che esprime la lunghezza; questo numero cubo così moltiplicato sarà il cubo perfetto della lunghezza, di cui si estrarrà la radice cubica per avere questa dimensione.

Or seguendo il secondo metodo della nota sopraddetta, si moltiplicheranno gli uni per gli altri, i numeri che rappresentano le tre dimensioni, si eleverà al cubo il numero che rappresenta la dimensione che si vorrà avere; poscia si farà una proporzione che avrà per primo termine il prodotto dei tre numeri proporzionali alle dimensioni, per secondo il cubo dato, per terzo il cubo del numero che esprime la dimensione che si cerca, il quarto termine sarà il cubo di questa dimensione; e la sua radice cubica, sarà questa stessa dimensione. Questo metodo è anche fondato sopra questo principio di geometria, che i solidi simili sono fra essi come i cubi dei loro lati omologhi, ossia similmente situati.

Operazione.

2
× 2
4 . . 2.ª potenza
× 4
16 . . 4.ª
× 16
96
16
256 . . 8.ª
× 256
1536
1280 .
512 . .
65536 . . 16.ª
× 65536
393216
196608 .
327680 . .
327680 . . .
393216 . . . .
4294967296 . . 32.ª
× 8 . . 3.ª
34359738368 . . 35.
× 2 . . primo termine
68719476736 . . ultimo termine

E per avere la somma

$$\text{Somma} = \frac{(68719476736 \times 2) - 2}{2 - 1} = 137438953470.$$

Q, 645. Un giovine Principe potentissimo regnava nelle Indie; egli era d' una fierezza, che poteva diventar funesta a' suoi sudditi, e a se stesso. In vano si tentò di rappresentargli, che nell' amore dei suoi sudditi consistesse tutta la potenza d' un Sovrano; queste savie rimostranze non servirono se non a far perire nei tormenti i loro autori. Un bramina, o filosofo, col disegno d' indicargli siffatta verità, senza tuttavia esporsi al medesimo pericolo, inventò il giuoco degli scacchi, in cui il re, sebbene il più importante di tutti i pezzi, è impotente per attaccare i suoi nemici, e per difendersi contro di essi, senza il soccorso dei suoi sudditi e dei suoi soldati. Il Monarca che era dotato d' un grande ingegno, fece bentosto a se stesso l' applicazione di questa utile lezione, e cambiando condotta, prevenne le disgrazie che lo sovrastavano. Grato il giovine Principe offerse al bramina la scelta della ricompensa. Costui domandò tanti grani di frumento quanti poteva produrne il numero delle caselle dello scacchiere, duplicando sempre dalla prima sino alla sessantaquattresima, locchè gli fu subito accordato senza esame; ma si trovò col calcolo, che tutti i tesori, ed i vasti imperj del principe non bastavano per adempiere all' obbligo ch' egli avea testè contratto, giacchè il prodotto fu 18446744073709551615 grani di frumento = Sal. 46413909920317 circa.

Questa è anche una progressione geometrica il cui primo termime è 1, la ragione 2 ed il numero dei termini 64.

Prendiamo nella operazione precedente il numero che indica la 32.ª potenza.

4294967296	32.ª potenza
× 65536	16.ª
25769803776	
12884901888.	
21474836480..	
21474836480...	
25769803776....	
281474976710656	48.ª
× 256	8.ª
1688849860263936	
1407374883553280.	
562949953421312..	
72057594037927936	56.ª
× 128	7.ª
576460752303423488	
144115188075855872.	
72057594037927936..	
9223372036854775808	63.ª
× 1	primo termine
9223372036854775808	ultimo termine

$$\text{Somma} = \frac{(9223372036854775808 \times 2) - 1}{2 - 1}$$

Somma 18446744073709551615 **grani di frumento**

E calcolando (Q. 232) una salma di frumento composta di 3974400, e dividendo per questo numero la quantità dei grani di frumento prodotti dall' operazione sudetta, ne risulteranno Sal. 4,641.390,920.317 circa.

FINE DELLA PRIMA PARTE.

PARTE SECONDA

CAMBIO DELLE MONETE ESTERE

Per cambio delle monete estere s' intende la maniera di calcolare una quantità di monete d' un paese qualunque, per averne un ugual valore in monete d' un altro paese, e ciò secondo un rapporto stabilito tra i due paesi, che vogliono fare queste valutazioni.

A tal uopo i Governi, e i Magistrati di commercio stabiliscono il modo che vogliono adoperare per fare questo cambio, il quale consiste in ciò che una delle due piazze dia il *certo*, vale a dire una specie di moneta fissa, e l' altra l' *incerto*, cioè una quantità viariabile di monete, che si dà in cambio della moneta fissa. Per cagion d' esempio, Palermo volendo cambiare con Marsiglia dà l' *incerto*, cioè un numero variabile di grani siciliani per ricevere sempre un franco. Marsiglia, al contrario volendo cambiare colla Sicilia dà l' incerto, cioè un numero variabile di franchi, per ricevere sempre un oncia siciliana.

Questo modo di cambiare le monete non è sempre fisso, e spesse fiate i magistrati di commercio vi fanno delle mutazioni. Per esempio, la Sicilia cambia oggi colla Francia nel modo sopraddetto, essa potrebbe convenire un giorno di dare il *certo*, cioè un oncia siciliana per ricevere l' *incerto*, cioè un numero variabile di franchi, od altre monete ec., ma

in tal caso le piazze che fanno queste mutazioni, avvisano subito con circolari, le piazze con cui han rapporto di commercio, del cambiamento da esse fatto, il quale deve servir di norma in avvenire. In fatti, Milano cambiava per lo innanzi, dando delle lire italiane, ma nel 1826 l'Imperatore d'Austria volle che in vece delle lire italiane, Milano desse in cambio delle lire austriache.

I listini di cambio indicano il corso, ossia, il prezzo del giorno, scrivendo un numero soltanto: questo numero è l'incerto; bisogna dunque sapere che cosa s'intende per questo numero, vale a dire quale specie di moneta è indicata da questo numero, e qual è il paese che la dà; si deve sapere ancora quale è il certo, cioè la moneta fissa che si dà per quella espressa sopra i listini, e quale è il paese che la dà.

Prima d'indicare le operazioni che si debbon fare per valutare le monete, daremo delle tavole indicanti il modo stabilito di cambiare in diverse piazze di commercio: queste tavole sono estratte e tradotte dai migliori autori moderni francesi, che han trattata questa materia, e per trovare più facilmente i paesi sopra i quali voglionsi fare delle operazioni di cambio, daremo qui l'enunciate tavole con ordine alfabetico.

ABBREVIATURE

impiegate nel corso dei cambj.

L.	lira	d. g......	danaro grosso
L.st.	lira sterlina	mar......	maravedis
scel.	scellino	sc.	scudo
d.st.......	denaro sterlino	pist.	pistola
fr.	franco	Rix.	rixdala
cent.° ...	centesimo	fior.	fiorino
Tal.	tallaro	Mar. l...	marco lubs
creut. ...	creutzer	s.	soldo
duc.	ducato	d.........	danaro
tt.	tarì	pez.	pezza
gr.	grano	Cruz.....	cruzada
Onz	oncia	b.°.......	banco
L. g......	lira grossa	f.i b°	fuori banco
s. g......	soldo grosso	corr.e	corrente.

AMSTERDAM.

I banchieri ed i negozianti d' Olanda tengono le loro scritture in denaro di banco, e i mercadanti in denaro corrente; ma in qualunque modo essi le tengano, vi scrivono dei fiorini, soldi, e mezzi soldi.

Il fiorino è diviso in 20 soldi, il soldo in 16 pfenini.

La lira grossa che è immaginaria, è composta di 20 soldi grossi, il soldo grosso di 12 denari grossi: essa è pur calcolata per 6 fiorini, ognuno dei quali vale 40 denari grossi: questa è la divisione usata nel commercio; il soldo comune, ossia soldo di fiorino vale 2 denari grossi.

La Rixdala vale 2. 1/2 fiorini.

Il denaro di banco vale da 3 in 5 per 100 più che il denaro corrente: questa differenza vien chiamata *agio*, e varia secondochè il denaro di banco è più o meno domandato.

Quest' agio si prende oltre il cento, cioè che al 5 per 100, vi vogliano 105 fiorini correnti, per farne 100 di banco, e non già come dicono alcuni, che 100 fiorini correnti sono eguali a 95 di banco.

Questa differenza di 105 a 100, o di 100 a 95 fa una somma di 23. 17/21 fiorini di banco sopra 10000 fiorini correnti, lo che è considerabile, facendo 5/21 o presso a poco 1/4 per 100 di differenza.

CORSO DEI CAMBJ D' AMSTERDAM.

dà il certo	*cioè sempre*	*riceve circa*
a Anversa....	100 L. g. b.°	105 L. g. b.°
Augusta....	100 Rix. b.°	142 Rix. corr.[1]

dà l' incerto	*cioè circa*	*riceve sempre*
a Amborgo...	34. 1/2 soldi di fior.	1 Tal. b.°
Breslavia...	43 ... detti........	1 L. di Prussia
Cadice......	92 d. g. b.°......	1 Duc. di cambio
Genova......	84 ... detti.........	1 pez. da 115 s.
Lisbona....	44 ... detti........	1 Cruz. b.°
Livorno....	95 ... detti........	1 pez. da 115 s.
Londra.....	36 s. g. b.°	1 L.st.
Francia.....	54 d. g. b.°	3 franchi
Venezia....	89 ... detti........	1 Duc. b.°
Vienna.....	26 soldi di fior...	1 rixdala.

Rotterdam e tutta l' Olanda, le stesse monete, e gli stessi cambj.

ANVERSA.

Nella Fiandra, le scritture si tengono in Lire, soldi e denari grossi; la lira grossa è di 20 soldi grossi, il soldo grosso di 12 denari grossi.

La lira grossa vale 6 fiorini, e il fiorino si divide in 20 soldi o patar; il soldo o patar vale 16 pfenini: il fiorino è ancora calcolato per 40 denari grossi.

La Rixdala vale 48 patar.

Il rapporto del denaro di banco col denaro corrente è di 6 a 7, cioè che 6 fiorini di banco fanno 7 fiorini correnti, ossia 100 fiorini di banco fanno 116 2/3 fiorini correnti.

CORSO DEI CAMBJ D'ANVERSA.

dà l'incerto	*cioè circa*	*riceve sempre*
a Amborgo...	35 soldi............	1 Tal. b.°
Londra.....	36 s. g.	1 L.st.
Francia	55 d. g. b.°......	3 franchi.
Vienna	28 soldi	1 rixdala.

Questa piazza dà il certo ad Amsterdam soltanto, cioè 100 fior. b.° per ricevere circa 98 fior. b.°, o 103 fior. corr.i

Arnheim, Bois-le-Duc, Bruges, Brusselles, Gand, Liege, Maestricht, Mons, Namur, le stesse monete, e gli stessi cambj

AMBORGO.

In Amborgo le scritture si tengono in Marchi, soldi e denari lubs. Il marco lubs è composto di 16 soldi lubs, ed il soldo lubs di 12 denari lubs.

Il ducato d'oro vale 7 marchi lubs.

La rixdala di cambio 3 marchi lubs.

Il tallaro di cambio 2 marchi lubs, o 32 soldi lubs.

La lira grossa vale 20 soldi grossi, il soldo grosso 12 denari grossi. Il denaro grosso vale 6 denari lubs.

Il denaro di banco vale circa 16 per 100 più del denaro corrente, cioè che 100 marchi banco equivalgono a 116 corrente,

Quasi tutte le cambiali sopra Amborgo si pagano in denaro di banco.

CORSO DEI CAMBJ D'AMBORGO.

dà il certo	*cioè sempre*	*riceve circa*
a Amsterdam	1 tallaro b.º..	34 s. com. b.º
Augusta....	100 Rix. b.º.....	149 Rix. corr.i
Copenaghen	100 ... dette.....	147 ... detti
Venezia....	1 marco lubs..	76 soldi corr.i
Vienna.....	100 Rix. b.º.....	190 rixdale.

dà l' incerto	*cioè circa*	*riceve sempre*
a Basilea......	24 soldi b.º	1 lira
Breslavia..	40 ... detti........	1 lira corr.e
Cadice......	92 d. gr. b.º.....	1 duc. di cambio.
Genova	80 ... detti........	1 pez. da 115 s.
Lisbona....	45 ... detti........	1 cruz da 400.
Livorno....	87 ... detti........	1 pez. da 115 s.
Londra.....	36 s. g. b.º.......	1 L.st.
Napoli	85 d. g. b.º......	1 Ducato
Parigi......	26 s. lubs. b.º....	3 franchi.

Lubeck, Lunebourg, Rostock, Wismar, le stesse monete e gli stessi cambj.

ANCONA.

In Ancona i Negozianti tengono la scrittura in scudi romani che vagliono 10 giulj o Paoli; un Paolo vale 10 bajocchi, laonde uno scudo vale 100 bajocchi, e ciascun bajocco si suddivide in centesimi, o in 5 quatrini.

1000 Scudi d'oro stampa (moneta immaginaria) vagliono 1523 scudi moneta di 10 paoli.

CORSO DEI CAMBJ D'ANCONA.

dà l'incerto	*cioè circa*	*riceve sempre*
a Augusta	48 bajocchi	1 fior. corr.^e
Bologna	99 scudi romani	100 sc. da 10 paoli
Genova	15 ... detti	1 lira f.^a b.^o
Livorno....	96 ... detti	1 pez. da 8 reali.
Londra.....	46 paoli	1 L.st.
Napoli	83 scudi romani.	100 ducati.
Parigi	19 bajocchi.......	1 franco.
Roma.......	102 scudi romani.	100 scudi romani.
Trieste.....	48 bajocchi.......	1 fior. corr.^e
Venezia	19 ... detti.......	1 lira d'Austria.

Ancona dà il certo a Milano soltanto, cioè 1 scudo romano e riceve circa 132 soldi corr.^i d'Austria.

AUGUSTA o AUGSBOURG.

Le scritture vi si tengono in due maniere, in Rixdale ossia Tallari, creutzer e pfenini; ed in fiorini, creutzer ed heller.

Il tallaro vale 90 creutzer o carantani; il batz vale 4 creutzer, il creutzer, 4 pfenini o 8 heller.

Il fiorino vale 60 creutzer.

Il ducato vale 4 fiorini.

Il denaro di cambio è immaginario, e vale 27 per 100 più del denaro corrente; il denaro corrente vale da 3 in 5 per 100 più della moneta.

CORSO DEI CAMBJ D'AUGUSTA.

dà il certo	*cioè sempre*	*riceve circa.*
a Genova	1 fior. corr.^e	62 s. f.^i b.^co
Livorno ...	1 ..... detto	55 soldi b.^co
Milano	1 ..... detto	65 soldi d'Austria
Napoli	1 ..... detto	58 gr. napolitani

dà l' incerto	Cambj esteri cioè circa	riceve sempre
a Amsterdam	113 rix. b.co	100 rix. b.co
Amborgo ..	105 rix. b.co	100 rix. b.co
Francfort .	99 fior. corr.i ..	100 fior. moneta
Lipsia	99 rix. b.co	100 rix. b.co
Londra	9 fior. 45 creut.	1 L.st.
Noremberg	99 fior. corr.i ..	100 fior. corr.i
Parigi	115 .... detti	300 franchi
Venezia	99 rix. b.co	100 ducati b.co
Vienna	102 fior. d'Augusta	100 fior. d' Augusta

Monaco (Munich) Passau, Stuttgard, Ulm, le stesse monete, e gli stessi cambj.

BASILEA.

Nella Svizzera le scritture si tengono in Lire, soldi, e denari; la lira è composta di 20 soldi, il soldo di 12 denari.

Il fiorino di Basilea vale 60 creutzer o carantani, ed equivale a 1 lira, 10 soldi, 6 denari; il creutzer vale 5 pfenini.

La rixdala e lo scudo valgono tre lire di Svizzera.

Il denaro di Francia ha corso in Basilea nel modo seguente, cioè che 16 lire di Svizzera fanno 24 lire tornesi; e 27 lire di Svizzera fanno 40 franchi.

CORSO DEI CAMBJ DI BASILEA.

dà l' incerto	cioè circa	riceve sempre
a Amsterdam	148 lire	100 fior. b.co
id.	143 dette	100 fior. corr.i
Augusta	172 dette	100 detti
Amborgo .	128 dette	100 mar. l. b.co
Genova	64 soldi	1 pez. da 115. s.
Livorno	68 detti	1 pez. da 8 reali
Londra	18 lire	1 L.st.
Parigi	99 franchi	100 franchi
Vienna	129 lire	100 fior. d'Augusta

Basilea dà il certo a Napoli soltanto, cioè 1 lira tornese di Francia, e riceve circa 22 gr. napolitani.

Costanza, Fribourg, Zurich, le stesse monete, e gli stessi cambj.

BERLINO.

Nella Prussia, le scritture si tengono in Lire, gros e denari; la lira vale 24 gros, il gros 12 denari.

La rixdala o Tallaro è uguale alla lira.

Il Frederico d'oro vale 5 rixdale.

Il Carls d'oro di Brunswich, ed il Luigi d'oro di Francia vi sono ragionati per 5 rixdale.

La rixdala nuova alla croce vale 29 gros e 3 denari.

Non vi è differenza tra 'l denaro corrente, e quello di cambio.

CORSO DEI CAMBJ DI BERLINO.

dà l'incerto	*cioè circa*	*riceve sempre*
a Amsterdam	144 rix. corr.i	100 rix. b.co
id........	138 .... dette.....	100 rix, corr.i
Augusta....	99 .... dette.....	100 .... dette
Amborgo ..	149 .... dette.....	100 rix, b.co
Francfort..	99 .... dette.....	100 rix.
Londra.....	6. 1/2 dette.....	1 L.st.
Parigi......	78 .... dette.....	300 franchi
Vienna.....	77 .... dette.....	100 rix.

Breslavia, Brandebourg, Francfort sull' Oder, Stettin, Stralsund, le stesse monete, e gli stessi cambj.

BOLOGNA.

In Bologna le scritture si tengono in Lire, soldi e denari; la lira vale 20 soldi, il soldo 12 denari.

Lo Scudo vale 85 soldi.

CORSO DEI CAMBJ DI BOLOGNA.

dà l'incerto	*cioè circa*	*riceve sempre*
a Amsterdam	41 soldi	1 fior. b.º
Augusta....	45 detti	1 fior. corr.e
Genova	91 detti	3 lire f.i b.º
Livorno....	95 detti............	1 pez. da 115 s.
Londra.....	22 lire	1 L.st.
Marsiglia ..	55 soldi............	3 franchi
Milano ...	84 detti	6 lire d'Austria
Napoli	77 detti	1 ducato
Roma	96 detti............	1 scudo romano
Vienna.....	43 detti	1 fior. d'Augusta

Ferrara, Reggio, le stesse monete, e gli stessi cambj.

CADICE.

Nella Spagna le scritture si tengono in reali e maravedis di plata.

Sonovi due specie di monete, che chiamansi di *plata*, e di *veglion*: sotto la denominazione di plata, s'intendono le monete d'argento, e sotto quella di veglion le monete di rame.

17 reali di plata fanno 32 reali di veglion.

MONETE D'ORO DI SPAGNA	PLATA *reali mar.*	VEGLION *reali, mar.*
La doppia vale	160 . 0 .	301 . 6 .
la mezza doppia	80 . 0 .	150 . 20 .
la quarta di doppia, ossia pistola	40 . 0 .	75 . 10 .
MONETE D'ARGENTO		
la piastra eff. ossia pezzo duro	10 . 5/8	20 . 0 .
la mezza piastra	5 . 5/16	10 . 0 .
il quarto di piastra	2 . 21/32	5 . 0 .
l'ottavo id.	1 . 21/64	2 . 17 .

MONETE IDEALI E DI CAMBIO	PLATA reali,mar.	VEGLION reali,mar.
la pistola di cambio. . . .	32 . 0 .	60 . 8 .
la piastra di cambio o d'otto.	8 . 0 .	15 . 2 .
il ducato di cambio	11 . 1 .	20 . 26 .
il ducato per mercanzie . .	11 . 0 .	20 . 24 .
il reale di 16 quartos . . .	0 . 34 .	1 . 30 .
il quartos	0.2 . 1/8	0 . 4 .
il maravedis	0 . 1 .	0.1.15/17

CORSO DEI CAMBJ DI CADICE.

dà il certo	*cioè sempre*	*riceve sempre*
a Amsterdam	1 duc. di cambio.	92 d. g. b.°
Amborgo ..	1 .... detto	86 .... detti
Genova	1 pist. di cambio.	22 lire f.i b.°
Lisbona ...	1 pist. di cambio.	2412 reis
Londra.....	1 piast. id.........	36 d.st
Parigi	1 .... detta........	374 centesimi

dà l' incerto	*cioè circa*	*riceve circa*
a Genova.....	127 piast. di cambio	100 pez. da 115 s.
Livorno....	150 .... dette.....	100 pez. da 8 reali
Napoli	320 marav. plata .	1 ducato

Madrid e tutta la Spagna, le stesse monete, e gli stessi cambj.

COSTANTINOPOLI.

Ciascuna nazione tiene in Costantinopoli le scritture secondo l'uso del suo paese. Ma l'uso ordinario è di tenerle in piastre ed aspre, od in piastre, parà e aspre.

La piastra vale 120 aspre, il parà ed il medino valgono 3 aspre.

CORSO DEI CAMBJ DI COSTANTINOPOLI.

dà l' incerto	*cioè circa*	*riceve sempre*
a Amsterdam	58 parà	1 fior. corr.
Genova	22 .... detti	1 lira f.i b.°
Livorno....	130 .... detti	1 pez. da 8 reali.
Londra	17 3/4 piastre	1 L.st.
Venezia....	7 1/4 dette	1 zecchino
Vienna	57 parà	1. fior. d' Augusta

Costantinopoli dà il certo a Marsiglia, cioè una piastra e riceve circa 135 centesimi.

COPENAGHEN.

Le scritture si tengono in questo paese, come anche in tutto il regno di Danimarca in rixdale, marchi, e scellini. La rixdala vale 6 marchi danesi, ed il marco 16 scellini. Il ducato vale 14 marchi; ve n' è un altro che non vale che 11 marchi. La corona vale 68 scellini.

CORSO DEI CAMBI DI COPENAGHEN.

dà l' incerto	*cioè circa*	*riceve sempre*
a Amsterdam	145 rixdale........	100 rix. b.°
detto....	138 dette	100 rix. corr.^t
Amborgo..	147 dette	100 rix. b.°
Londra.....	6. 1/2 dette......	1 L.st.
Parigi......	77 .... dette......	300 franchi.

Copenaghen paga con biglietti di stato che perdono 20 per 100 circa contro il denaro corrente; e il denaro corrente perde 24 per 100 contro quello di banco.

Berghen, Cristiania, Slewig, le stesse monete, e gli stessi cambj.

CRACOVIA

Le scritture vi si tengono in Rixdale, gros, e pfenini; o in fiorini, gros, e pfenini.
La rixdala vale 3 fiorini, 15 marchi, o 90 gros.
Il fiorino vale 5 marchi, o 30 gros.
Il marco vale 6 gros; il gros 18 pfenini.
Il ducato vale 3 rixdale, o 9 fiorini.

CORSO DEI CAMBJ DI CRACOVIA.

dà l' incerto	*cioè circa*	*riceve sempre*
a Amsterdam	324 gros polonesi	1 lira grossa b.°
Amborgo ..	139 .... detti	1 rix. b.°
Londra.....	19 fiorini.........	1 Lira st.

Cracovia dà il certo a Parigi cioè una rixdala, e riceve l' incerto, cioè 380 centesimi.

Dantzick, Konigsberg, Memel, Varsavia, le stesse monete, e gli stessi cambj.

FIRENZE

Firenze tiene le sue scritture in scudi d' oro, soldi e denari; o in Ducati, soldi e denari. Lo scudo d' oro, il ducato, e la lira si dividono in 20 soldi, ed il soldo in 12 denari, ognuno della sua specie.
Lo scudo d' oro vale 150 soldi fiorentini, o 7 lire e mezza buona moneta.
Il ducato vale 7 lire buona moneta.
La lira vale 1 1/2 paolo, o 20 soldi buona moneta.
Il Francescone di 10 paoli vale 133. 1/3 soldi buona moneta.
La pezza d' argento (moneta immaginaria) vale 115 soldi buona moneta.
La pezza da 8 reali è pure immaginaria, e 100 di queste fanno 107 pezze d' argento.

CORSO DEI CAMBJ DI FIRENZE.

dà il certo	*cioè sempre*	*riceve circa*
a Amsterdam	1 pez. da 115 s.	90 d. g. b.°
Amborgo	1 .... detta	86 detti
Ancona	100 francesconi....	105 scudi romani
Cadice	100 pez. da 115 s.	122 piast. di cambio
Genova	1 .... detta	116 soldi f.i b.°
Lisbona	1 .... detta	792 reis.
Londra	1 .... detta	51 d. st.
Milano	1 .... detta	129 soldi d' Austria
Napoli	100 .... dette	110 ducati
Palermo	1 .... detta	11 tari
Parigi	1 .... detta	520 centesimi
Pietroburgo	100 .... dette	222 rubli
Roma	100 francesconi....	104 scudi romani
Torino	1 pez. da 115 s.	81 sol. piemontesi
Venezia	1 .... detta	498 centesimi

dà l' incerto	*cioè circa*	*riceve sempre*
a Augusta	61 sol. fiorentini	1 fior. corr.e
Bologna	109 .... detti......	1 scudo bolognese
Livorno	122 .... detti	1 pez. da 8 reali
Trieste	62 .... detti	1 fiorino
Vienna	62 .... detti	1 fior. d' Augusta

FRANCFORT sul Meno.

La scrittura vi si tiene in fiorini, e creutzer ossia carantani.

Il fiorino vale 15 batz, o 60 creutzer

La rixdala vale 90 creutzer, il creutzer 4 pfenini.

CORSO DEI CAMBJ DI FRANCFORT.

dà l' incerto	*cioè circa*	*riceve sempre*
a Amsterdam	139 rixdale	100 rix. b.°
id	132 .... dette	100 rix. corr.i
Amborgo...	147 .... dette	100 rix. b.°
Augusta	99 fiorini	100 fiorini
Basilea	99 .... detti	100 fior. di Svizzera .
Lipsia	99 rixdale	100 rix. corr.i
Londra	139 batz	1. L. st.
Parigi......	79 rixdale	300 franchi
Vienna	96 fiorini	100 fior. d' Augusta

Francfort dà il certo a Napoli cioè 1 fiorino d' impero, e riceve l' incerto, cioè 47 grani napoletani.

Manheim, Majenza, Spira, le stesse monete, e gli stessi cambj.

GENOVA.

In Genova la scrittura si tiene in Lire, soldi, e denari fuori banco. La lira si divide in 20 soldi, il soldo in 12 denari; la parpajola vale 2 soldi.

L' agio di banco è di 15 per 100, cioè che 100 lire b.° ne fanno 115 fuori banco.

La piastra è contata per 115 soldi fuori banco, o per 100 soldi banco.

Lo scudo d' oro Marco vale 9 lire 6 soldi b.° ; e 10 lire, 14 soldi f.i b.° = 214 soldi f.i b.°

Lo scudo d' argento vale 4 lire b.°

Il crosatto vale 7 lire 12 soldi b.°

Lo zecchino vale 12 lire f.i b.°

CORSO DEI CAMBJ DI GENOVA.

dà il certo	*cioè sempre*	*riceve circa*
a Amsterdam	1 pia.da 115 s.f.ⁱb.º	89 d. g. b.º
Cadice......	1 scudo d' oro	625 marav. plata.
Costantinopoli	1 lira f.ⁱ b.º	22 parà.
Lisbona	1 pia.da 115 s.f.ⁱb.º	795 reis.
Parigi	1 ... detta	95 soldi di franchi
Smirne	1 lira f.ⁱ b.º	23 parà.

dà l' incerto	*cioè circa*	*riceve sempre*
a Amborgo...	44 soldi f.ⁱ b.º.	1 marco lubs b.co
Augusta....	62 ... detti......	1 fiorino corr.e
Firenze	115 ... detti......	1 pez.da 115 s.f.b.co
Livorno....	124 ... detti	1 pez. da 8 reali
Londra.....	31 lire f.ⁱ b.º...	1 L. st..
Milano	22 soldi f.ⁱ b.º..	1 lira austriaca.
Napoli	103 ... detti......	1 ducato regno.
Palermo...	15 lire f.ⁱ b.º...	1 oncia
Roma......	128 soldi f.ⁱ b.º..	1 scudo romano.
Torino.....	24 ... detti	1 L. di Piemonte.
Venezia	62 ... detti	1 fiorino.
Trieste.....	62 ... detti	1 fiorino.
Vienna	62 ... detti	1 fior. d' Augusta.

Chiavari, Novi, Porto-Maurizio, Savona, le stesse monete, e gli stessi cambj.

GINEVRA.

Le scritture vi si tengono in Lire, soldi, e denari corr.ⁱ la lira corrente vale 20 soldi, il soldo 12 denari.

Vi si conta pure in fiorini, che sono composti di 12 soldi, ed il soldo di 12 denari. Il fiorino si divide ancora in 48 quarti, sei dei quali, che sono una moneta di Ginevra sono eguali a 1. 1/2 soldo di fiorino. Lo scudo corr.e o Patagon vale 3 lire corr.ⁱ

Sonovi in Ginevra due specie di denaro, il denaro corrente o di cambio, e la moneta. 10 lire denaro corrente sono eguali a 35 lire moneta.

CORSO DEI CAMBJ DI GINEVRA.

dà il certo	*cioè sempre*	*riceve circa*
a Amsterdam	3 lire corr.i	92 d. g. b.°
Augusta	300 .... dette.....	125 rixdale
Londra.....	3 .... dette.....	49 d. st.
Parigi	100 .... dette.....	165 franchi
Torino	3 .... dette.....	84 soldi
Venezia	1 .... detta.....	63 soldi corr.i
Vienna	300 .... dette.....	166 rixdale

dà l' incerto	*cioè circa*	*riceve sempre.*
a Amborgo ..	23 soldi corr.i...	1 marco lubs b.°
Basilea......	161 lire corr.i	100 fiorini
Cadice.....	47 soldi corr.i...	1 piast. di cambio
Genova.....	96 scudi corr.i...	100 pez. da 115 s.
Livorno....	104 .... detti	100 pez. da 8 reali
Milano	97 .... detti	640 lire correnti

Thonon, Sion, le stesse monete, e gli stessi cambj.

LIPSIA.

In Lipsia, come in tutta la Sassonia, la scrittura si tiene in Rixdale corr.i, bongros, e pfenini. La rixdala corr. che è immaginaria, altrimenti detta Tallaro vale 24 bongros ed il bongros 12 denari o pfenini.

La rixdala effettiva vale 32 bongros.

La pistola ossia frederico vale 5 rixdale corr.i

Il ducato vale 2. 3/4 rixdale corr.i

CORSO DEI CAMBJ DI LIPSIA.

dà l' incerto	*cioè circa*	*riceve sempre*
a Amsterdam	144 rix. corr.i ...	100 rix b.o
Amborgo...	149 .... dette.....	100 .... dette.
Augusta....	99 .... dette.....	100 rix. corr.i
Dantzick...	97 .... dette.....	100 .... dette
Londra.....	6. 1/4 dette.....	1 L.st.
Parigi.	79 .... dette.....	300 franchi.
Vienna.....	89 .... dette.....	100 rix. d' Augusta.

LISBONA.

Nel Portogallo le scritture si tengono in reis che sono la più piccola moneta del regno.

La grossa pezza d' oro del peso d' un oncia vale 12800 reis.

La mezza pezza ne contiene 6400. Sonovi altre monete d' oro che sono tutte metà più piccole le une delle altre, sino alla trentaduesima della grossa, che vale 400 reis.

La Cruzada effettiva vale 480 reis, e quella di cambio 400.

CORSO DEI CAMBJ DI LISBONA.

dà il certo	*cioè sempre*	*riceve circa*
a Amsterdam	1 Cruz. di cambio	46 d. g. b.o
Amborgo. .	1 .... detta.....	44 .... detti.
Londra.....	1000 reis..........	63 d. st.
Palermo....	1 cruz. di cambio	5 tt. 15 gr. sic.

dà l' incerto	*cioè circa*	*riceve sempre*
a Cadice......	2425 reis..........	1 pistola di cambio.
Genova. ...	840 detti.	1 pez. da 115 s.
Livorno. ...	815 detti.	1 pez. da 8 reali.
Napoli.	678 detti.	1 ducato regno.
Parigi.	480 detti.	3 franchi.
Roma.......	820 detti.	1 scudo romano.
Venezia. ...	802 detti.	1 ducato b.o

LIVORNO.

Le scritture vi si tengono in Piastre, soldi e denari. Questa piastra, che si chiama pure pezza di 8 reali, o pezza d' otto, è immaginaria, e si divide in 20 soldi, ed il soldo in 12 denari della sua specie. Essa è valutata per 115 soldi buona moneta, o per 120 soldi moneta lunga.

La lira di 20 soldi vale 60 quatrini, ed il soldo 3 quatrini.

Il Ruspone di Toscana vale 40 lire buona moneta.

Il Franciscone 6 lire, 9 soldi, 4 denari buona moneta.

L' agio delle pezze da 8 reali in pezze d' argento è di 7 per 100, cioè 100 pezze d' otto fanno 107 pezze d' argento.

Il corso dei cambj alla pagina seguente.

CORSO DEI CAMBI DI LIVORNO.

	dà il certo	*cioè sempre*	*riceve circa*
a	Amsterdam	1 pezza d' otto.	93 d. g. b.°
	Amborgo ..	1 detta..........	88 ... detti
	Augusta....	100 dette.........	199 fior. corr.i
	Bologna....	1 detta	93 soldi bolognesi.
	Cadice......	100 dette	136 pias. di cambio
	Firenze. ...	1 detta	116 soldi.
	Genova	1 detta..........	125 soldi f.i b.°
	Ginevra....	100 dette..........	104 scudi corr.i
	Lisbona....	1 detta	845 reis.
	Londra.....	1 detta..........	52 d. st.
	Milano.....	1 detta	134 soldi corr.i
	Napoli	100 dette.........	117 ducati regno.
	Palermo....	1 detta..........	11 tarì.
	Parigi	1 detta.........	535 centesimi.
	Pietroburgo	100 dette.	164 rubli.
	Torino.....	1 detta..........	91 soldi.
	Venezia	1 detta..........	198 soldi corr.i

	dà l' incerto	*cioè circa*	*riceve sempre*
a	Roma.......	119 s.buona moneta	1 scudo romano
	Vienna	45 ... detti	1 fior. d'Augusta.

LONDRA.

Le scritture vi si tengono in Lire, soldi, e denari sterlini. La lira sterlina, che è immaginaria, è composta di 20 scellini o soldi sterlini, ed il soldo sterlino di 12 denari sterlini.

La pezza di 5 Ghinee vale 5 lire e 5 scellini, quella di due ghinee 2 lire e 2 scellini, la ghinea 21 scellini.

La corona, o crown, o scudo, che è una moneta d' argento vale 5 scellini. Il mezzo scellino, che è pure una pezza d' argento vale 6 denari sterlini.

Le monete di rame sono lo half-penny = mezzo denaro sterlino, ed il forthing = un quarto di denaro sterlino.

CORSO DEI CAMBJ DI LONDRA.

dà il certo	*cioè sempre*	*riceve circa*
a Amsterdam	1 Lira st.	12 fior. b.°
Amborgo ..	1 detta..............	35 ... detti
Francfort..	1 detta..............	150 batz.
Pietroburgo	1 detta..............	8 1/2 rubli.
Palermo....	1 detta..............	54 tarì.
Parigi	1 detta..............	24 franchi.
Venezia	1 detta	26 L. corr.i
Vienna	1 detta	12 fior. d'Augusta.

dà l' incerto	*cioè circa*	*riceve sempre*
a Cadice.....	37 den. st........	1 piatr. di cambio.
Genova	46 detti...........	1 pez.da 115 s.f.ᵈb.°
Lisbona. ...	63 detti...........	1000 reis.
Livorno....	48 detti...........	1 pezza d' otto.
Napoli......	42 detti...........	1 Ducato
Palermo....	130 detti.	1 oncia.

MARSIGLIA.

Il ragguaglio delle monete si ritrova all' articolo Parigi, ma questa piazza cambiando con varie piazze differentemente che Parigi, ne abbiamo fatto una tavola separata.

CORSO DEI CAMBJ DI MARSIGLIA.

dà il certo	*cioè sempre*	*riceve circa*
a Amsterdam	3 franchi...........	57 d. g. b.°
detto.....	3 ... detti.........	59 d. g. corr.i
Lisbona	3 ... detti.........	490 reis.

dà l' incerto	*cioè circa*	*riceve sempre*
a Amborgo...	187 franchi.	100 marchi lubs b.°
Augusta....	258 ... detti.......	100 fior. corr.i
Cadice......	16 ... detti.......	1 pistola di cambio
Genova.....	95 soldi da franchi	1 pez.da 115 s.f.b.°
Livorno	103 ... detti.......	1 pezza d' otto
Londra.....	24 franchi.	1 L.st.
Napoli......	88 soldi da franchi	1 ducato
Palermo....	13 franchi.	1 oncia
Vienna	258 ... detti.......	100 fior. d'Augusta.

MILANO.

Le scritture si tenevano in Milano in Lire, soldi, e denari correnti; la lira corrente vale 20 soldi correnti, ed il soldo corrente 12 denari correnti. Ma sin dal primo Gennajo 1826, le medesime si tengono in Lire, soldi, e denari d' Austria; e la lira d' Austria è stata pure sostituita alla lira corrente nei cambj: 87 lire correnti di Milano = 100 lire austriache.

Lo scudo imperiale, o di cambio vale 117 soldi di cambio, o 8 lire, 5 soldi, 6 denari correnti.

Il filippo che è una moneta effettiva di Milano vale 150 soldi correnti, ossia 106 soldi imperiali.

La lira italiana vale 20 soldi italiani, o 100 centesimi.

CORSO DEI CAMBJ DI MILANO.

dà l' incerto	*cioè circa*	*riceve sempre*
a Amsterdam	49 soldi d' Austria	1 fior. b.°
Amborgo...	45 ... detti.....	1 marco lubs b.°
Augusta....	67 ... detti.	1 fior. corr.e
Cadice......	94 ... detti.	1 piast.di cambio
Genova	85 ... detti.	4 lire f.i b.°
Livorno....	134 ... detti.	1 pezza d' otto
Londra.....	30 lire d' Austria	1 L.st.
Napoli.	106 soldi detti....	1 ducato
Parigi......	64 ... detti.	3 franchi
Roma.......	136 ... detti.	1 scudo romano
Venezia. ...	101 lire dette.	100 lire d' Austria
Vienna.....	64 soldi detti....	1 fior. d'Augusta.

NAPOLI.

Le scritture vi si tengono in Ducati, e grani; il ducato vale 100 grani.

Il tarì napoletano vale 20 grani, il carlino 10 grani napoletani.

Vi è ancora la pezza di 12 carlini.

L' oncia di sicilia vale 30 carlini.

Il pezzo colonnato di spagna vi ha corso per 12 carlini e 4 grani.

CORSO DEI CAMBJ DI NAPOLI

dà l' incerto	*cioè circa*	*riceve sempre*
a Amsterdam	49 grani..........	1 fior. corr.e
Amborgo ..	42 detti...........	1 marco lubs b.o
Ancona.....	121 detti...........	1 scudo da 10 paoli
Anversa....	46 detti...........	1 fior. di cambio
Augusta....	57 detti...........	1 fior. corr.e
Basilea......	22 detti...........	1 L. torn. di franc.
Cadice......	122 detti...........	1 pezza colonnata
Firenze.....	19 detti...........	1 L. di toscana
Francfort..	47 detti...........	1 fior. d' impero
Genova.....	18 detti...........	1 lira f.i b.o
Ginevra....	36 detti...........	1 lira corr.e
Lisbona....	53 detti...........	1 cruzada da 400
Livorno....	118 detti...........	1 pezza d' otto
Londra.....	536 detti...........	1 L. st.
Milano.....	19 detti...........	1 lira d' austria
Palermo....	121 detti...........	1 pezza da 12 tarì
Parigi......	23 detti...........	1 franco
Roma.......	122 detti...........	1 scudo romano
Trieste.....	58 detti...........	1 fiorino
Venezia....	23 detti...........	1 lira d' Austria
Vienna.....	58 detti...........	1 fior. d'Augusta

NUREMBERG.

Le scritture vi si tengono in fiorini e creutzer, moneta. Il fiorino vale 60 creutzer; la Rixdala ne' vale 90.

Il denaro corrente vale 20 per 100 più del denaro moneta.

Il luigi da 24 lire tornesi vi ha corso per 9 1/5 fiorini correnti, o per 11 fiorini moneta.

CORSO DEI CAMBJ DI NUREMBERG.

dà l' incerto	*cioè circa*	*riceve sempre*
a Amsterdam	144 rix. corr.i	100 rix. b.o
Amborgo ..	148 dette	100 dette
Augusta....	102 fior. corr.i...	100 fior. corr.i
Francfort..	101 .... detti	100 fior. corr.i
Lipsia......	101 .... detti	100 detti
Londra.....	9. 3/5 detti......	1 L.st.
Parigi......	101 franchi........	100 franchi
Vienna.....	99 fior. corr.i ...	100 fior. d'Augusta.

PALERMO

Le scritture vi si tengono in Once, tarì, grani, e piccoli.

L' oncia vale 30 tarì, il tarì 20 grani, il grano 6 piccioli.

Lo scudo di sicilia vale 12 tarì.

La pezza colonnata di spagna vi ha corso per 12 tarì e 8 grani, e la mezza pezza per 6 sei tarì e 4 grani.

Palermo dà il certo al solo Napoli, cioè 100 scudi da 12 tarì = on7 40, e riceve circa 121 ducati regno.

Messina, Catania, e tutta la sicilia; le stesse monete, e gli stessi cambj.

CORSO DI CAMBJ DI PALERMO.

dà l' incerto		*cioè circa*	*riceve sempre*
a Amsterdam	95	gr. di sicilia ..	1 fior. corrente
Amborgo ..	85	detti	1 marco lubs b.°
Augusta....	5	tarì 18 grani..	1 fior. corrente
Cadice	8	tarì 3/4	1 piast. di cambio
Genova.....	37	grani	1 lira f.i b.°
Lisbona ...	5	tarì 18 grani..	1 cruzada da 400
Livorno....	11	tarì 15 grani .	1 pezza d' otto
Londra.....	55	tarì	1 L.st.
Parigi......	47	grani...........	1 franco
Roma.......	12	tarì 5 grani ..	1 scudo romano
Trieste.....	5	tarì 18 grani .	1 fior. corrente
Vienna	5	tarì 18 grani .	1 fior. d' Augusta
Venezia....	45	grani...........	1 lira d' Austria

PARIGI.

Le scritture si tengono in tutta la francia in franchi e centesimi. Il franco vale 100 centesimi.

Lo scudo di cambio vale 3 franchi.

Sonovi in francia due specie di monete; il franco, e la lira tornese: il franco vale 1 1/4 per 100 più della lira; cioè 100 franchi fanno 101 1/4 lire tornesi.

La lira è divisa in 20 soldi, il soldo in 12 denari.

MONETE D' ORO	*Franchi*	*Lire*
Doppio Napoleone	40	
Napoleone	20	
mezzo Napoleone	10	
doppio Luigi	»	48
Luigi	»	24
mezzo Luigi	»	12

MONETE D'ARGENTO	*franchi*	*Lire*
Lo scudo di	5	
quello di	»	6
mezzo scudo	»	3
il franco	1	

il soldo di franco vale 5 centesimi.

CORSO DI CAMBJ DI PARIGI.

dà il certo	*cioè sempre*	*riceve circa*
a Amsterdam	3 franchi........	51 d.g.b.°
Francfort..	100 detti...........	103 franchi
Lisbona	3 detti...	475 reis
Palermo....	1 detto...........	48 gr. di sicilia

dà l' incerto	*cioè circa*	*riceve sempre*
a Amborgo...	191 franchi........	100 marchi lubs b.°
Anversa....	98 detti...........	100 lire corr.i
Augusta....	258 centesimi......	1 fior. corr.e
Basilea.	99 franchi........	100 franchi
Cadice.	16 detti...........	1 pist. di cambio
Genova	479 centesimi......	1 pez.da 115 s.f.b.°
Ginevra....	162 franchi........	100 lire corr.i
Livorno....	515 centesimi......	1 pezza d' otto
Londra.....	24 franchi........	1 L.st.
Milano.	95 detti...........	100 lire d' Austria
Napoli.....	440 centesimi......	1 ducato regno
Roma.	535 detti...........	1 scudo romano
Venezia....	99 franchi........	100 lire d' Austria
Vienna.....	258 centesimi......	1 fior. d'Augusta.

Lione, Bordeaux e tutta la Francia, le stesse monete e gli stessi cambj: Marsiglia ha le stesse monete, ma vi è qualche differenza nei cambj, come si è veduto nella tavola quì avanti.

PIETROBURGO.

In Pietroburgo e in tutta la Russia, le scritture si tengono in Rubli, grivi e copeki il rublo vale 10 grivi, il grivo 10 copeki.

L' imperiale vale 10 rubli; il ducato 225 copeki.

Il cambio della Russia si fa con biglietti di banco.

CORSO DEI CAMBJ DI PIETROBURGO.

dà il certo	*cioè sempre*	*riceve circa*
a Amsterdam	1 rublo	29 soldi corr.i
Amborgo ..	1 detto	27 soldi b.°
Costantinopoli	1 detto	92 parà
Londra.....	1 detto...........	32 d.st.
Parigi	1 detto...........	320 centesimi
Vienna.....	100 detti	162 fior. d'Augusta

ROMA.

Le scritture vi si tengono in Scudi e bajocchi. Lo scudo propriamente nominato scudo romano, o scudo moneta, vale 10 paoli o giulj, il paolo vale 10 bajocchi: laonde lo scudo vale 100 bajocchi.

Si conta ancora in Roma a scudi d'oro stampa (moneta immaginaria) che valgono 15 paoli senza agio, e coll' agio fisso, 1000 scudi di stampa fanno 1523 scudi da 10 paoli.

Lo zecchino vale 2 scudi e 5 bajocchi, ossia 205 bajocchi; il bajocco vale 5 quatrini.

CORSO DEI CAMBJ DI ROMA.

dà il certo	*cioè sempre*	*riceve circa*
a Firenze	100 scudi romani.	95 francisconi
Genova	1 .... detto.....	128 soldi f.i b.°
Milano	1 .... detto.....	125 soldi d'Austria
Napoli	1 .... detto.....	121 grani
Parigi......	1 .... detto.....	107 soldi da franchi
Venezia	1 .... detto.....	536 centesimi

dà l' incerto	*cioè circa*	*riceve sempre*
a Amsterdam	39 bajocchi	1 fior. corr.e
Ancona	99 scudi romani...	100 scudi romani
Augusta	47 bajocchi	1 fior. corr.e
Livorno ...	96 ... detti	1 pezza d' otto
Londra.....	45 paoli	1 L.st.
Vienna	49 bajocchi	1 fior. d' Augusta

TORINO.

Le scritture vi si tengono in Lire, soldi, e denari di Piemonte; la lira è composta di 20 soldi, il soldo di 12 denari. Il carlino di Torino vale 120 lire; la pistola 24 lire; lo scudo di Piemonte vale 6 lire.

CORSO DEI CAMBJ DI TORINO.

dà l'incerto	*cioè circa*	*riceve sempre.*
a Amsterdam	37 soldi............	1 fior. b.°
Augusta ...	42 detti	1 fior. corr.e
Genova	9 . 3/5 lire	1 zecchino
Ginevra....	84 soldi	3 lire corr.i
Livorno....	85 detti............	1 pezza d' otto
Londra.....	19 . 3/5 lire........	1 L.st.
Milano	92 soldi	1 filippo
Parigi	20 . 1/2 lire	24 franchi
Roma	89 soldi...........	1 scudo romano
Venezia	53 detti	1 ducato corr.e
Vienna	32 detti	1 fior. d' Augusta

Alessandria, Casal, Coni, Ivrea, Nizza, Vercell. le stesse monete, e gli stessi cambj.

TRIESTE.

Le scritture vi si tengono in fiorini, e carantani. Il fiorino vale 60 carantani; il carantano 4 pfenini.

La rixdala vale 1 . 1/2 fiorino, ossia 90 carantani.

31

CORSO DEI CAMBJ DI TRIESTE.

dà l' incerto	*cioè circa*	*riceve sempre*
a Amsterdam	47 carantani......	1 fior. corrente
Amborgo ..	43 detti	1 marco lubs b.°
Augusta ...	103 fiorini.........	100 fior. correnti
Bologna	2 . 1/2 detti	1 scudo da 85 s.
Costantinopoli	73 .... detti......	100 piast. da 40 p.
Genova	19 carantani	1 lira f.i b.°
Lisbona ...	2 fior. 47 car..	1000 reis
Livorno....	2 fior. 25	1 pezza d' otto
Londra.....	9 fior. 48.......	1 L.st.
Milano	23 carantani......	1 lira d' Austria
Napoli	1 fior. 45 car..	1 ducato
Palermo....	5 fior. 6	1 oncia
Parigi	23 carantani	1 franco
Smirne.. ..	73 fiorini	100 piast. da 40 p.
Venezia	23 carantani......	1 lira d' Austria.
Vienna	99 fiorini	100 fior. d' Augusta

SAN-GALL.

Vi si tiene la scrittura in fiorini e creutzer correnti; il fiorino vale 60 creutzer.

161 fiorini di cambio fanno 220 fiorini correnti

Il Luigi di 24 lire tornesi vi ha corso per 8 fiorini, e 3 creutzer di cambio. o per 11 fior. correnti.

CORSO DEI CAMBJ DI SAN-GALL.

dà l' incerto	*cioè circa*	*riceve sempre*
a Amsterdam	61 creutzer.......	1 fior. b.°
Amborgo..	156 detti..........	1 rix. b.°
Augusta....	117 fior. correnti.	100 fior. corr.i
Francfort..	99 fior. corr.i...	100 fior. moneta
Genova	23 creutzer	1 lira f.i b.°
Lipsia......	9 . 1/2 fior.corr.	1 frederico
Livorno....	145 creutzer	1 pezza d' otto
Londra	10 . 1/5 fior.corr.	1 L. st.
Milano.....	21 creutzer.......	1 lira d'Austria
Parigi	101 franchi........	100 franchi
Venezia....	22 creutzer	1 lira d'Austria
Vienna.....	96 . 3/5 fior.corr.	100 fior. d' Augusta

VENEZIA.

Vi si tengono le scritture in Ducati, che si sommano per 20 soldi, ed il soldo per 12 denari.

I banchieri ed i grossi negozianti le tengono in Ducati, gros, e denari; il ducato è composto di 24 gros, e il gros di 12 denari: il gros vale ancora 5 . 1/6 marchetti, laonde il ducato vale 124 marchetti.

La differenza tra il denaro di banco ed il corrente è fissato a 20 per 100; il sopr' agio e da 18 in 20 per 100: 100 ducati banco ne fanno 120 correnti.

Il ducato banco vale 9 lire, e 12 soldi correnti.

Il ducato corrente vale 6 lire, 4 soldi correnti.

La lira italiana vale 20 soldi italiani = 100 centesimi; il soldo italiano 5 centesimi.

CORSO DEI CAMBJ DI VENEZIA.

dà l'incerto	*cioè circa*	*riceve sempre*
a Amsterdam	216 centesimi	1 fior. b.co
Amborgo ..	187 detti..........	1 marco lubs b.°
Augusta....	258 detti..........	1 fior. corr.
Costantinopoli	325 detti	1 piast. da 40 p.
Genova	83 detti	1 lira f.i b.°
Livorno....	516 detti	1 pezza d'otto
Londra.....	24 lire	1 L.st.
Milano.....	109 dette	100 lire d'Austria
Napoli	445 centesimi......	1 ducato regno
Parigi......	99 lire	100 franchi
Roma.......	532 centesimi......	1 scudo romano
Trieste.....	258 detti..........	1 fior. corr.e
Smirne....	327 detti	1 piast. da 40 p.
Vienna	259 detti..........	1 fior. d'Augusta

Padova, Trevisa, Verona, le stesse monete, e gli stessi cambj.

VIENNA.

Le scritture vi si tengono in fiorini, e creutzer; o in rixdale e creutzer.

Il fiorino vale 60 creutzer, il creutzer 4 pfenini.

La rixdala vale 90 creutzer.

Lo scudo di cambio di Vienna, che è effettivo vale 90 creutzer.

Vi è una carta moneta, chiamata danaro corrente, che vale meno di quella effettiva, in modo che 2 fiorini effettivi valgono 5 fiorini correnti; e per esprimere il fiorino effettivo, si dice fiorino d'Augusta.

CORSO DEI CAMBJ DI VIENNA.

dà il certo	*cioè sempre*	*riceve circa*
a Genova.....	1 fior. d'Augusta ..	62 soldi f. b.°
Livorno....	1 detto	57 soldi di Livorno
Milano.....	1 detto...............	58 soldi d'Austria

dà l' incerto	*cioè circa*	*riceve sempre*
a Amsterdam	152 rixdale effet.	100 rix. b.co
Amborgo...	147 dette..........	100 dette
Augusta....	99 fior. d'Augusta	100 fior. d'Augusta
Costantinopoli	75 detti..........	100 piast. da 40 p.
Francfort..	97 rix. effettive..	100 rix. di cambio
Lipsia	107 fior. d'Augusta	100 fior. corr.i
Londra	9 fior. 45 creut. eff.	1 L.st.
Napoli	1 fior. 42 eff...	1 Duc.
Parigi	118 detti..........	300 franchi
Trieste.....	99 fior. d'Augusta	100 fior. corr.i
Venezia....	98 detti..........	100 detti

Praga, Bolzano, Presburgo, le stesse monete, e gli stessi cambj.

STATI UNITI DELL' AMERICA.

Le scritture vi si tengono in Dollari e centesimi.

Le monete di cambio sono la doppia Aquila che vale 10 Dollari; l'Aquila che ne vale 5.

Il Dollaro vale 100 centesimi; il mezzo Dollaro ne vale 50; ed il quarto di Dollaro 25.

CORSO DEI CAMBJ DEGLI STATI UNITI DELL' AMERICA.

dà l' incerto	*cioè circa*	*riceve sempre*
a Amsterdam	38 centesimi.......	1 fior. corr.e
detto	40 detti..........	1 fior. b.o
Londra.....	4 dollari 44 centes.	1 L.st.
Parigi......	95 centesimi.......	5 franchi
Amborgo .	34 detti..........	1 marco lubs b.o
Cadice......	99 dollari	100 piast. di cambio

REGOLE GENERALI

PER CALCOLARE I CAMBJ DIRETTI.

AMSTERDAM per Augusta.

Ridurre 600 fiorini d' Augusta in fior. b.° d' Amsterdam al cambio di 142.

Regola congiunta

1 fior. d' Augusta vale 60 creutzer
90 creutzer fanno........ 1 rixdala
142 rixdale d' Augusta ... 100 rix. d' Amsterdam
2 rix. d' Amsterdam.... 5 fiorini
Quanti fior. d' Amsterdam per 600 fior. d' Augusta.

Riducendo i termini (arit. 197), ne risulta la seguente operazione: moltiplicate i fiorini d' Augusta per 500, e dividete il prodotto per lo cambio × 3, il quoziente darà dei fior. b.° d' Amsterdam.

E reciprocamente, per ridurre dei fior. b.° d' Amsterdam in fior. corr.[i] d' Augusta, moltiplicate i fior. d' Amsterdam per 3 volte il cambio, e dividete il prodotto per 500; il quoziente darà dei fior. corr.[i] d' Augusta.

AMSTERDAM e Palermo.

Ridurre in once 600 fior. corr.[i] d' Amsterdam cambio di 95.

Moltiplicate i fiorini pel cambio, e dividete il prodotto per 600; il quoziente darà delle once.

E reciprocamente per ridurre delle once in fiorini correnti d' Amsterdam, moltiplicate le once per 600, e dividete il prodotto per lo cambio, il quoziente darà dei fior. corr.[i] d' Amsterdam.

AMSTERDAM e Napoli.

Ridurre in Ducati di Napoli 600 fior. corr.i d'Amsterdam al cambio di 49.

Moltiplicate i fiorini pel cambio, e dividete il prodotto per cento; il quoziente darà dei Ducati.

E reciprocamente per ridurre dei ducati di Napoli in fior. corr.i d'Amsterdam, moltiplicate i ducati per 100, e dividete il prodotto per lo cambio; il quoziente darà dei fior. corr.i d'Amsterdam.

AMSTERDAM e Londra.

Ridurre in fior. b.° d'Amsterdam 600 L. st. al cambio di 36.

Regola congiunta

1 L. st.	36 s. g. b.° d'Amsterdam
1 soldo grosso . .	12 denari grossi
40 denari grossi . .	1 fiorino

quanti fior. d'Amsterdam per 600 L. st.

Fatta la riduzione dei termini, ne risulta la seguente operazione.

Moltiplicate le lire sterline per 3 volte il cambio, e dividete il prodotto per 10, il quoziente darà dei fiorini b.° d'Amsterdam.

Reciprocamente, per ridurre dei fiorini b.° d'Amsterdam in lire sterline, moltiplicate i fiorini per 10, e dividete il prodotto per 3 volte il cambio, il quoziente darà delle lire sterline.

AMBORGO e Palermo.

Per ridurre dei marchi lubs d'Amborgo in once di Sicilia, moltiplicate il numero dei marchi pel cambio e dividete il prodotto per 600; il quoziente darà delle once.

E reciprocamente moltiplicate le once di Sicilia per 600, e dividete il prodotto pel cambio; il quoziente darà dei marchi lubs.

AMBORGO

con Cadice, Genova, Lisbona, Livorno, e Napoli.

Per ridurre in marchi lubs b.° d' Amborgo dei ducati di Spagna, o di Napoli, delle piastre di Genova o di Livorno, o delle Cruzade di Portogallo, moltiplicate pel cambio quelle delle monete che si vogliono ridurre, e dividete il prodotto per 32; il quoziente darà dei marchi lubs.

E reciprocamente, moltiplicando i marchi lubs per 32 e dividendo il prodotto per lo cambio, si otterranno le monete che si vogliono avere delle sopraddette piazze.

Per ridurre delle lire f.i b.° di Genova, in marchi lubs b.°, moltiplicate le lire per lo cambio, e dividete il prodotto per 184, e reciprocamente.

E per ridurre delle piastre di Cambio di Spagna in marchi lubs b.°, moltiplicate le piastre per 17, e per lo cambio; e dividete il prodotto totale per 750; e reciprocamente.

AMBORGO e Londra.

Per ridurre delle Lire sterline in marchi lubs b.° moltiplicate le lire sterline per lo cambio, e per 3; e dividete il prodotto totale per 8, e reciprocamente.

AMBORGO e Parigi.

Per ridurre dei franchi in marchi lubs b.°, moltiplicate i franchi pel cambio, e dividete il prodotto per 48, e reciprocamente.

AUGUSTA e Amsterdam.

Per ridurre dei fiorini d' Olanda in fiorini correnti d' Augusta, moltiplicate i fiorini d' Olanda per lo cambio e per 6, e dividete il prodotto totale per 1000, il quoziente darà dei fiorini correnti d' Augusta, e reciprocamente.

AUGUSTA sopra Genova e Livorno.

Per ridurre delle piastre di Genova o di Livorno in fiorini correnti d' Augusta, moltiplicate le piastre per 115; e dividete il prodotto pel cambio; il quoziente darà dei fiorini correnti d' Augusta, e reciprocamente.

E per ridurre delle lire f.ⁱ b.° di Genova in fiorini correnti d' Augusta, moltiplicate le lire per 20, e dividete il prodotto pel cambio, e reciprocamente.

AUGUSTA e Londra.

Per ridurre delle Lire sterline in fiorini correnti d' Augusta, moltiplicate le lire sterline pel cambio, il prodotto darà de' fiorini correnti d' Augusta, e reciprocamente.

AUGUSTA e Parigi.

Per ridurre dei franchi in fiorini correnti d' Augusta, moltiplicate i franchi pel cambio, e dividete il prodotto per 300, e reciprocamente.

AUGUSTA e Napoli.

Per ridurre dei ducati di Napoli in fiorini correnti d' Augusta, moltiplicate i ducati per 100, e dividete il prodotto per lo cambio, e reciprocamente.

CADICE e Amsterdam.

Per ridurre dei fiorini b.° d' Amsterdam in reali di plata, moltiplicate i fiorini per 15000, e dividete il prodotto per lo prodotto del cambio moltiplicato per 34, e reciprocamente.

CADICE sopra Genova e Livorno.

Per ridurre delle piastre di Genova o di Livorno in reali di plata, moltiplicate le piastre per lo cambio e per 8; e dividete il prodotto totale per 100; e reciprocamente.

E per ridurre delle lire f.i b.o di Genova in reali di plata, moltiplicate le lire pel cambio e per 8, e dividete il prodotto totale per 575, e reciprocamente.

CADICE e Londra.

Per ridurre delle lire sterline in reali di plata, moltiplicate le lire sterline per 1920, e dividete il prodotto per lo cambio, e reciprocamente.

CADICE e Napoli.

Per ridurre dei ducati di Napoli in reali di plata, moltiplicate i ducati per lo cambio, e dividete il prodotto per 34, e reciprocamente.

CADICE e Parigi.

Per ridurre dei franchi in reali di plata, moltiplicate i franchi per 800, e dividete il prodotto pel cambio, e reciprocamente.

CADICE e Lisbona.

Per ridurre delle Cruzade in reali di plata, moltiplicate le cruzade per 12800, e dividete il prodotto per lo cambio, e reciprocamente.

GENOVA e Amsterdam.

Per ridurre dei fiorini d'Olanda in lire fuori b.o di Genova moltiplicate i fiorini per 230, e dividete il prodotto per lo cambio, e reciprocamente.

GENOVA con Augusta, Amborgo, Livorno, Napoli, Roma, o Vienna.

Per ridurre in lire f.i b.o di Genova dei fiorini di Augusta o di Vienna, dei marchi lubs b.o, delle piastre di Livorno, dei ducati di Napoli, o degli scudi romani, moltiplicate col cambio quella di queste monete che si vogliono ridurre, e dividete il prodotto per 20., e reciprocamente.

GENOVA e Cadice.

Per ridurre delle piastre di cambio di Spagna in lire f.i b.o, moltiplicate le piastre per 14552, e dividete il prodotto pel cambio moltiplicato per 5, e reciprocamente.

Per ridurre delle pistole di cambio in lire f.i b.o, moltiplicate le pistole per 58208, e dividete il prodotto pel cambio moltiplicato per 5, e reciprocamente.

E per ridurre dei ducati di cambio in lire f.i b.o, moltiplicate i ducati per 8025, e dividete il prodotto pel cambio moltiplicato per 2, e reciprocamente.

GENOVA e Londra.

Per ridurre delle lire sterline in lire f.i b.o, moltiplicate le lire sterline pel cambio, e reciprocamente per ridurre delle lire f.i b.o in lire sterline, dividete le lire f.i b.o pel cambio.

GENOVA e Palermo.

Per ridurre delle onee di Sicilia in lire f.i b.o, moltiplicate le once pel cambio, e reciprocamente.

GENOVA e Parigi.

Per ridurre dei franchi in lire f.i b.o, moltiplicate i franchi per 115 e dividete il prodotto pel cambio, e reciprocamente.

LISBONA e Amsterdam.

Per ridurre dei fiorini d'Olanda in Cruzade, moltiplicate i fiorini per 40, e dividete il prodotto pel cambio e reciprocamente.

LISBONA con Cadice, Genova, Livorno, Napoli o Roma.

Per ridurre in cruzade delle pistole di cambio di Spagna, delle piastre di Genova o di Livorno, dei ducati di Napoli, o degli scudi romani, moltiplicate

pel cambio quella di queste monete che vorrete ridurre, e dividete il prodotto per 400.

LISBONA e Amborgo.

Per ridurre dei marchi lubs b.o in cruzade, moltiplicate i marchi per 32, e dividete il prodotto pel cambio, e reciprocamente.

LISBONA e Londra.

Per ridurre delle lire sterline in cruzade, moltiplicate le lire sterline per 600, e dividete il prodotto per lo cambio, e reciprocamente.

LISBONA e Palermo.

Per ridurre delle once di Sicilia in cruzade, moltiplicate le once per 600, e dividete il prodotto pel cambio ridotto in grani, e reciprocamente.

LISBONA e Parigi.

Per ridurre dei franchi in cruzade, moltiplicate i franchi pel cambio, e dividete il prodotto per 1200, e reciprocamente.

LIVORNO e Amsterdam.

Per ridurre dei fiorini d' Olanda in piastre di Livorno, moltiplicate i fiorini per 40, e dividete il prodotto per lo cambio, e reciprocamente.

LIVORNO
con Augusta, Cadice, Napoli e Pietroburgo.

Per ridurre in piastre di Livorno, dei fiorini correnti d'Augusta, delle piastre di cambio di Spagna, dei ducati di Napoli, o dei rubli di Russia, moltiplicate per 100 quella di queste monete che vorrete ridurre, e dividete il prodotto pel cambio, e reciprocamente.

Per ridurre delle pistole di cambio di Spagna in piastre di Livorno, moltiplicate le pistole per 400 e dividete il prodotto pel cambio, e reciprocamente.

E per ridurre dei ducati di cambio di Spagna in piastre di Livorno, moltiplicate i ducati per 37500. e dividete il prodotto pel cambio moltiplicato per 272, e reciprocamente.

LIVORNO e Genova.

Per ridurre delle lire fuori banco di Genova in piastre di Livorno, moltiplicate le lire per 20, e dividete il prodotto pel cambio e reciprocamente.

E per ridurre delle piastre di Genova in piastre di livorno, moltiplicate le piastre di Genova per 115, e dividete il prodotto pel cambio, e reciprocamente.

LIVORNO e Londra.

Per ridurre delle lire sterline in piastre di Livorno, moltiplicate le lire sterline per 240, e dividete il prodotto pel cambio, e reciprocamente.

LIVORNO e Palermo.

Per ridurre delle once di Sicilia in piastre di Livorno, moltiplicate le once per 600, e dividete il prodotto pel cambio ridotto in grani, e reciprocamente.

LIVORNO e Parigi.

Per ridurre dei franchi in piastre di Livorno, moltiplicate i franchi per 100, e dividete il prodotto pel cambio, e reciprocamente.

LONDRA e Amsterdam, o Vienna.

Per ridurre in lire sterline dei fiorini banco d'Olanda, o dei fiorini effettivi di Vienna, dividete i fiorini pel cambio, e reciprocamente per ridurre delle lire sterline in fiorini b.° d'Olanda, o in fiorini effettivi di Vienna, moltiplicate le lire sterline pel cambio.

LONDRA con Cadice, Genova, Livorno, o Napoli.

Per ridurre in lire sterline delle piastre di cambio di Spagna, o delle piastre di Genova o di Livorno,

o dei ducati di Napoli, moltiplicate pel cambio quella delle monete che dovrete ridurre, e dividete il prodotto per 240, e reciprocamente.

Per ridurre delle lire f.i b.o di Genova in lire sterline, moltiplicate le lire f.i b.o pel cambio, e dividete il prodotto per 1380, e reciprocamente.

Per ridurre delle pistole di cambio di Spagna in lire sterline, moltiplicate le pistole per lo cambio, e dividete il prodotto per 60, e reciprocamente.

E per ridurre dei ducati di cambio di Spagna in lire sterline, moltiplicate i ducati pel cambio, e per 25, e dividete il prodotto totale per 4352.

LONDRA e Amborgo.

Per ridurre dei marchi lubs b.o in lire sterline, moltiplicate i marchi per 8, e dividete il prodotto per tre volte il cambio, e reciprocamente.

LONDRA e Palermo.

Per ridurre delle once di Sicilia in lire sterline, moltiplicate le once per 30 e dividete il prodotto per lo cambio, e reciprocamente per ridurre delle lire sterline in once, moltiplicate le lire sterline pel cambio, e dividete il prodotto per 30.

LONDRA e Parigi.

Per ridurre dei franchi in lire sterline, dividete i franchi per lo cambio, e reciprocamente, per ridurre delle lire sterline in franchi, moltiplicate le lire sterline pel cambio.

MILANO colle piazze seguenti
Amsterdam, Amborgo, Augusta, Cadice, Livorno, Napoli, e Roma.

Per ridurre in lire correnti di Milano dei fiorini b.o di Amsterdam, de' marchi lubs d'Amborgo, dei fiorini correnti d'Augusta, delle piastre di cambio di Spagna, delle pezze d'otto di Livorno, dei ducati di

Napoli, degli scudi romani o dei fiorini correnti effettivi di Vienna, moltiplicate quella di queste monete che vorrete ridurre pel cambio e per 5, e dividete il prodotto totale per 87, e reciprocamente.

Per ridurre delle pistole di cambio di Spagna in lire correnti di Milano, moltiplicate le pistole pel cambio e per 20, e dividete il prodotto per 87, e reciprocamente.

MILANO e Genova.

Per ridurre delle piastre f.i b.° di Genova in lire correnti di Milano, moltiplicate le piastre pel cambio e per 115, e dividete il prodotto totale per 1392 e reciprocamente.

MILANO e Londra.

Per ridurre delle lire sterline in lire correnti di Milano, moltiplicate le lire sterline per lo cambio e per 100, e dividete il prodotto totale per 87, e reciprocamente.

MILANO e Parigi.

Per ridurre dei franchi in lire correnti di Milano, moltiplicate i franchi pel cambio e per 5, e dividete il prodotto totale per 261, e reciprocamente.

NAPOLI sopra Amsterdam, Amborgo, Ancona, Anversa, Augusta, Lisbona, Livorno, Londra, Parigi, Roma, Trieste, e Vienna.

Per ridurre le monete di cambio dei diversi paesi sopraddetti, in ducati di Napoli, moltiplicate le monete di cambio dei detti paesi pel loro cambio rispettivo, e dividete il prodotto per 100, e reciprocamente.

NAPOLI e Cadice.

Per ridurre delle pezze colonnate di Spagna in ducati di Napoli, moltiplicate le pezze colonnate pel cambio, e dividete il prodotto per 100, e reciprocamente.

Per ridurre delle pistole di cambio di Spagna in ducati di Napoli, moltiplicate le pistole pel cambio, e per 64, e dividete il prodotto totale per 2125, e reciprocamente.

E per ridurre delle piastre di cambio di Spagna in ducati di Napoli, moltiplicate le piastre pel cambio, e per 16, e dividete il prodotto per 2125, e reciprocamente.

NAPOLI e Parigi o Londra.

Per ridurre in ducati di Napoli dei franchi, o delle lire sterline, moltiplicate queste monete pel cambio, e dividete il prodotto per 100, e reciprocamente.

NAPOLI e Palermo.

Per ridurre delle once di Sicilia in ducati di Napoli, moltiplicate le once pel cambio, e dividete il prodotto per 40, e reciprocamente.

PALERMO con Augusta, Cadice, Lisbona, Livorno, Roma, Trieste, e Vienna.

Per ridurre in once di Sicilia dei fiorini di Augusta, di Trieste o di Vienna, delle piastre di cambio di Cadice, delle cruzade di Lisbona, delle pezze d'otto di Livorno, o degli scudi romani, moltiplicate le sopraddette monete per lo cambio ridotto in grani, e dividete il prodotto per 600, e reciprocamente.

Per ridurre delle pistole di cambio di Cadice in once di Sicilia, moltiplicate le pistole per lo cambio ridotto in grani, e dividete il prodotto per 150, e reciprocamente.

PALERMO

con Amsterdam, Amborgo, Genova o Parigi.

Per ridurre in once di Sicilia dei fiorini d'Amsterdam, dei Marchi lubs d'Amborgo, delle lire fuori banco di Genova, o dei franchi, moltiplicate queste monete per lo cambio, e dividete il prodotto per 600, e reciprocamente.

Per ridurre delle piastre f.i b.o di Genova in once di Sicilia, moltiplicate le piastre pel cambio e per 23, e dividete il prodotto totale per 2400, e reciprocamente.

PALERMO e Londra.

Per ridurre delle lire sterline in once di Sicilia, moltiplicate le lire sterline per lo cambio, e dividete il prodotto per 30, e reciprocamente.

PALERMO e Napoli.

Per ridurre dei ducati di Napoli in once di Sicilia, moltiplicate i ducati per 40, e dividete il prodotto pel cambio, e reciprocamente.

PARIGI e Amsterdam.

Per ridurre dei fiorini b.o d'Amsterdam in franchi, moltiplicate i fiorini d'Olanda per 120, e dividete il prodotto per lo cambio, e reciprocamente.

PARIGI e Lisbona.

Per ridurre delle crüzade di Portogallo in franchi, moltiplicate le cruzade per 1200, e dividete il prodotto per lo cambio, e reciprocamente.

PARIGI e Palermo.

Per ridurre delle once di Sicilia in franchi, moltiplicate le once per 600, e dividete il prodotto pel cambio, e reciprocamente.

PARIGI colle piazze seguenti,
Augusta, Genova, Livorno, Napoli, Roma e Vienna.

Per ridurre in franchi dei fiorini correnti d'Augusta o di Vienna, delle piastre di Genova o di Livorno, dei ducati di Napoli, e degli scudi romani, moltiplicate per lo cambio quella di queste monete che volete ridurre, e dividete il prodotto per 100, e reciprocamente.

Per ridurre delle lire f.i b.o di Genova in franchi,

moltiplicate le lire f.i b.o pel cambio, e dividete il prodotto per 575, e reciprocamente.

PARIGI e Cadice.

Per ridurre delle pistole di cambio di Spagna in franchi, moltiplicate le pistole pel cambio, e reciprocamente.

E per ridurre delle piastre di cambio in franchi, moltiplicate le piastre pel cambio, e dividete il prodotto per 4, e reciprocamente.

PARIGI e Londra.

Per ridurre delle lire sterline in franchi, moltiplicate le lire sterline per lo cambio, e reciprocamente.

PIETROBURGO e Amsterdam.

Per ridurre dei fiorini correnti d'Olanda in rubli, moltiplicate i fiorini per 20, e dividete il prodotto per lo cambio, e reciprocamente.

PIETROBURGO e Costantinopoli.

Per ridurre delle piastre di cambio di Costantinopoli in rubli, moltiplicate le piastre per 40, e dividete il prodotto per lo cambio, e reciprocamente.

PIETROBURGO e Amborgo.

Per ridurre dei marchi lubs. b.o d'Amborgo in rubli, moltiplicate i marchi per 16, e dividete il prodotto pel cambio, e reciprocamente.

PIETROBURGO e Londra.

Per ridurre delle lire sterline in rubli, moltiplicate le lire sterline per 240, e dividete il prodotto per lo cambio, e reciprocamente.

PIETROBURGO e Parigi.

Per ridurre dei franchi in rubli, moltiplicate i franchi per 100, e dividete il prodotto per lo cambio, e reciprocamente.

ROMA

con Amsterdam, Augusta, Livorno, e Vienna.

Per ridurre in iscudi romani dei fiorini d'Amsterdam, di Augusta, o di Vienna, o delle pezze d'otto di Livorno, moltiplicate pel cambio le monete di queste piazze, e dividete il prodotto per 100, e reciprocamente.

ROMA con Genova, e Parigi.

Per ridurre in iscudi romani delle lire f.i b.o di Genova, o dei franchi, moltiplicate per 20 queste monete, e dividete il prodotto pel cambio, e reciprocamente.

Per ridurre delle piastre f.i b.o di Genova in iscudi romani, moltiplicate le piastre per 115, e dividete il prodotto per lo cambio, e reciprocamente.

ROMA con Londra.

Per ridurre delle lire sterline in iscudi romani, moltiplicate le lire sterline per lo cambio, e dividete il prodotto per 10, e reciprocamente.

ROMA e Napoli.

Per ridurre dei ducati di Napoli in iscudi romani, moltiplicate i ducati per 100, e dividete il prodotto pel cambio, e reciprocamente.

TORINO colle piazze seguenti,

Amsterdam, Augusta, Livorno, Roma, e Vienna.

Per ridurre in lire di Piemonte dei fiorini b.o d'Amsterdam, dei fiorini corr.i d'Augusta, o di Vienna, delle pezze d'otto di Livorno, o degli scudi romani, moltiplicate pel cambio quella di queste monete che vorrete ridurre, e dividete il prodotto per 20, e reciprocamente.

TORINO e Londra.

Per ridurre delle lire sterline in lire di Piemonte, moltiplicate le lire sterline per lo cambio, e reciprocamente.

TORINO e Venezia.

Per ridurre delle lire correnti di Venezia in lire di Piemonte, moltiplicate le lire correnti di Venezia pel cambio, e dividete il prodotto per 124, e reciprocamente.

TRIESTE
con Amsterdam, Amborgo, Genova, e Parigi.

Per ridurre in fiorini di Trieste dei fiorini corr.i di Amsterdam, o dei marchi lubs b.° d' Amborgo o delle lire f.i b.° di Genova, o dei franchi, moltiplicate per lo cambio quella di queste monete che vorrete ridurre, e dividete il prodotto per 60, e reciprocamente.

E per ridurre delle piastre f.i b.° di Genova in fiorini di Trieste, moltiplicate le piastre pel cambio e per 23, e dividete il prodotto totale per 240, e reciprocamente.

TRIESTE con Augusta, Costantinopoli, o Smirne.

Per ridurre in fiorini di Trieste dei fiorini corr.i d' Augusta, o delle piastre di Costantinopoli o di Smirne, moltiplicate i fiorini d' Augusta, o le piastre di Costantinopoli o di Smirne per lo cambio, e dividete il prodotto per 100, e reciprocamente.

TRIESTE con Livorno, Londra, Napoli, o Palermo.

Per ridurre in fiorini di Trieste delle piastre di Livorno, delle lire sterline, dei ducati di Napoli, o delle once di Sicilia, moltiplicate per lo cambio quella di queste monete che vorrete ridurre, e reciprocamente.

TRIESTE e Lisbona.

Per ridurre delle cruzade di Lisbona in fiorini di Trieste, moltiplicate le cruzade per lo cambio e per 2, e dividete il prodotto totale per 5.

VENEZIA colle piazze seguenti,
Amsterdam, Amborgo, Costantinopoli, Genova, Livorno, Napoli e Roma.

Per ridurre in lire correnti italiane di Venezia dei fiorini b.° d' Amsterdam, o dei marchi lubs b.° d'Amborgo, o delle piastre di Costantinopoli, e delle lire f.i b.° di Genova, o delle pezze d' otto di Livorno, o dei ducati di Napoli, o degli scudi romani, moltiplicate pel cambio quella di queste monete che volete ridurre, e dividete il prodotto per 87, e reciprocamente.

E per ridurre delle piastre f.i b.° di Genova in lire corr.i italiane di Venezia, moltiplicate le piastre pel cambio e per 20, e dividete il prodotto totale per 348, e reciprocamente.

VENEZIA e Londra.

Per ridurre delle lire sterline in lire correnti di Venezia, moltiplicate le lire sterline per lo cambio, e reciprocamente.

VENEZIA e Vienna.

Per ridurre dei fiorini effettivi di Vienna in lire correnti di Venezia, moltiplicate i fiorini per lo cambio, e dividete il prodotto per 100, e reciprocamente.

VIENNA e Amsterdam.

Per ridurre dei fiorini b.° d' Olanda in fiorini effettivi di Vienna, moltiplicate i fiorini d' Olanda pel cambio, e per 3; e dividete il prodotto totale per 500, e reciprocamente.

VIENNA e Amborgo.

Per ridurre dei marchi lubs d'Amborgo in fiorini effettivi di Vienna, moltiplicate i marchi pel cambio, e dividete il prodotto per 200, e reciprocamente.

VIENNA e Genova.

Per ridurre delle lire f.i b.o di Genova in fiorini effettivi di Vienna, moltiplicate le lire f.i b.o per 20, e dividete il prodotto per lo cambio, e reciprocamente.

E per ridurre delle piastre f.i b.o di Genova in fiorini effettivi di Vienna, moltiplicate le piastre per 115, e dividete il prodotto pel cambio, e reciprocamente.

VIENNA e Livorno.

Per ridurre delle piastre di Livorno in fiorini effettivi di Vienna, moltiplicate le piastre per 115, e dividete il prodotto per lo cambio, e reciprocamente.

VIENNA e Londra.

Per ridurre delle lire sterline in fiorini effettivi di Vienna, dividete le lire sterline pel cambio, e reciprocamente.

VIENNA e Napoli.

Per ridurre dei ducati di Napoli in fiorini effettivi di Vienna, moltiplicate i ducati pel cambio ridotto in creutzer, e dividete il prodotto per 60, e reciprocamente.

VIENNA e Parigi.

Per ridurre dei franchi in fiorini effettivi di Vienna, moltiplicate i franchi pel cambio, e dividete il prodotto per 300, e reciprocamente.

STATI UNITI DELL' AMERICA
con Amsterdam o Amborgo.

Per ridurre in dollari d' America dei fiorini d' Amsterdam, o dei marchi lubs d' Amborgo, moltiplicate i fiorini od i marchi pel cambio, e dividete il prodotto per 100, e reciprocamente.

STATI UNITI DELL' AMERICA con Londra.

Per ridurre delle lire sterline in dollari, moltiplicate le lire sterline pel cambio, e reciprocamente.

STATI UNITI DELL' AMERICA con Parigi.

Per ridurre dei franchi in dollari, moltiplicate i franchi pel cambio, e dividete il prodotto per 500, e reciprocamente.

DELLE USANZE

e dei giorni di grazia.

AMSTERDAM.

Sopra Amsterdam, l' Usanza delle cambiali tratte da Francia, o d' Inghilterra è di 30 giorni di data.
d' Italia, Spagna, e Portogallo di 60 giorni.
da Dantzick di 40 giorni, da Konigsberg di 41.
da Francfort sul Meno, Vienna, Augusta, ed altre piazze di Germania di 14 giorni.
L' uso accorda 6 giorni di grazia, ma la legge non ne accorda che 4.

ANVERSA, Brusselles, Gand ec.

Sopra queste piazze, l' usanza, ed i giorni di grazia sono gli stessi di Amsterdam.

AUGUSTA.

Sopra Augusta l' usanza delle cambiali è di 15 giorni di vista, dopo l' accettazione.

Le cambiali ad una usanza debbono essere accettate alla loro presentazione; ma l' accettazione non ha luogo che 15 giorni prima della scadenza per quelle a più usanze, e a tanti giorni data.

Tutte le cambiali, si pagano con *giramenti* o in *compensazioni*, le quali si fanno il martedì di ciascuna settimana: il giorno susseguente si pagano in contanti, o con *obbligazioni* le partite che non han potuto essere compensate.

Non evvi che un giorno di grazia per le cambiali che scadono nel giorno di martedì; e ve ne sono otto per quelle che scadono il mercoledì.

AMBORGO.

Sopra questa piazza l' usanza è d' un mese.

Sonovi 12 giorni di grazia, compresevi le domeniche e le feste; le cambiali devono essere pagate, o protestate il giorno precedente.

BASILEA.

Ordinariamente le cambiali sopra Basilea sono a tanti giorni di vista, o di data; non vi è alcun giorno di grazia.

BARCELLONA.

L' usanza sopra Barcellona è di 60 giorni di data.

BERGAMO.

L' usanza è di 20 giorni di data per le cambiali tratte da Milano, o da Vienna sopra Bergamo.

Per quelle tratte da Zurich, essa è di 15 giorni dopo l' accettazione. Non vi è alcun giorno di grazia.

BERLINO.

Sopra questa piazza l' usanza delle cambiali è di 14 giorni di vista. Sonovi tre giorni di grazia.

BOLOGNA.

Sopra Bologna l' usanza delle cambiali è di 8 giorni di vista dopo l' accettazione; vi è un sol giorno di grazia.

BRESLAVIA.

Sopra questa piazza, l' usanza delle cambiali è di 14 giorni dopo l' accettazione.

Sonovi 6 giorni di grazia per le cambiali ad usanza; ma ve n' è uno solo per quelle pagabili a vista, od a corti giorni.

CADICE.

Sopra Cadice, l' usanza delle cambiali tratte dall' estero è di 60 giorni. Sonovi 6 giorni di grazia.

COLOGNA.

Sopra questa piazza, l' usanza è di 14 giorni dopo l' accettazione.

Le cambiali tratte ad usanza godono 6 giorni di grazia; ma quelle a vista, a più giorni di vista, ed a corti giorni, devono esser pagate 24 ore dopo la scadenza.

COPENAGHEN.

L' usanza di questa piazza è di 60 giorni. Sonovi 8 giorni di grazia per le cambiali tratte ad usanza, ma non ve n' è per quelle tratte a vista. Per ordinario le cambiali sopra questa piazza sono a giorni fissati.

DANTZICK.

Sopra questa piazza l'usanza è di 14 giorni, compresevi le domeniche e le feste, dopo l'accettazione.

Sonovi dieci giorni di grazia per le cambiali ad una o più usanze; ma se il decimo giorno sarà una domenica, o un giorno di festa, le cambiali dovranno esser pagate il giorno precedente.

Le cambiali al dì sotto di 14 giorni, non godono che 3 giorni di grazia; quelle a vista devono esser pagate 24 ore dopo la presentazione.

FIRENZE.

Sopra questa piazza, l'usanza per le cambiali tratte da Venezia o da Roma, è di 15 giorni di vista, compresovi quello dell'accettazione; e di 8 giorni di vista, compresovi pure quello dell'accettazione, per quelle tratte da Bologna.

FRANCFORT sul Meno.

Sopra questa piazza, l'usanza delle cambiali è di 14 giorni di vista, compresovi quello dell'accettazione.

Sonovi quattro giorni di grazia per le cambiali a usanza, e a più giorni di vista; esse debbono esser pagate, o protestate il quarto giorno, prima delle ore due pomeridiane.

Le cambiali a vista non godono alcun giorno di grazia.

GENOVA.

Sopra questa piazza, l'usanza per le cambiali tratte da Londra e Lisbona è di 3 mesi data.

Per quelle tratte da Amsterdam, da Cadice, da Madrid, di 2 mesi data.

Per quelle tratte da Francia, di 30 giorni data.

Per quelle da Roma o Venezia, di 15 giorni vista.

Per quelle da Napoli, 22 giorni vista.

Per quelle da Livorno, o Milano 8 giorni vista.

Sonovi 3 giorni di grazia, ma il latore ha il dritto di far la protesta sin dal primo giorno della domanda, così per l'accettazione, come pel pagamento.

Per ordinario i negozianti fanno la protesta in difetto di pagamento, nella settimana che siegue la scadenza.

GINEVRA.

L' usanza delle cambiali sopra Ginevra è di 30 giorni, compresovi quello della data.

Sonovi 5 giorni di grazia dopo la scadenza, non compresavi la domenica.

KONIGSBERG.

L' usanza sopra questa piazza è di 14 giorni dopo l'accettazione, compresevi le domeniche e le feste.

Sonovi 6 giorni di grazia dopo la scadenza.

LIPSIA.

Sopra questa piazza, l' usanza è di 14 giorni di vista: le cambiali devono esser pagate il decimo quinto giorno, non essendovi alcun giorno di grazia.

LISBONA.

Sopra questa piazza, l' usanza per le cambiali tratte da Francia, è di 60 giorni data.

Per quelle d' Amsterdam, di 2 mesi data.

Per quelle d' Italia, di 3 mesi data.

Per quelle da Londra, di 3 giorni vista.

Per quelle da Spagna, di 15 giorni vista.

Non vi è alcun giorno di grazia per le cambiali non accettate, ma quelle che lo sono, godono 6 giorni di grazia.

LIVORNO.

Sopra questa piazza, l' usanza delle cambiali è come siegue.

per Londra, o Lisbona, di 3 mesi data.

per Amsterdam, Amborgo, Spagna, di 2 mesi data.

per la Francia di 30 giorni data.
per Napoli, Venezia, Bergamo, di 20 giorni data.
per Palermo, Messina, d' un mese vista, o di 2 mesi data.
per Roma, di 10 giorni vista, o 15 giorni data.
per Genova, Milano, la Svizzera, 8 giorni vista.

LONDRA.

Sopra questa piazza, l' usanza delle cambiali è cioè,
per l' Italia di 3 mesi.
per la Spagna, e il Portogallo di 2 mesi.
per la Francia, l' Olanda, e la Germania di 30 giorni, non compresovi quello della data.

Le cambiali a vista devono esser pagate, o protestate il giorno della loro presentazione; quelle a parecchi giorni vista, a giorno fisso, o a una o più usanze devono esser pagate, o protestate il terzo giorno dopo la scadenza.

MADRID.

Sopra questa piazza, l' usanza è come siegue:
per Roma di 3 mesi data.
per Amsterdam di 2 mesi data.
per Francia, Londra, e Genova, di 60 giorni data.
dall' interno della Spagna di 8 giorni vista.

Le cambiali tratte da Francia, Amsterdam, Londra, o Genova devono esser pagate il decimo giorno della loro scadenza.

Quelle da Roma, il giorno della loro scadenza.

Sonovi 8 giorni di grazia per quelle di Cadice, Alicante, Valenza, Barcellona, e Seviglia.

Ve ne sono 19 per quelle di Bilbao.

Le cambiali non accettate devono esser pagate, o protestate il giorno della loro scadenza; quelle a vista il giorno della lora presentazione.

MILANO.

Sopra questa piazza l' usanza delle cambiali è la seguente:

d' Amsterdam, di 2 mesi dopo la data.

da Venezia di 20 giorni dopo la data.

da Augusta, e da Livorno di 15 giorni dopo l' accettazione.

da Genova, 8 giorni dopo l' accettazione.

Non vi sono compresi i giorni dell' accettazione e della scadenza, e non vi è fissato alcun giorno di grazia.

NAPOLI.

L' usanza delle cambiali sopra questa piazza è di 15 giorni di vista.

Sonovi due giorni di grazia franchi dopo la scadenza; il terzo giorno, le cambiali devono esser pagate, o protestate.

PALERMO e Messina.

Sopra queste piazze, l' usanza delle cambiali è di 20 giorni, compresovi quello dell' accettazione; esse devono esser pagate il giorno 21, o protestate il dì seguente.

Non vi è alcun giorno di grazia per le cambiali a giorno fisso, nè per quelle a vista.

PARIGI.

Sopra tutte le piazze della Francia; l' usanza delle cambiali è di 30 giorni, non compresovi quello della data.

Le cambiali si traggono a uno o più giorni vista, a giorno fisso, a usanza, a due usanze, e a più usanze.

Sin dal primo Gennajo 1808, i giorni di grazia sono stati aboliti in Francia, ed ogni cambiale deve esser pagata il giorno stesso della scadenza.

REGOLAMENTO per le accettazioni, usanze, ec. tradotto dal codice di commercio di Francia.

Articolo del codice 125. Una cambiale deve essere accettata alla sua presentazione, o al più tardi nelle 24 ore della sua presentazione. Il rifiuto d'accettazione vien costato con un atto chiamato *protesta per mancanza d'accettazione.*

130. La cambiale a vista è pagabile alla sua presentazione.

131. La scadenza d'una cambiale a uno o più giorni, a uno o più mesi, a una o più usanze, vien fissata dalla data dell'accettazione, o da quella del protesto in mancanza d'accettazione.

132. L'usanza è di 30 giorni, che corrono dal giorno che siegue la data della cambiale.

I mesi sono tali e quali vengono fissati nel calendario gregoriano.

133. Una cambiale pagabile in fiera, è pagabile nel giorno fissato per lo chiudimento della fiera, o nel giorno stesso della fiera, se la medesima non dura che un giorno.

134. Se il giorno della scadenza d'una cambiale è un giorno di festa legale, essa è pagabile il giorno precedente.

135. Tutte le dilazioni di grazia, di favore, d'uso, o di consuetudini locali, per lo pagamento delle cambiali, sono abrogate.

160. Il latore d'una cambiale tratta dal continente, o dalle isole dell'Europa, e pagabile nelle possessioni europee della Francia, sia a vista, o a uno o più giorni vista, a uno o più mesi, a una o più usanze, deve esiggerne il pagamento, o l'accettazione nei sei mesi della sua data, sotto la pena di perdere il dritto di ricorrere contro dei giratarj, o pure contro il traente, se questo farà provvista.

Questa dilazione è di 8 mesi per le cambiali tratte dalle scale del Levante, e dalle coste settentrionali dell'Affrica, sopra le possessioni europee della Fran-

cia; e reciprocamente dal continente, o dalle isole dell' Europa, sopra gli stabilimenti francesi nelle scale del Levante, e nelle coste settentrionali dell' Affrica.

Questa dilazione sarà d' un anno per le cambiali tratte dalle coste occidentali dell' Affrica sino a tutto il capo di Buona Speranza.

Essa è pure d' un anno per quelle tratte dal continente, e dalle isole delle Indie occidentali, sopra le possessioni europee della Francia; e reciprocamente dal continente, e dalle isole dell' Europa sopra le possessioni francesi, o sopra gli stabilimenti francesi, nelle coste occidentali dell' affrica, nel continente, e nelle isole delle Indie occidentali.

La dilazione è di due anni per le cambiali tratte dal continente, e dalle isole delle Indie orientali, sopra le possessioni europee della Francia; e reciprocamente dal continente, e dalle isole dell' Europa sopra le possessioni francesi, o gli stabilimenti francesi, nel continente, e nelle isole delle Indie orientali.

La stessa pena avrà luogo contro il latore d' una cambiale a vista, a uno o più giorni, a uno o più mesi, a una o più usanze di vista, tratta dalla Francia, dalle possessioni francesi, o dagli stabilimenti francesi, e pagabile nei paesi esteri, il quale non ne esigerà il pagamento, o l' accettazione nelle dilazioni sopra prescritte, per ciascuna delle distanze rispettive.

Le sopraccennate dilazioni di otto mesi, d' un anno, o di due anni, saranno raddoppiate, nel caso di guerra marittima.

Le soprammentovate disposizioni non pregiudicheranno però alle stipolazioni contrarie, che potrebbero aver luogo tra il rimettente, il traente, ed i giratarj.

161. Il latore d' una cambiale, deve esiggerne il pagamento, il giorno della sua scadenza.

162. Il rifiuto di pagamento deve essere costato, il giorno che siegue quello della scadenza, con un atto chiamato *protesta per difetto di pagamento*. Se questo giorno sarà un giorno di festa legale, la protesta sarà fatta il giorno susseguente.

163. Il latore non è dispensato dalla protesta in difetto di pagamento, nè dalla protesta per difetto d'accettazione, nè dalla morte, o dal fallimento di colui sopra il quale la cambiale è tratta.

Nel caso di fallimento dell' accettante, prima della scadenza, il latore d'una cambiale potrà far protestare, ed esercitare il suo ricorso.

166. Protestate essendo le cambiali tratte dalla Francia, e pagabili fuori il territorio continentale della Francia, in Europa; è traenti, ed i giratarj, residenti in Francia, saranno perseguitati nelle dilazioni quì appresso.

Di due mesi per quelle pagabili in Corsica, nell'isola d'Elba, o di Capraja. in Inghilterra, e negli stati limitrofi della Francia.

Di quattro mesi per quelle pagabili negli altri stati dell' Europa.

Di sei mesi per quelle pagabili nelle scale del Levante, e sulle coste settentrionali dell' affrica.

D' un anno per quelle pagabili nelle coste occidentali dell' Affrica, sin tutto il Capo di buona Speranza, e nelle Indie occidentali.

Di due anni per quelle pagabili nelle Indie orientali.

Queste dilazioni saranno osservate colle medesime proporzioni, per lo ricorso da esercitarsi contro i traenti, e giratarj residenti nelle possessioni francesi situate fuori d' Europa.

Le dilazioni sopraccennate di 6 mesi, d'un anno, di due anni, saranno raddoppiate in tempo di guerra marittima.

PIETROBURGO.

L' usanza delle cambiali sopra Pietroburgo è di 30 giorni, senza alcun giorno di grazia.

Vi si data ancora secondo il calendario Giuliano, la cui differenza col Gregoriano è di 11 giorni per gli anni ordinarj, e di 12 per gli anni bisestili; che

è quanto a dire, il primo del mese Giuliano corrisponde agli 11, o a' 12 del mese Gregoriano.

ROMA.

L' usanza delle cambiali tratte dai paesi esteri, sopra questa piazza, è di tre settimane dopo l' accettazione; la medesima non è che di due settimane per quelle tratte dalle città dipendenti dal Papa.

SAN-GALL.

Sopra questa piazza, l' usanza delle cambiali è di 15 giorni di vista, compresevi le domeniche e le feste, a contare dal giorno della presentazione, sino al decimo quinto giorno; le cambiali godono in oltre 3 giorni di grazia dopo la loro scadenza, a contare dal giorno dopo il decimo quinto, sino al decimo ottavo, giorno in cui si deve fare la protesta.

Sonovi due giorni di grazia soltanto, dopo l' accettazione, per le cambiali a vista.

STOCKOLM.

Le cambiali sopra questa piazza sono tratte a giorni fissi: sei giorni dopo la loro scadenza, devono esser pagate o protestate.

TORINO.

L' usanza sopra questa piazza è come siegue. cioè:

da Londra di 3 mesi data,

da Amsterdam di 2 mesi data.

da Parigi, e dalla Francia d' un meso data.

da Vienna, Augusta, ed altre piazze della Germania, di 15 giorni vista.

da Venezia, Firenze, Livorno, e Roma di 10 giorni vista.

da Genova, Ginevra, e Milano, di 8 giorni vista.

Il giorno della data è contato come un giorno della scadenza.

È in diritto il latore d' accordare cinque giorni di

grazia, o di fare protestare il giorno stesso della scadenza.

VALENZA.

Le cambiali tratte dall' estero sopra questa piazza godono 14 giorni di grazia; quelle tratte dalle piazze della Spagna ne godono 8 soltanto.

VENEZIA.

L' usanza delle cambiali sopra questa piazza è come siegue.

d' Amsterdam	di due mesi data	da Napoli	di 15 giorni dopo l'accettazione
d' Anversa		da Palermo	
d' Amborgo		da Genova	
da Cadice		d' Augusta	
da Parigi		da Vienna	

da Londra di 3 mesi data.
da Milano di 20 giorni data.
da Roma di 10 giorni data.

Sonovi 6 giorni di grazia dopo la scadenza delle cambiali, che devono essere di banco aperto, non compresevi le domeniche e le feste.

VIENNA.

L' usanza sopra questa piazza è di 14 giorni dopo l' accettazione.

Le cambiali a mezza usanza, a una o più usanze, a tante settimane data; quelle pagabili alla metà o alla fine del mese; quelle a 8 giorni, godono 3 giorni di grazia, i quali cominciano il dì che siegue la scadenza; ma quelle pagabili a vista, o infra 8 giorni di vista, o a giorno fisso, non godono alcun giorno di grazia.

Dell' Arbitrato.

Per arbitrato s' intendono i calcoli che si fanno per conoscere se vi è vantaggio a trarre, od a rimettere direttamente, o a far passare il fondo per una o più piazze intermedie: per ordinario si prende soltanto una piazza intermedia.

Per esempio, Tizio di Palermo si ritrova debitore ad un Negoziante di Londra nella somma di 350 lire sterline; l'operazione consiste nel cercare se vi è vantaggio a fornire una cambiale tratta direttamente sopra Londra, o a fornirne una sopra Parigi, o sopra Amsterdam, o sopra Cadice, o sopra un' altra piazza qualunque. A tal uopo, bisogna aver sotto occhio i diversi listini di cambio, e tentare tutte le piazze per conoscere quella che offre maggior vantaggio.

La regola congiunta è quella che si adopera per fare questi calcoli.

Per ben disporre i termini della regola congiunta, bisogna che il primo antecedente parziale, ossia il primo termine, sia sempre omogeneo alla moneta che si vuole ridurre, e l' ultimo conseguente parziale omogeneo alla moneta che si cerca. Gli antecedenti, ed i conseguenti intermedj devono concatenarsi, passando per la piazza intermedia, o per le piazze intermedie; in modo che ogni antecedente parziale sia eguale in valore al suo conseguente, e omogeneo al conseguente che immediatamente lo precede. L' ultimo termine che deve essere omogeneo all' ultimo conseguente parziale, sarà la somma che si vuol ridurre.

Le operazioni seguenti basteranno a far conoscere la posizione di tutte le regole congiunte e dell' arbitrato.

PRIMO ESEMPIO

Pietro di Palermo ritrovasi debitore ad un Negoziante di Londra in 350 lire sterline. Egli vuol pagare, rimettendo al suo creditore una cambiale della sopraddetta somma; ma desidera sapere qual dei seguenti modi gli sia più vantaggioso, cioè, o di pagare direttamente, il cambio tra Palermo e Londra essendo a 55. 3/4.

O di mandare una cambiale sopra Parigi, il cambio di Palermo con Parigi essendo a 47,[1] e quello di Parigi con Londra a 24.

O di rimettere una cambiale sopra Genova, il cui cambio con Palermo è a 37, e quello di Genova con Londra a 31.

O di far rimessa sopra Cadice, il cui cambio con Palermo e a 8. 3/4, e quello di Cadice con Londra a 36.

Operazione diretta.

Moltiplicate le lire sterline per lo cambio, e dividete il prodotto per 30.

```
      350 Lire sterline
× tt.  55. 3/4
  ———————————
     1750
    1750.
      175
       87 . 10
  ———————————
tt. 1951,2 . 10
  ———————————
Onz  650 . 12 . 10. Risposta.
  ———————————
```

Per via di Parigi.

1 lira sterlina . . . 24 franchi
1 franco . . . . . 47 grani siciliani
600 gr. siciliani . . . 1 oncia
quante once per. . . 350 lire sterline ?

Moltiplicate il cambio di Londra e Parigi per quello di Parigi e Palermo; per questo prodotto moltiplicate le lire sterline, e dividete il prodotto totale per 600 (arit. n.° 65).

```
      47
   ×  24
   ------
     188
     94.
   ------
    1128
   ×  350
   ------
    56400
    3384..
   -------
    394800
   -------
tt.  1976,0
   -------
On7  658. Risposta
```

Per via di Genova.

1 lira sterlina . 31 lire f.i b.° di Genova
1 lira f.i b.° . 37 grani siciliani
600 gr. siciliani . 1 oncia
quante once per 350 lire sterline ?

Moltiplicate il cambio tra Londra e Genova per quello tra Genova e Palermo; moltiplicate questo prodotto per le lire sterline, e dividete il prodotto totale per 600 (arit. n.° 65).

```
       37
   ×   31
   ------
       37
     111.
   ------
     1147
   ×  350
  -------
    57350
    3441..
  -------
   40145,0
  --------
 tt. 2007,2.10
  --------
Onz  669.2.10 Risposta.
```

Per via di Cadice.

1 lira sterlina . . .	240 den. sterlini
37 den. sterlini . . .	1 piastra di cambio
1 piastra di cambio. .	8. 3/4 tarì siciliani
30 tarì siciliani . . .	1 oncia
quante once per . .	350 lire sterline?

Moltiplicate il cambio tra Palermo e Cadice per 240 e questo prodotto pel numero delle lire sterline, e si avrà il dividendo. Il divisore sarà formato dal cambio di Londra con Cadice moltiplicato per 30.

Questa operazione si può abbreviare, riducendone i termini nel modo seguente: nel 30 antecedente parziale, che si cancellerà, troncate lo zero, e prendete il terzo di 3, resterà 1 che si scriverà al lato. Nel 240 conseguente parziale, troncate similmente lo zero, e dividete 24 per 3, il quoziente 8 si scriverà al lato di 240, che si cancellerà; resterà dunque per moltiplicatore il prodotto di 8 × 8. 3/4, e per divisore il solo 37.

```
   350
×    8
 -----
  2800
×    8. 3/4
 -------
 22400
  1400
   700
 -----
 24500 )      37
   230 }  ---------
   .80 )  On7 662 . 4 . 17 . 11/17
    .6
×   30
 -----
   180
    32
×   20
 -----
   640
   270
    11
```

Per pagare 350 lire sterline, si dovrà pagare in

Palermo, direttamente.	On7 650	. 12	. 10
per via di Parigi	658	. 0	. 0
per via di Genova	669	. 2	. 10
per via di Cadice	662	. 4	. 17. 11/37

D'onde si conchiude che volendo rimettere, la via diretta è la più vantaggiosa, giacchè si dovrà pagare soltanto On7 650 . 12 . 10; ma volendo trarre, la via di Genova sarebbe la più lucrosa, poichè si riceverebbe On7 669 . 2 . 10.

ALTRO ESEMPIO

Un Negoziante di Parigi dovendo ad un Negoziante di Palermo 3640 franchi, gli manda il corso dei

Cambj della sua piazza. offrendo al medesimo di mandargli a di lui scelta una rimessa, o direttamente sopra Palermo, o sopra Cadice, Londra, Genova, o Napoli; si vuol sopra quale di queste piazze sia la più vantaggiosa al negoziante Palermitano.

Operazione. per via diretta.

Il cambio tra Parigi e Palermo, essendo a 47, si moltiplicheranno i 3640 franchi pel cambio 47, e il prodotto darà 171080 grani siciliani, che ridotti in once, produrranno On7 285. 4.

Per via di Cadice.

Il cambio di Parigi e Cadice essendo a 15, e quello tra Cadice e Palermo a 8. 3/4, si dirà.

15 franchi fanno . . 1 pistola di cambio,
1 pistola di cambio vale 4 piastre di cambio,
1 piastra di cambio vale 8. 3/4 tarì di Sicilia,
30 tarì fanno . . . 1 oncia,
quante once per . 3640 franchi?

Moltiplicando i franchi pel cambio tra Palermo e Cadice, ed il prodotto per 4. si avrà per dividendo 127400; e per divisore il cambio di Parigi e Cadice moltiplicato per 30 = 450: l'operazione darà On7 283. 3. 6 per risposta.

Per via di Londra.

Il cambio tra Parigi e Londra essendo a 24, e quello tra Londra e Palermo a 58, si dirà.

24 franchi fanno. . . 1 lira sterlina,
1 lira sterlina vale. . 58 tarì siciliani,
30 tarì fanno. . . . 1 oncia,
quante once per . 3640 franchi?

Moltiplicando i franchi per lo cambio di Palermo e Londra, si avrà per dividendo 211120, e per divisore il cambio tra Parigi e Londra moltiplicato per

30 = 720; l' operazione darà al quoziente On7 293. 6. 13 per risposta.

Per via di Genova.

Il cambio tra Parigi e Genova essendo a 475, e quello tra Genova e Palermo a 37, si dirà:

1 franco vale . . .	100 centesimi,
475 centesimi fanno .	115 soldi f.i b.o
20 soldi f.i b.o fanno.	1 lira f.i b.o
1 lira f.i b.o vale. .	37 grani siciliani
600 grani siciliani fanno	1 oncia
quante once per . .	3640 franchi?

Per abbreviare questa operazione, si osservi che 600 antecedente, e 100 consequente han ciascuno due zeri, troncati i quali resterà 6 e 1; che dividendo 475 antecedente, e 115 consequente per 5, si avrà in vece 95 e 23; e che troncando finalmente lo zero al 20 antecedente ed a 3640 ultimo termine, e dividendo il resto per 2, si avrà 1 e 182.

La regola congiunta sarà dunque ridotta così:

1	1
95 . . .	23
1	1
1	37
6 . . .	182

in cui moltiplicando 182 per 37, si avrà 6734, il quale moltiplicato per 23 darà 154882 per dividendo. Il divisore sarà il prodotto di 95 moltiplicato per 6= 570; e facendo la divisione, il quoziente darà per risposta On7 289. 8.

Per via di Napoli.

Il cambio di Parigi e Napoli essendo a 440, e quello di Napoli e Palermo a 121, si dirà:

1 franco vale . . .	100 centesimi,
440 centesimi fanno .	1 ducato regno,
121 ducati fanno. . .	40 once
quante once per .	3640 franchi?

Divisi 440 antecedente, e 40 consequente per 4,

e troncato loro lo zero, si avrà in vece 11 e 1. Il dividendo sarà dunque 3640 × 100 = 364000.

Il divisore sarà 121 × 11 = 1331; e facendo la divisione, il quoziente darà per risposta On7 273.14.7.

Riassunto.

3640 franchi produr.°, direttamente On7	283.	4.	0
per via di Cadice . . .	283.	3.	6
per via di Londra . . .	293.	6.	13
per via di Genova . . .	289.	8.	0
per via di Napoli . . .	273.	14.	7

d'onde si conchiude che meglio convenga al negoziante palermitano dar ordine al negoziante francese di fargli la rimessa dei 3640 franchi per via di Londra, poichè per tal via egli riceverà On7 293.6.13.

Se al contrario si dovesse rimettere da Palermo sopra Parigi, per pagare la sopraddetta somma, converrebbe far ciò per la via di Napoli, perchè in tal caso il negoziante palermitano dovrebbe pagare soltanto On7 273.14.7.

Vi sarebbe da fare un' altra operazione; ed è la seguente:

Nell' esempio precedente in cui trattasi di rimettere 3640 franchi da Parigi in Palermo; avendo osservato nel riassunto dell' arbitrato, che la via di Londra è la più vantaggiosa; ma che nel medesimo tempo, la via di Genova offre pure un guadagno, si potrebbe ordinare al Negoziante francese di rimettere sopra Londra, al corrispondente di Londra di rimettere sopra Genova, e finalmente al corrispondente di quest' ultima di rimettere sopra Palermo.

Veggiamo prima con una sola operazione, qual somma si riceverà in Palermo; poscia il valore delle due cambiali intermedie, cioè quella sopra Londra, e l'altra sopra Genova, il cambio tra Londra e Genova essendo a 43.

Prima operazione

24	franchi fanno . .	1	lira sterlina
1	lira sterlina vale .	240	denari sterlini
43	denari sterlini fanno	115	soldi f.i b.°
20	soldi f.i b.° fanno.	1	lira f.i b.°
1	lira f.i b.° . . .	37	grani siciliani
600	grani siciliani fanno	1	oncia
quante	once per .	3640	franchi?

Cancellando 240 consequente ; e negli antecedenti 24, e lo zero di 20, ne risulterà che il dividendo sarà formato da 3640 franchi moltiplicati per 115 e per 37 ; e il divisore sarà il prodotto di 600 moltiplicato per 43, e per 2.

```
     3640
×     115
---------
    18200
    3640.
    3640..
---------
   418600          43
×      37     ×   600
---------     -------
  2930200       25800
 12558000     ×     2
---------     -------
154882,00  }   516,00
    00082  { ----------
×      30  } On7 300 . 4 . 15.
---------
     2460
      396
×      20
---------
     7920
     2760
      180
```

Per trovare quante lire sterline saranno prodotte da 3640 franchi, al cambio di 24; dividete i franchi per lo cambio: il quoziente darà L.st. 151 . 13 . 4.

Per ridurre L.st. 151 . 13 . 4 in lire f.[i] b.° di Genova, si farà la seguente regola congiunta.

1 L.st. vale . . .	240 denari sterlini
43 denari sterlini fanno	115 soldi f.[i] b.°
20 soldi f.[i] b.° fanno .	1 lira f.[i] b.°
quante lire f.[i] b.° per L.st.	151 . 13 . 4 ?

Nella quale cancellando il 20 antecedente, lo zero del consequente 240, e dividendo 24 per 2, ne risulterà, che si dovranno moltiplicare le lire sterline per lo prodotto di 115 × 12, per avere il dividendo, il cui divisore sarà 43; ed il quoziente darà lire f.[i] b.° 4867 . 8 . 10 di Genova.

```
          115
       ×.  12
       ------
         1380
       ×  151 . 13 . 4.
       ------------
         1380
        6900.
       1380..
10 s. . . . . 690
 2 . . . . .  138
 1 . . . . .   69
 4 d. . . . .  23
       ------
       209300
```

209300 | 43
374 | L. f.i b.o 4867 . 8 . 10.
290
320
19
20

380
36
12

432
02

Finalmente per ridurre in once, L. f.i b.o 4867 . 8 . 10 di Genova, si farà la regola congiunta seguente:

1 lira f.i b.o vale . 37 grani siciliani
600 grani siciliani fanno 1 oncia
quante once per L. f.i b.o 4867 . 8 . 10?

Per fare questa operazione, moltiplicate le lire f.i b.o di Genova per lo cambio 37, il prodotto darà 180100 grani siciliani, i quali ridotti in once (arit.65), ne risulterà On7 300 . 5.

La differenza dei 5 grani proviene dalle frazioni trascurate.

La cambiale sopra Londra sarà dunque di lire sterline 151 . 13 . 4.

Quella sopra Genova, di Lire f.i b.o 4867 . 8 . 10.
E finalmente quella sopra Palermo di On7 300 . 5

Nelle città di commercio in cui sono dei banchieri, queste operazioni si fanno sopra luogo. Per esempio, nel caso presente il Negoziante di Parigi pagherebbe 3640 franchi ad un banchiere che gli darebbe in pagamento una cambiale sopra Londra di L. st. 151 . 13 . 4.

Il Negoziante parigino possessore di tale cambiale andrebbe a trovare un altro banchiere a cui domanderebbe una cambiale sopra Genova di lire fuori banco 4867 . 8 . 10 , e gli darebbe in pagamento la cambiale di L.st. 151 . 13 . 4.

Finalmente un altro banchiere o Negoziante gli darebbe una rimessa sopra Palermo di On7 300 . 5 , ricevendo in pagamento la cambiale sopra Genova di L. f.i b.o 4867 . 8 . 10 , il tutto calcolato al corso dei cambj del giorno in cui si fa l' operazione ; osservando però che in ciascuna operazione , il banchiere prende il suo dritto che è di 1/4 , di 1/3 , di 1/2 ec. per 100 secondo i diversi paesi.

FINE.



INDICE

DEGL'ARTICOLI CONTENUTI

NEL

TRATTATO D'ARITMETICA

INDICE

DEL

CAMBIO DELLE MONETE ESTERE



per calcolare i cambj diretti

per calcolare i cambj diretti

FINE DELL' INDICE

AVVERTIMENTO

Ad onta dell' applicazione che l' autore ha portato nelle correzioni, è corso un errore, che sarà forse il solo.

Nel corso dei cambj di Cadice pag. 463, si trova scritto:

dà il certo,	*cioè sempre,*	*riceve sempre*
	e	
dà l' incerto	*cioè circa*	*riceve circa*

LEGGETE

dà il certo,	*cioè sempre,*	*riceve circa*
	e	
dà l' incerto,	*cioè circa,*	*riceve sempre*



